

Радиолокационные и радионавигационные системы

УДК 621.396.962.38; 621.396.969.32

ГЕОМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТА РАЗРЕШЕНИЯ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ РСА

Воронцова Светлана Анатольевна

ассистент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва» (Самарский университет).

E-mail: cbeta116@mail.ru.

Адрес: 443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Аннотация: Исследование посвящено анализу влияния взаимного расположения носителей самолётной двухпозиционной радиолокационной станции с синтезированной апертурой и участка земной поверхности на геометрию элемента разрешения. Для проведения исследования был разработан метод расчёта длины и углового положения вектора разрешения по наклонной дальности, основанный на расчёте расстояния между линиями равных дальностей, а также модифицирован метод, основанный на концепции градиента. Модифицированный метод градиента основан на вычислении координат вектора разрешения по азимуту через сумму векторов, направления которых совпадают с направлением векторов градиента частоты Доплера в точках с координатами начала этих векторов. По разработанным методам получены формулы для расчёта величины элемента разрешения по дальности и по азимуту, формулы угла отклонения векторов разрешения по дальности и по азимуту, параметрами которых являются: база, высота системы и отношение наклонных дальностей от передатчика и приёмника до облучаемой точки. По полученным формулам были построены графики зависимостей разрешающей способности по азимуту от поперечной координаты для параллельного движения носителей радиолокационной станции. Графики показывают, как влияет изменение параметров взаимного расположения передатчика и приёмника на величину разрешающей способности по азимуту. Результатами исследования являются предпосылки формирования геометрии системы, которые позволяют улучшить характеристики обнаружения и повысить точность определения координат цели.

Ключевые слова: элемент разрешения, градиент частоты Доплера, линии равных дальностей, двухпозиционная радиолокация, синтезированная апертура, база, высота носителей.

Введение

Исследование разрешения двухпозиционной радиолокационной станции с синтезированной апертурой (РСА) позволяет сделать предпосылки для формирования геометрии системы. Существующие методы расчёта величины элемента разрешения у спутниковых систем РСА не подходят для самолётных РСА, так как погрешность методов увеличивается с уменьшением высоты полёта носителей системы.

В источнике [1] получены выражения для расчёта величины разрешения двухпозиционной РСА в двумерном кадре. В источниках [2, 3] рассматривается разрешение в трёхмерном кадре, но только для некоторых частных случаев. В [4] – в трёхмерном кадре.

В отличие от [1–4], в [5] используется концепция градиента. Достоинством концепции градиента является то, что она позволяет с малым количеством вычислительных операций получать длину и направление векторов разрешения по дальности и по азимуту в любой точке просматриваемого участка земной поверхности, а также величину диагонали и площади элемента разрешения.

Недостатком подхода, использующего концепцию градиента, является то, что при расчёте величины элемента разрешения принимается во внимание величина и направление векторов градиента наклонной дальности и градиента частоты Доплера только в одной точке – в точке, для которой определяется величина

элемента разрешения. Различие в длине и направлении векторов градиента для разных точек, принадлежащих элементу разрешения, не учитывается. Этот подход в большей степени применим для спутниковых систем, так как их высота полёта значительно превышает высоту полёта самолётных РСА систем, что даёт возможность пренебречь изменением скорости изменения дальности и частоты Доплера вдоль координатных осей. В результате частично устраняется описанный выше недостаток существенно уменьшается погрешность метода, основанного на концепции градиента, и он становится пригодным не только для спутниковых, но и для самолётных РСА систем.

Метод определения длины и направления вектора разрешения по дальности, основанный на вычислении градиента наклонной дальности, не даёт возможности вычислить длину этого вектора для большого количества точек поверхности Земли, расположенных между носителями передатчика и приёмника.

Поэтому целью данной работы является модификация метода расчёта длины и направления вектора разрешения по азимуту, основанного на вычислении градиента частоты Доплера, разработка альтернативного метода расчёта длины и направления вектора разрешения по дальности.

Вектор разрешающей способности по дальности

Как показано на рис. 1, спутник с передатчиком (T) передаёт сигналы, а приёмник (R) принимает. P – точечный отражатель на поверхности Земли.

На рис. 1 φ – угол между линией базы и осью y , отсчитываемый против часовой стрелки от оси y ; θ – угол наклона плоскости, содержащей линию базы B и ось y , отсчитываемый по часовой стрелке от оси z ; θ_T и θ_R – углы наблюдения (look-angle) для передатчика и для приёмника, то есть углы между проекцией на-

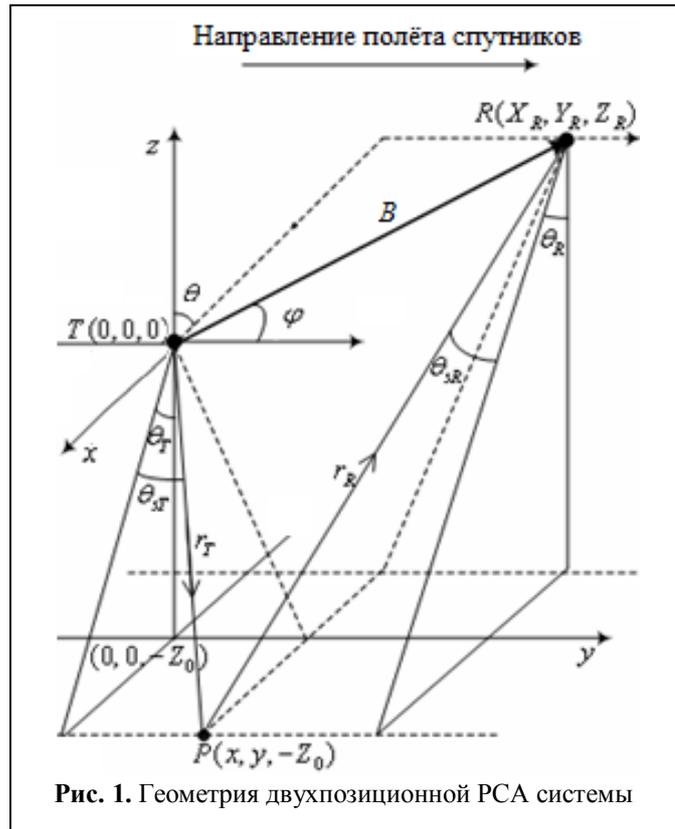
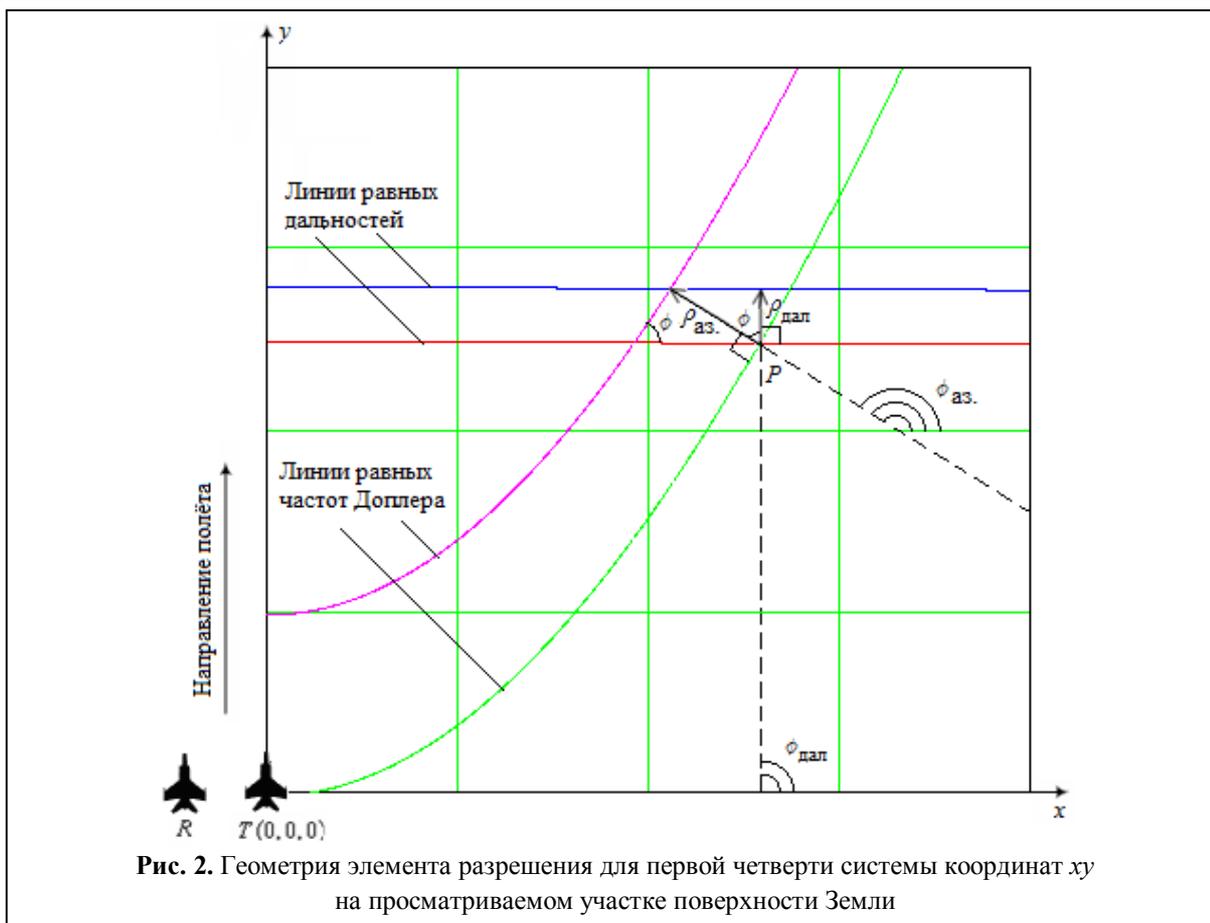


Рис. 1. Геометрия двухпозиционной РСА системы

клонной дальности на плоскость xz и перпендикуляром, опущенным к поверхности Земли из точки расположения передатчика (приёмника); θ_{ST} и θ_{SR} – углы отклонения луча по азимуту (squint-angle) для передатчика и для приёмника, то есть углы между проекцией наклонной дальности на плоскость xz и линией наклонной дальности $r_{T(R)}$.

Для возможности универсального применения всех приведённых ниже формул необходимо ввести понятия углов, принимающих положительные и отрицательные значения. Углы θ_T и θ_R следует считать принимающими положительные значения, если они откладываются в направлении, совпадающим с направлением оси x , и принимающими отрицательные значения, если они откладываются в противоположном направлении. Также углы θ_{sT} и θ_{sR} следует считать принимающими положительные значения, если они откладываются в направлении, совпадающим с направлением оси y , и принимающими отрицательные значе-



ния, если они откладываются в противоположном направлении.

Расстояние (наклонная дальность) от T до P равно r_T , а от P до R равно r_R . Суммарное время распространения от T до P и от P до R (задержка эха) равно $t = (r_T + r_R)/c$, где c – скорость света. Отражающие точки на поверхности Земли с одинаковой суммарной дальностью от T до P и от P до R лежат на линии равных дальностей [6–7], то есть на изодале (isorange contour), как показано на рис. 2.

Формула величины элемента разрешения по дальности, выраженная через частные производные наклонной дальности по координатам, принимает следующий вид:

$$|\rho_{дал.}| = c \cdot \tau_u \cdot \left[\left(\frac{\partial r_T}{\partial y} + \frac{\partial r_R}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial r_T}{\partial x} + \frac{\partial r_R}{\partial x} \right)^2 \right]^{0,5}, \quad (1)$$

где τ_u – длительность излучённого передатчиком импульса.

Здесь производная по координате x наклон-

ной дальности r_T от передатчика T до точечного отражателя P равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_T(x, y)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + h_T^2} \right) = \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + h_T^2}} = \frac{x}{r_T(x, y)} = \sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT}, \end{aligned}$$

где h_T – высота полёта носителя передатчика.

Производная по координате x наклонной дальности r_R от приёмника R до точечного отражателя P равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_R(x, y)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{(B_x + x)^2 + (B_y - y)^2 + h_R^2} \right) = \\ &= \frac{B_x + x}{\sqrt{(B_x + x)^2 + (B_y - y)^2 + h_R^2}} = \\ &= \frac{B_x + x}{r_R(x, y)} = \sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR}, \end{aligned}$$

где B_x – проекция базы на ось x ; B_y – проекция базы на ось y ; h_R^2 – высота полёта носите-

ля приёмника.

Производная по координате y наклонной дальности r_T от передатчика T до точечного отражателя P равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_T(x, y)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + h_T^2} \right) = \\ &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + h_T^2}} = \frac{y}{r_T(x, y)} = \sin \theta_{sT}. \end{aligned}$$

Производная по координате y наклонной дальности r_R от приёмника R до точечного отражателя P равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_R(x, y)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\sqrt{(B_x + x)^2 + (B_y - y)^2 + h_R^2} \right) = \\ &= \frac{B_y - y}{\sqrt{(B_x + x)^2 + (B_y - y)^2 + h_R^2}} = \\ &= \frac{B_y - y}{r_R(x, y)} = \sin \theta_{sR}. \end{aligned}$$

После подстановки приведённых выше выражений в формулу (1), получаем формулу для вычисления модуля вектора разрешения по дальности, выраженную через координаты x и y :

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_{\text{дал.}}| &= c \cdot \tau_u \cdot \left[\left(\frac{y}{r_T(x, y)} + \frac{B_y - y}{r_R(x, y)} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{x}{r_T(x, y)} + \frac{B_x + x}{r_R(x, y)} \right)^2 \right]^{-0,5}. \end{aligned} \quad (2)$$

Учитывая выражения

$$\begin{cases} x = r_T \sin \theta_T \cos \theta_{sT} = r_R \sin \theta_R \cos \theta_{sR} - B_x; \\ y = r_T \cdot \sin \theta_{sT} = r_R \cdot \sin \theta_{sR} + B_y; \\ h_T = r_T \cdot \cos \theta_T \cdot \cos \theta_{sT}; \\ h_R = r_R \cdot \cos \theta_R \cdot \cos \theta_{sR}, \end{cases} \quad (3)$$

из формулы (2) получаем формулу для вычисления модуля вектора разрешения по дальности, выраженную через углы θ_{sT} , θ_{sR} , θ_T и θ_R :

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_{\text{дал.}}| &= c \cdot \tau_u \cdot \left[(\sin \theta_{sT} + \sin \theta_{sR})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT} + \sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR})^2 \right]^{-0,5}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для варианта расположения точки P , приведённого на рис.1, формула (4) примет вид:

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_{\text{дал.}}| &= c \cdot \tau_u \cdot \left[(\sin \theta_{sT} - \sin \theta_{sR})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT} + \sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR})^2 \right]^{-0,5}. \end{aligned}$$

Угол между осью x и вектором разрешения по дальности $\mathbf{p}_{\text{дал.}}$ (рис. 2) можно определить по формуле:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{дал.}} &= \arctg \frac{(\partial r_T + \partial r_R) / \partial y}{(\partial r_T + \partial r_R) / \partial x} = \\ &= \arctg \left(\frac{y \cdot r_R(x, y) + (B_y - y) \cdot r_T(x, y)}{x \cdot r_R(x, y) + (B_x + x) \cdot r_T(x, y)} \right) = \\ &= \arctg \left(\frac{\sin \theta_{sT} + \sin \theta_{sR}}{\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT} + \sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR}} \right). \end{aligned}$$

В этой формуле при отрицательном значении частной производной по x и положительном значении по y , следует прибавить число π в правой части. При отрицательном значении частной производной по x и отрицательном значении по y , следует вычесть число π из правой части выражения.

Вектор разрешающей способности по азимуту

Формула величины элемента разрешения по азимуту, выраженная через частные производные частоты Доплера по координатам, в соответствии с концепцией градиента принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_{\text{аз.}}| &= \frac{1}{T_c} \cdot \left[\left(\frac{\partial f_{\text{дон.}T}}{\partial y} + \frac{\partial f_{\text{дон.}R}}{\partial y} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial f_{\text{дон.}T}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\text{дон.}R}}{\partial x} \right)^2 \right]^{-0,5}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\frac{1}{T_c} = \Delta f_{\text{дон.}}$ – ширина спектра частот Доплера принимаемого сигнала, отражённого от фиксированного элемента разрешения, за время синтезирования апертуры; $T_c = \frac{r_T \cdot \lambda}{v \cdot d_{aT}}$ – время синтезирования апертуры [6–12];

d_{aT} – длина антенны передатчика; λ – длина волны излучаемого сигнала; v – скорость движения передатчика; $f_{\text{доп.Т}}$ – частота Доплера, возникающая в результате движения передатчика относительно фиксированного элемента разрешения; $f_{\text{доп.Р}}$ – частота Доплера, возникающая в результате движения приёмника относительно фиксированного элемента разрешения.

Здесь производная по координате x возникающей в результате движения передатчика частоты Доплера, выраженная через координаты x и y , равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{доп.Т}}}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{\lambda} \cdot \sin \theta_{sT} \right) = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\partial (\sin \theta_{sT})}{\partial x} = \\ &= \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{y}{r_T(x, y)} \right) = -\frac{v}{\lambda} \cdot \frac{x \cdot y}{r_T^3(x, y)}. \end{aligned}$$

Здесь $r_T(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + h_R^2}$ – наклонная дальность от передатчика до облучаемой точки P .

Производная частоты Доплера по координате y , выраженная через координаты x и y , равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{доп.Т}}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{\lambda} \cdot \sin \theta_{sT} \right) = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y}{r_T(x, y)} \right) = \\ &= \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{(x^2 + y^2 + h_R^2) - y^2}{(x^2 + y^2 + h_R^2)^{1.5}} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{r_T^2(x, y) - y^2}{r_T^3(x, y)}. \end{aligned}$$

Производная по координате x , возникающей в результате движения приёмника частоты Доплера, выраженная через координаты x и y , равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{доп.Р}}}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{\lambda} \cdot \sin \theta_{sR} \right) = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{y}{r_R(x, y)} \right) = \\ &= -\frac{v}{\lambda} \cdot \frac{(B_x + x) \cdot (B_y - y)}{r_R^3(x, y)}. \end{aligned}$$

Здесь $r_R(x, y) = \sqrt{(B_x + x)^2 + (B_y - y)^2 + h_R^2}$;

$$B_x = B \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta; \quad B_y = B \cdot \cos \varphi.$$

Производная по координате y , возникающей в результате движения приёмника частоты Доплера, выраженная через координаты x и y ,

равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{доп.Р}}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{\lambda} \cdot \sin \theta_{sR} \right) = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{B_y - y}{r_R(x, y)} \right) = \\ &= \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{r_R^2(x, y) - (B_y - y)^2}{r_R^3(x, y)} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{(B_x + x)^2 + h_R^2}{r_R^3(x, y)}. \end{aligned}$$

После подстановки выражений для частных производных по координатам в (5) формула величины элемента разрешения по азимуту примет вид:

$$\begin{aligned} |\rho_{az.}| &= \frac{d_{aT}}{r_T} \cdot \left[\left(\frac{r_T^2(x, y) - y^2}{r_T^3(x, y)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{r_R^2(x, y) - (B_y - y)^2}{r_R^3(x, y)} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{x \cdot y}{r_T^3(x, y)} + \frac{(B_x + x) \cdot (B_y - y)}{r_R^3(x, y)} \right)^2 \right]^{-0.5}. \end{aligned} \quad (6)$$

С учётом формул (3), можно записать:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_{\text{доп.Т}}}{\partial x} = -\frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT} \cdot \sin \theta_{sT}}{r_T}; \\ \frac{\partial f_{\text{доп.Р}}}{\partial x} = -\frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR} \cdot \sin \theta_{sR}}{r_R}. \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_{\text{доп.Т}}}{\partial y} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{1 - \sin^2 \theta_{sT}}{r_T} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\cos^2 \theta_{sT}}{r_T}; \\ \frac{\partial f_{\text{доп.Р}}}{\partial y} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{1 - \sin^2 \theta_{sR}}{r_R} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{\cos^2 \theta_{sR}}{r_R}. \end{cases} \quad (8)$$

Из формул (7) следует: если $\theta_{T(R)}$ и $\theta_{sT(sR)}$ принимают значения одного знака, то производная частоты Доплера по координате x принимает отрицательные значения, то есть значение частоты Доплера убывает вдоль оси x . А если $\theta_{T(R)}$ и $\theta_{sT(sR)}$ принимают значения противоположного знака, то производная по координате x принимает положительные значения, то есть значение частоты Доплера возрастает вдоль оси x .

Из формул (8) следует, что производная частоты Доплера по координате y всегда принимает положительные значения, то есть значение частоты Доплера возрастает вдоль оси y .

После подстановки выражений (7) и (8) для

частных производных по координатам в (5) получим формулу величины элемента разрешения по азимуту, выраженную через углы:

$$|\rho_{аз.}| = \frac{d_{aT}}{r_T} \cdot \left[\left(\frac{\cos^2 \theta_{sT}}{r_T} + \frac{\cos^2 \theta_{sR}}{r_R} \right)^2 + \left(\frac{\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT} \cdot \sin \theta_{sT}}{r_T} + \frac{\sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR} \cdot \sin \theta_{sR}}{r_R} \right)^2 \right]^{-0.5} \quad (9)$$

Для случая противоположных знаков только у значений углов θ_R и θ_{sR} либо только у значений углов θ_T и θ_{sT} формула (9) принимает вид:

$$|\rho_{аз.}| = \frac{d_{aT}}{r_T} \cdot \left[\left(\frac{\cos^2 \theta_{sT}}{r_T} + \frac{\cos^2 \theta_{sR}}{r_R} \right)^2 + \left(\pm \frac{\sin |\theta_T| \cdot \cos |\theta_{sT}| \cdot \sin |\theta_{sT}|}{r_T} \mp \frac{\sin |\theta_R| \cdot \cos |\theta_{sR}| \cdot \sin |\theta_{sR}|}{r_R} \right)^2 \right]^{-0.5} \quad (10)$$

Для других случаев знаки углов можно не учитывать и использовать формулу (9) для расчёта величины элемента разрешения по азимуту. Выражение (10) соответствует изображённому на рис. 1 варианту расположения точки P , для которой требуется определить величину элемента разрешения.

Угол, отсчитываемый от оси x , между вектором разрешения по азимуту и осью x равен арктангенсу отношения координат по y и по x вектора градиента частоты Доплера:

$$\phi_{аз.} = \arctg \frac{\partial(f_{дон.T} + f_{дон.R})/\partial y}{\partial(f_{дон.T} + f_{дон.R})/\partial x} = \arctg \left(\frac{\frac{r_T^2(x,y) - y^2}{r_T^3(x,y)} + \frac{r_R^2(x,y) - (B_y - y)^2}{r_R^3(x,y)}}{-\left(\frac{x \cdot y}{r_T^3(x,y)} + \frac{(B_x + x) \cdot (B_y - y)}{r_R^3(x,y)} \right)} \right) =$$

$$= \arctg \left(\frac{-\left(\frac{\cos^2 \theta_{sT}}{r_T} + \frac{\cos^2 \theta_{sR}}{r_R} \right)}{\frac{\sin \theta_T \cdot \cos \theta_{sT}}{r_T \cdot \sin^{-1} \theta_{sT}} + \frac{\sin \theta_R \cdot \cos \theta_{sR}}{r_R \cdot \sin^{-1} \theta_{sR}}} \right) \quad (11)$$

В формуле (11) при отрицательном значении частной производной по x и положительном значении частной производной по y , следует прибавить число π в правой части. При отрицательных значениях частных производных по x и по y , следует вычесть число π из правой части выражения (11).

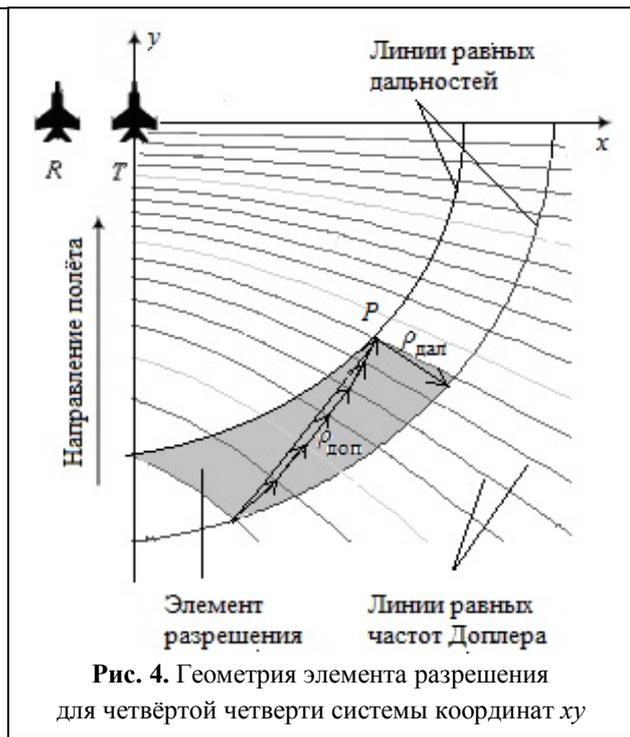
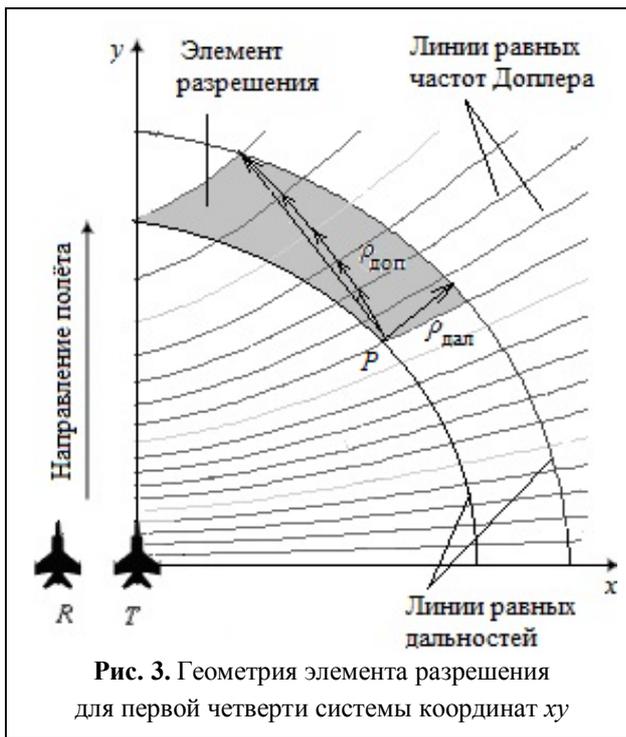
Модификация метода градиента

Недостаток подхода, использующего концепцию градиента, заключается в допущении, что скорости изменения дальности и частоты Доплера принимаются равными частным производным по координатам для заданной точки, тогда, как элемент разрешения имеет протяжённость и скорости изменения не являются одинаковыми для различных его точек.

Предлагается способ уменьшения погрешности метода градиента, основанный на вычислении координат вектора разрешения по азимуту через сумму координат образующих его векторов.

Для случая движения носителей РСА в направлении оси y в первой и второй четвертях плоскости xu расстояние между линиями равных доплеровских частот увеличивается с возрастанием частоты Доплера в направлении вектора $\rho_{аз.} = \rho_{дон.}$, что позволяет получить более точные значения длины и углового положения вектора разрешения по азимуту, чем для противоположного случая. В связи с этим, как показано на рис. 3, начало первого вектора располагаем в точке $P(x, y)$, для которой определяется величина элемента разрешения, а координаты начала каждого последующего вектора тогда совпадают с координатами конца предыдущего и равны сумме координат всех предыдущих векторов и координат точки P .

Для случая движения носителей РСА в направлении оси y в третьей и четвёртой четвертях плоскости xu расстояние между линиями



равных доплеровских частот, как показано на рис. 4, уменьшается с возрастанием частоты Доплера в направлении вектора $\mathbf{p}_{аз.} = \mathbf{p}_{доп.}$

Поэтому конец первого вектора располагаем в точке $P(x; y)$, для которой определяется величина элемента разрешения, а координаты концов каждого последующего вектора тогда совпадают с координатами начала предыдущего и равны разности координат точки P и координат всех предыдущих векторов.

Длина, то есть модуль каждого из векторов, составляющих суммарный вектор разрешения по азимуту, соответствует обратно пропорциональной количеству векторов (n) доле ($1/n$) от изменения частоты Доплера, приходящегося на величину элемента разрешения по азимуту.

Для первой и второй четвертей плоскости xu вектор разрешения по азимуту равен

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{аз.} &= \mathbf{p}_{доп.} = \mathbf{p}_{аз1} + \dots + \mathbf{p}_{аз.n} = \\ &= |\mathbf{p}_{аз1}| \cdot \frac{\mathbf{grad}(f_{доп.T}(x; y) + f_{доп.R}(x; y))}{|\mathbf{grad}(f_{доп.T}(x; y) + f_{доп.R}(x; y))|} + \dots + \\ &+ |\mathbf{p}_{аз.n}| \cdot \frac{\mathbf{grad}(f_{доп.}(x + \Delta x_{n-1}; y + \Delta y_{n-1}))}{|\mathbf{grad}(f_{доп.}(x + \Delta x_{n-1}; y + \Delta y_{n-1}))|}, \end{aligned}$$

где $f_{доп.} = f_{доп.T} + f_{доп.R}$; Δx_i ; Δy_i – координаты

Для третьей и четвертой четвертей плоскости xu длины векторов, составляющих суммарный вектор разрешения по азимуту, определяются формулами:

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}_{аз1}| &= \frac{\Delta f_{доп.}}{n} \cdot \frac{1}{|\mathbf{grad}(f_{доп.T}(x; y) + f_{доп.R}(x; y))|}; \\ |\mathbf{p}_{аз2}| &= \frac{\Delta f_{доп.}}{n} \cdot \frac{1}{|\mathbf{grad}f_{доп.}(x - (\rho_{аз1})_x; y - (\rho_{аз1})_y)|}; \\ |\mathbf{p}_{аз.n}| &= \frac{\Delta f_{доп.}}{n} \times \\ &\times |\mathbf{grad}f_{доп.}(x - \dots - (\rho_{аз.n-1})_x; y - \dots - (\rho_{аз.n-1})_y)|^{-1}. \end{aligned}$$

Направление каждого из векторов, составляющих суммарный вектор разрешения по азимуту, определяется как направление вектора градиента частоты Доплера в точке с координатами начала соответствующего вектора, угловое положение которого относительно оси x можно определить по формуле (11).

Координаты векторов, составляющих суммарный вектор разрешения по азимуту, равны проекциям самих векторов на оси x и y :

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= |\mathbf{p}_{аз.i}| \cdot \cos \phi_i = (\rho_{аз.i})_x; \\ \Delta y_i &= |\mathbf{p}_{аз.i}| \cdot \sin \phi_i = (\rho_{аз.i})_y, \end{aligned}$$

где ϕ_i – угол между вектором и осью x , отложенный от оси x против часовой стрелки.

Величина элемента разрешения по азимуту, то есть модуль вектора разрешения по азимуту, находится как корень квадратный из суммы квадратов координат вектора разрешения:

$$|\mathbf{p}_{аз.}| = \left[\left(|\mathbf{p}_{аз.1}| \cdot \cos \phi_1 + \dots + |\mathbf{p}_{аз.n}| \cdot \cos \phi_n \right)^2 + \left(|\mathbf{p}_{аз.1}| \cdot \sin \phi_1 + \dots + |\mathbf{p}_{аз.n}| \cdot \sin \phi_n \right)^2 \right]^{0,5}.$$

Угол, отсчитываемый от оси x , между вектором разрешения по азимуту и осью x равен арктангенсу отношения координат вектора разрешения по y и по x :

$$\phi_{аз.} = \arctg \left(\frac{|\mathbf{p}_{аз.1}| \cdot \sin \phi_1 + \dots + |\mathbf{p}_{аз.n}| \cdot \sin \phi_n}{|\mathbf{p}_{аз.1}| \cdot \cos \phi_1 + \dots + |\mathbf{p}_{аз.n}| \cdot \cos \phi_n} \right).$$

В этой формуле при отрицательном значении координаты вектора разрешения по x и положительном значении по y , следует прибавить число π в правой части. При отрицательном значении координаты вектора разрешения по x и отрицательном значении по y , следует вычесть число π из правой части выражения.

Вектор разрешения по дальности, полученный на основе линий дальности

Модифицированный метод градиента может лишь незначительно повысить точность вычисления длины и углового положения вектора разрешающей способности по дальности, так как расстояние между линиями равных дальностей, отложенными с одинаковым шагом по наклонной дальности, уменьшается с возрастанием суммарной дальности в направлении вектора.

Также метод определения длины и направления вектора разрешения по дальности, основанный на вычислении градиента наклонной дальности, не даёт возможности вычислить длину этого вектора для большого количества точек поверхности Земли, расположенных между носителями передатчика и приёмника. В результате расчёта длины вектора разрешения

в этих точках с помощью данного метода получаются значения, несоизмеримые с реальными значениями величины элемента разрешения по дальности. Причиной этого является то, что модуль градиента наклонной дальности для этих точек поверхности Земли принимает значения, близкие или равные нулю, и при этом в расчётных формулах не учитываются скорости изменения длины вектора градиента наклонной дальности вдоль координатных осей, то есть не учитываются значения вторых частных производных наклонной дальности по координатам.

Для точек, расположенных на поверхности Земли вдоль прямой, на которой лежит проекция базы, достаточно учитывать вторую производную по координате той оси, вдоль которой расположена проекция линии базы. Тогда величину элемента разрешения по дальности можно найти как корень, принимающий положительное значение, одного из следующих квадратных уравнений:

$$\frac{\partial^2 (r_T + r_R)}{\partial x^2} \cdot \frac{|\mathbf{p}_{дал.}|^2}{2} + \frac{\partial (r_T + r_R)}{\partial x} \cdot |\mathbf{p}_{дал.}| - \Delta r_{\Sigma} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 (r_T + r_R)}{\partial y^2} \cdot \frac{|\mathbf{p}_{дал.}|^2}{2} + \frac{\partial (r_T + r_R)}{\partial y} \cdot |\mathbf{p}_{дал.}| - \Delta r_{\Sigma} = 0,$$

где $\Delta r_{\Sigma} = \Delta (r_T + r_R)$ – изменение суммарной наклонной дальности, приходящейся на величину элемента разрешения по дальности.

В одной из предыдущих работ [13] был предложен не имеющий описанного выше недостатка метод определения величины элементов разрешения по дальности, расположенных на поверхности Земли вдоль прямой, на которой лежит проекция базы. Расчёт площади элемента разрешения был рассмотрен в публикации [14].

В данной работе предлагается метод определения длины и направления вектора разрешения по дальности, также не имеющий описанного выше недостатка, и при этом пригодный для расчёта разрешения по дальности в произвольно расположенной точке.

Метод основан на определении координат точки $(x; y)$, в которой принимает минимальное значение функция расстояния $D(x)$ между заданной точкой $P(x_0; y_0)$ на линии равных дальностей и другой линией равных дальностей, суммарное время распространения сигнала от передатчика до которых и обратно до приёмника отличается на величину длительности излучённого импульса τ_u .

Линии равных дальностей представляют собой сечения эллипсоида, то есть сечения поверхности равной дальности для двухпозиционной системы, плоскостью xu , совпадающей с плоскостью просматриваемого участка поверхности Земли. Поэтому для того, чтобы найти уравнение линий равных дальностей, необходимо решить систему уравнений [15]:

$$\begin{cases} \frac{(\bar{x})^2}{a^2} + \frac{(\bar{y})^2}{b^2} + \frac{(\bar{z})^2}{b^2} = 1; \quad z = -h_T; \\ \bar{x} = \frac{B}{2} + (x \cdot \cos \varphi_z - y \cdot \sin \varphi_z) \cdot \cos \theta_y - z \cdot \sin \theta_y; \\ \bar{y} = y \cdot \cos \varphi_z + x \cdot \sin \varphi_z; \\ \bar{z} = (x \cdot \cos \varphi_z - y \cdot \sin \varphi_z) \cdot \sin \theta_y + z \cdot \cos \theta_y; \end{cases}$$

где $a = (r_T + r_R) / 2$ – большая полуось эллипсоида, равная половине суммы наклонных дальностей; b – малая полуось эллипсоида; $\theta_y = \arcsin\left(\frac{h_R - h_T}{B}\right)$ – угол поворота осей \bar{x} и

\bar{z} вокруг оси \bar{y} по часовой стрелке;

$\varphi_z = \arctg\left(\frac{B_y}{B_x}\right)$ – угол поворота против часовой

стрелки оси \bar{y} и повернутой оси \bar{x} вокруг повернутой на угол θ_y оси \bar{z} . А координаты, выраженные через углы φ и θ , будут равны:

$$\begin{cases} \bar{x} = (B/2 + x \cdot \sin \theta - z \cdot \cos \theta) \cdot \cos \varphi - y \cdot \sin \theta; \\ \bar{y} = y \cdot \cos \varphi + (B/2 + x \cdot \sin \theta - z \cdot \cos \theta) \cdot \sin \varphi; \\ \bar{z} = x \cdot \cos \theta + z \cdot \sin \theta. \end{cases}$$

Уравнением линий равных дальностей является решение квадратного уравнения:

$$\bar{a} \cdot y^2 + \bar{b} \cdot y + \bar{c} = 0, \text{ то есть } y = \frac{-\bar{b} \pm \sqrt{(\bar{b})^2 - 4 \cdot \bar{a} \cdot \bar{c}}}{2 \cdot \bar{a}}.$$

Коэффициенты квадратного уравнения равны:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \frac{\sin^2 \varphi_z \cdot \cos^2 \theta_y}{a^2} + \frac{\cos^2 \varphi_z + \sin^2 \varphi_z \cdot \sin^2 \theta_y}{b^2}; \\ \bar{b} &= \frac{1}{a^2} \cdot [B \cdot \sin \varphi_z \cdot \cos \theta_y + z \cdot \sin \varphi_z \cdot \sin(2\theta_y) - \\ &\quad - x \cdot \sin(2\varphi_z) \cdot \cos \theta_y] + \frac{1}{b^2} \cdot [x \cdot \sin(2\varphi_z) - \\ &\quad - z \cdot \sin \varphi_z \cdot \sin(2\theta_y) + x \cdot \sin(2\varphi_z) \cdot \sin \theta_y]; \\ \bar{c} &= \frac{1}{a^2} \cdot \left[B \cdot \left(x \cdot \cos \varphi_z \cdot \cos \theta_y - z \cdot \sin \theta_y + \frac{B}{4} \right) + \right. \\ &\quad \left. + z^2 \cdot \sin^2 \theta_y - x \cdot z \cdot \cos \varphi_z \cdot \sin(2\theta_y) + \right. \\ &\quad \left. + x^2 \cdot \cos^2 \varphi_z \cdot \cos^2 \theta_y \right] + \\ &\quad + \frac{1}{b^2} \cdot [x^2 \cdot \sin^2 \varphi_z \cdot \sin^2 \theta_y + z^2 \cdot \cos^2 \theta_y + \\ &\quad + x \cdot z \cdot \cos \varphi_z \cdot \sin(2\theta_y)] - 1. \end{aligned}$$

Длина вектора разрешения по дальности равна минимальному значению функции расстояния $D(x)$ между заданной точкой $(x_0; y_0)$ на линии равных дальностей и другой линией равных дальностей, ограничивающих элемент разрешения по дальности:

$$D(x) = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y(x))^2},$$

где $y(x)$ – значение функции линии равных дальностей в точке с координатой x .

Большие полуоси эллипсоидов, сечениями которых являются линии равных дальностей, ограничивающие элемент разрешения по дальности, соответственно равны:

$$a = a(x_0; y_0) + c \cdot \tau_u;$$

$$a(x_0; y_0) = (r_T + r_R) / 2.$$

А малые полуоси равны:

$$b = \sqrt{a^2 - \left(\frac{B}{2}\right)^2},$$

где B – величина базы.

Угол, отсчитываемый от оси x , между вектором разрешения по дальности и осью x равен:

$$\phi_{\text{дал}} = \frac{y_0 - y(x)}{x_0 - x},$$

где $y(x)$ и x – ордината и абсцисса точки, в которой функция $D(x)$ принимает минимальное значение.

В этой формуле при отрицательном значении только разности $y_0 - y(x)$, следует прибавить число π в правой части. При отрицательном значении $x_0 - x$ и отрицательном значении $y_0 - y(x)$, следует вычесть число π из правой части выражения.

Анализ влияния параметров геометрии системы на величину разрешения

Для случая параллельного полёта носителей РСА, то есть при отсутствии у базы продольной составляющей ($B_y = 0$), при боковом обзоре, то есть при $y = 0$, формула (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} |\rho_{\text{дал}}| &= c \cdot \tau_u \cdot \left| \left(\frac{x}{r_T(x,0)} + \frac{B_x + x}{r_R(x,0)} \right)^{-1} \right| = \\ &= c \cdot \tau_u \cdot \left| \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + h_T^2}} + \frac{B_x + x}{\sqrt{(B_x + x)^2 + h_R^2}} \right)^{-1} \right|. \end{aligned}$$

Для варианта расположения зоны обзора под приёмником ($x = -B_x$) из формулы следует, что величина элемента разрешения по дальности будет уменьшаться с уменьшением высоты передатчика h_T при постоянном значении поперечной составляющей базы ($B_x = \text{const}$).

А для варианта расположения зоны обзора под передатчиком ($x = 0$; $y = 0$) из формулы следует, что величина элемента разрешения по дальности будет уменьшаться с уменьшением высоты приёмника h_R при постоянном значении поперечной составляющей базы ($B_x = \text{const}$).

Те же самые выводы можно получить и для случая полёта носителей друг за другом при боковом обзоре, то есть при $x = 0$ и $B_x = 0$. Формула (2) в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned} |\rho_{\text{дал}}| &= c \cdot \tau_u \cdot \left| \left(\frac{y}{r_T(0,y)} + \frac{B_y - y}{r_R(0,y)} \right)^{-1} \right| = \\ &= c \cdot \tau_u \cdot \left| \left(\frac{y}{\sqrt{y^2 + h_T^2}} + \frac{B_y - y}{\sqrt{(B_y - y)^2 + h_R^2}} \right)^{-1} \right|. \end{aligned}$$

Данные выводы соответствуют выводам, полученным в публикации [13].

Для случая параллельного полёта носителей РСА, то есть при отсутствии у базы продольной составляющей ($B_y = 0$), при боковом обзоре, то есть при $y = 0$, формула (6) принимает вид:

$$\begin{aligned} |\rho_{\text{аз}}| &= \frac{d_{aT} \cdot r_R(x,0)}{r_T(x,0) + r_R(x,0)} = \frac{d_{aT}}{\frac{r_T(x,0)}{r_R(x,0)} + 1} = \\ &= \frac{d_{aT}}{\sqrt{\frac{x^2 + h_T^2}{(B_x + x)^2 + h_R^2}} + 1}. \end{aligned}$$

Из формулы следует (рис. 5), что в случае преобладания значения наклонной дальности от передатчика (T) до точечного отражателя P над значением наклонной дальности от приёмника (R) до точки P ($r_T > r_R$) величина элемента разрешения по азимуту будет принимать значение: $|\rho_{\text{аз}}| < \frac{d_{aT}}{2}$. А при $r_R \geq r_T$:

$|\rho_{\text{аз}}| \geq \frac{d_{aT}}{2}$. Повысить величину отношения наклонной дальности от передатчика до облучаемой точки к наклонной дальности от приёмника до облучаемой точки возможно за счёт увеличения соотношения высот передатчика и приёмника.

Также для случая равных высот носителей разрешающая способность по азимуту улучшается при увеличении поперечной составляющей базы B_x для точек, расположенных вдоль отрицательной полуоси x , начиная от точки с равными значениями наклонных даль-

ностей, и ухудшается для точек, расположенных вдоль положительной полуоси x , начиная от точки с равными значениями наклонных дальностей ($r_T = r_R$). Следует учесть, что разрешающая способность имеет величину обратно пропорциональную величине элемента разрешения.

В случае равных высот носителей при увеличении высоты системы разрешающая способность по азимуту ухудшается для точек, расположенных вдоль отрицательной полуоси x , начиная от точки с равными значениями наклонных дальностей, и улучшается для точек, расположенных вдоль положительной полуоси x , начиная от точки с равными значениями наклонных дальностей.

А в случае преобладания высоты передатчика по отношению к высоте приёмника при увеличении поперечной составляющей базы B_x наблюдается аналогичная тенденция, как и на графиках для равных высот носителей. То есть, минимальное значение величины элемента разрешения смещается влево и принимает ещё более меньшее значение, и, начиная от некоторой точки, в положительном направлении по оси x наблюдается ухудшение разрешающей способности по азимуту.

Заключение

На основе метода градиента разработан модифицированный метод вычисления величины элемента разрешения по азимуту, а также на основе уравнений линий равных дальностей разработан метод вычисления величины элемента разрешения по дальности для двухпозиционной радиолокационной станции с синтезированной апертурой. Модификация метода градиента позволит применять метод не только для спутниковых двухпозиционных радиолокационных станций с синтезированной апертурой, но и для самолётных.

Получены формулы для вычисления величины элемента разрешения по дальности и по азимуту. С помощью полученных формул был проведён анализ влияния на разрешающую

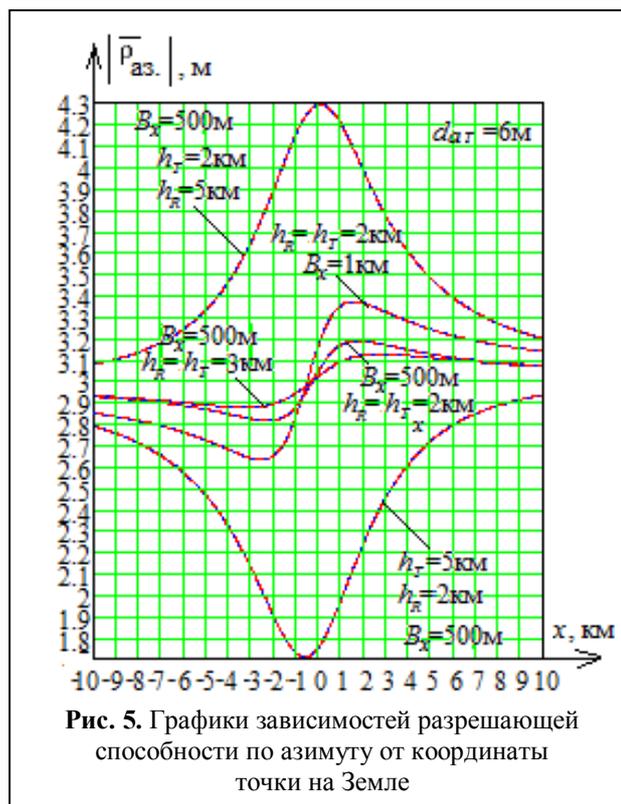


Рис. 5. Графики зависимостей разрешающей способности по азимуту от координаты точки на Земле

способность по азимуту следующих параметров взаимного расположения носителей приёмника и передатчика двухпозиционной радиолокационной станции: а) поперечной составляющей базы при параллельном движении и при равных высотах носителей станции бокового обзора; б) отношения наклонных дальностей от передатчика и от приёмника до облучаемой точки; в) отношения наклонных дальностей от приёмника и передатчика до облучаемой точки; г) высоты системы.

В результате анализа выявлено: а) при увеличении поперечной составляющей базы наблюдается улучшение разрешающей способности по азимуту на участке с более высокой разрешающей способностью, чем у однопозиционной системы, и ухудшение на участке с более низкой разрешающей способностью, чем у однопозиционной системы; б) в случае преобладания наклонной дальности от передатчика до облучаемой точки над наклонной дальностью от приёмника до облучаемой точки разрешающая способность превышает разрешающую способность однопозиционной сис-

темы и возрастает при увеличении этого преобладания; в) в случае противоположного преобладания разрешающая способность ниже разрешающей способности однопозиционной системы и понижается при увеличении этого преобладания; г) при увеличении высоты системы наблюдается ухудшение разрешающей способности на участке с более высокой разрешающей способностью, чем у однопозиционной системы, и улучшение на участке с более низкой разрешающей способностью, чем у однопозиционной системы, при этом значение разрешающей способности по азимуту для обоих участков стремится к значению разрешающей способности однопозиционной системы.

Исследование влияния параметров взаимного расположения носителей двухпозиционной радиолокационной станции с синтезированной апертурой на конфигурацию и величину элемента разрешения по азимуту и по дальности позволяет сделать предпосылки для формирования геометрии системы.

Литература

1. Willis N.J. Bistatic Radar // Artech House. 1991. Pp. 131–145.
2. Moccia A., Chiacchio N., Capone A. Space-borne bistatic synthetic aperture radar for remote sensing applications // Remote Sensing. 2000. Vol. 21, Iss. 18. Pp. 3395–3414.
3. Ziyue Tang, Shourong Zhang. Principle of Bistatic SAR System // Science Publishing Company. 2003. Pp. 31–40.

4. Homer J., Kubic K., Mojarrabi B., Lex A. Passive bistatic radar sensing with LEOS based transmitters // IGARSS. 2002. Iss. 1. Pp. 438–440.

5. Krieger G., Fiedler H., Hounam D. Analysis of system concepts for Bi- and Multi-Static SAR missions // IGARSS. 2003. Iss. 2. Pp. 770–772.

6. Дудник П.И., Ильчук А.Р., Татарский Б.Г. Многофункциональные радиолокационные системы. М.: Дрофа, 2007. 283 с.

7. Скольник М.И. Справочник по радиолокации. М.: Техносфера, 2014. Т. 2. 680 с.

8. Антипов В.Н. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. / В.Н. Антипов [и др.]. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.

9. Верба В.С. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования. / В.С. Верба [и др.]. М.: Радиотехника, 2010. 675 с.

10. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение (Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли). М.: Радиотехника, 2005. 368 с.

11. Григорин-Рябов В.В. Радиолокационные устройства (теория и принципы построения). / В.В. Григорин-Рябов [и др.]. М.: Советское радио, 1970. 680 с.

12. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2004. 320 с.

13. Воронцова С.А. Улучшение характеристик РСА землеобзора за счёт применения двухпозиционного режима их работы // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017. №1. С. 24–30.

14. Воронцова С.А. Анализ влияния параметров взаимного расположения носителей двухпозиционной РЛС на мощность мешающих отражений от Земли // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2018. №4. С.4–12.

15. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. М.: Наука, 1978. 832 с.

Поступила 16 января 2019 г.

English

RESOLUTION CELL CONFIGURATION IN BISTATIC SAR

Svetlana Anatolyevna Vorontsova – Assistant Lecturer, Radio Engineering Department, Federal State Autonomous Educational Institution for Higher Education "Samara National Research University named after S.P. Korolyov" (Samara University).

E-mail: cbeta116@mail.ru.

Address: 443086, Samara, Moscow Highway, 34.

Abstract: The existing methods to calculate the resolution cell value in satellite systems do not suit for aircraft systems since the method error increases with lowering flight altitude of system carriers. A drawback of the approach using the concept of the gradient is that when calculating the resolution cell size the vectors value and their direction gradient of the slant range gradient and of Doppler frequency gradient are considered only in a single point for which the resolution cell value is defined. The difference in the length and direction of the gradient vectors for different points belonging to the resolution cell is ignored. The method was modified

for the research dedicated to the analysis of the relative position impact of the airborne carriers of bistatic synthetic aperture radar and the ground surface area on the resolution cell configuration. The modified gradient method is based on the coordinates' calculation of azimuth resolution vector via the vectors' sum, the directions of which coincide with the direction of the Doppler frequency gradient vectors in points with these vectors tails' coordinates. Besides, the calculation method was elaborated for calculating the length and angular position of the slant range resolution vector based on the calculation of the distance between the lines of equal distances. The formulas were obtained after the developed methods to calculate the value of range and azimuth resolution cell, the deviation angle formulas for the range and azimuth resolution vectors, the parameters of which are: the base, the system height and the ratio of the slant ranges from the transmitter and receiver to the irradiated point. By formulas the dependence graphs were constructed of the azimuth resolution in the transverse coordinate for the parallel movement of the radar carriers. Graphs demonstrate how the parameter variation of the relative position of the transmitter and receiver affects the azimuth resolution value. The research findings offer the prerequisites for shaping the system configuration, which can improve the detection performance and enhance the target coordinates detection accuracy.

Keywords: resolution cell, Doppler frequency gradient, lines of equal distance, bistatic radar detection, synthetic aperture, base, carriers' altitude.

References

1. Willis N.J. Bistatic Radar. Artech House. 1991. Pp. 131–145.
2. Moccia A., Chiacchio N., Capone A. Space-borne bistatic synthetic aperture radar for remote sensing applications. *Remote Sensing*. 2000. Vol. 21. Iss. 18. Pp. 3395–3414.
3. Ziyue Tang, Shourong Zhang. Principle of Bistatic SAR System. Science Publishing Company. 2003. Pp. 31–40.
4. Homer J., Kubic K., Mojarrabi B., Lex A. Passive bistatic radar sensing with LEOS based transmitters. *IGARSS*. 2002. Iss. 1. Pp. 438–440.
5. Krieger G., Fiedler H., Hounam D. Analysis of system concepts for Bi - and Multi-Static SAR missions. *IGARSS*. 2003. Iss. 2. Pp. 770–772.
6. Dudnik P.I., Ilchuk A.R., Tatarsky B.G. Multifunctional radar systems. Moscow: Drofa, 2007. 283 p.
7. Skolnik M.I. Radar Handbook. Moscow: Tekhnosfera, 2014. Vol. 2. 680 p.
8. Antipov V.N. Digital synthetic aperture radars. V. N. Antipov [et al.]. Moscow: Radio i svyaz', 1988. 304 p.
9. Verba V.S. Space-based radar systems for Earth viewing. V. S. Verba [et al.]. Moscow: Radiotekhnika, 2010. 675 p.
10. Kondratenkov G.S., Frolov A.Yu. Radio vision. Radar systems of Earth remote probing. Moscow: Radiotekhnika, 2005. 368 p.
11. Grigorin-Ryabov V.V. Radar devices (theory and design concept. V.V. Grigorin-Ryabov [et al.]. Moscow: Sovetskoye radio, 1970. 680 p.
12. Bakulev P.A. Radar systems. Moscow: Radiotekhnika, 2004. 320 p.
13. Vorontsova S.A. Performance enhancement of Radar Earth viewing due to application of two-position mode operation. *Radiotekhnicheskie i telekommunikacionnye sistemy*. 2017. No. 1. Pp. 24–30.
14. Vorontsova S.A. Performance effect analysis of bistatic radar carriers' relative position on the power of the Earth clutter reflections. *Radiotekhnicheskie i telekommunikacionnye sistemy*. 2018. No. 4. Pp. 4–12.
15. Korn G.A., Korn T.M. The reference book on mathematics for scientists and engineers. Definitions, theorems, formulas. Moscow: Nauka, 1978. 832 p.