

DOI 10.66032/2221-2574-2026-1-2-18-23

УДК 621.396.967

ПОСТРОЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЙ ОТ АВРОРАЛЬНЫХ ПОМЕХ**Жиганов Сергей Николаевич**кандидат технических наук, доцент, ведущий инженер АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца»¹.**Жиганова Елена Александровна**кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»².¹Адрес: 127083, Российская Федерация, г. Москва, ул. 8 Марта, д. 10, стр. 1.²Адрес: 602264, Российская Федерация, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23.E-mail для связи: s_zh_72@mail.ru

Аннотация: Методы математического моделирования широко используются для анализа алгоритмов обработки радиолокационной информации, в том числе в загоризонтных радиолокаторах. Одним из специфических видов пассивных помех для радиолокаторов подобного типа являются отражения от авроры — приполярные области находятся на широтах 67–68°. Радиоаврора из северного квадранта наблюдается в радио диапазоне с дальностей 400–1200 км на высоте рассеивающей области около 100 км при углах возвышения, не превышающих 15° и может достигать размеров до 300 км. На рабочих частотах загоризонтных станций отражения от авроры является существенным и его нужно учитывать при обработке отражённых сигналов. В работе построена статистическая модель авроральных отражений, учитывающая корреляцию по двум пространственным координатам и времени в виде многомерного гауссовского поля. Для построения модели использовался метод, основанный на каноническом разложении поля в пространственно-временной ряд Фурье. Полученные результаты моделирования показали хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Ключевые слова: отражения от авроральных помех, загоризонтные РЛС, ЛЧМ сигнал, гауссовское случайное поле, каноническое разложение.

Введение

При разработке и эксплуатации систем различного назначения активно применяются методы статистического моделирования различных узлов, агрегатов, процессов, составных частей, из которых состоит система. Моделирование позволяет математически описать реальный процесс с требуемой точностью, а затем на полученной модели проводить анализ получаемых характеристик, при этом можно проводить неограниченное число экспериментов в различных режимах работы. Увеличивающаяся мощность применяемой вычислительной техники способствует построению моделей все большей сложности.

Моделирование систем выделилось в отдельное направление научных исследований и с каждым годом эта область человеческих знаний все более расширяется и углубляется, о чем свидетельствует большое количество литературы по применению методов моделирования в различных областях человеческой деятельности [см, например, 1–4].

В радиолокационных системах широко используются методы моделирования, как на этапе проектирования и разработки РЛС при выборе сигналов, методов обработки информации, так и на этапе эксплуатации при построении систем тренажа и обучения персонала, или на этапах модернизации. Загоризонтные радиолокаторы работают в метровом диапазоне длин волн и позволяют получать отражённые от целей сигналы на дальностях и высотах до нескольких тысяч километров.

Одной из задач радиолокационной станции явля-

ется эффективная работа в условиях помех. Одним из специфических типов помех, воздействующих на РЛС, являются отражения от авроры. Они вызваны рассеянием радиоволн на ионосферных неоднородностях, возникающих в слое Е полярной ионосферы на высотах 90–120 км. Изучением этого природного явления занимаются учёные на протяжении большого количества времени и результаты изложены в ряде научных работ [см, например, 5–7]. В настоящее время получены модели авроральных отражений для решения различных задач [8, 9], существует ресурс в сети Internet, который практически в реальном масштабе времени отображает отражения от авроры [10].

Целью представленной работы является получение динамической статистической модели отражений от авроры широкополосного радиолокационного сигнала для построения картины отражений загоризонтного радиолокатора.

1. Статистические характеристики авроральных помех

Отметим основные особенности авроральных помех, которые нам понадобятся при построении статистической модели, приведённые в [11–13].

Максимум вероятности появления радиоавроры находится на широтах 67–68°, т.е. на широтах зоны Фритца. Радиоаврора из северного квадранта наблюдается в радио диапазоне только с больших дальностей (400 – 1200 км) при высоте рассеивающей области около 100 км, при углах возвышения, не превышающих 15° и может достигать размеров до 300 км.

Наибольшие отражения наблюдаются, как правило, в направлениях, в которых радиолуч перпендикулярен вектору статического магнитного поля [12]. В среднем интенсивность рассеянного сигнала падает на 6–10 дБ на каждый градус отклонения от ракурсного направления.

Наблюдается суточный ход радиотражений, имеющий свои особенности для различных широт и излучаемых частот. Но общими для всех геомагнитных широт является послеобеденный (вечерний) максимум, а также минимум в поздние утренние часы. Зона появления авроральных отражений охватывает интервал геомагнитных широт от 60 до 80° с максимумом на широте примерно 67°. Могут наблюдаться отражения вне указанного диапазона широт, особенно во время сильных геомагнитных возмущений.

Сечение рассеяния единичного объёма составляет обычно 10^{-13} – 10^{-15} м⁻¹ (при $f = 400$ МГц), но во время сильных возмущений оно возрастает до 10^{-10} и даже до 10^{-8} м⁻¹. Даже самые слабые неоднородности полярной ионосферы дают сечение рассеяния на несколько порядков превышающее сечение рассеяния, обусловленное некогерентным рассеянием электронов $\sigma \approx 10^{-17}$ – 10^{-20} м⁻¹. В среднем сечение уменьшается с частотой, но при многочастотных наблюдениях из одной точки возможны отклонения от этого правила, связанные, видимо, с действием рефракции, которая может нарушить ракурсное условие на более высокой частоте.

Авроральные радиотражения являются нестационарными. Временные рамки статистической стационарности могут составлять всего несколько секунд, но обычно это несколько минут [13]. Скорость движения авроральных областей лежат в основном в диапазоне от 0 до 500 м/с, хотя в некоторых случаях может достигать до 1500 м/с [13]. Время корреляции неоднородностей в УКВ диапазоне составляет от 0,5 до 20 мс.

Выделяют четыре типа спектров авроральных отражений приведённые в [13]:

Тип 4: средняя скорость значительно больше, чем у Cs, узкая ширина спектра, очень большое поперечное сечение, встречается редко;

Тип 3: средняя скорость 200–300 м/с, узкая ширина спектра, большое поперечное сечение, встречается редко;

Тип 2: средняя скорость меньше Cs, широкая ширина спектра, малое поперечное сечение, очень распространено;

Тип 1: средняя скорость вблизи Cs, узкая ширина спектра, большое поперечное сечение, довольно распространённое явление.

Спектры отражений являются существенно нестационарными.

Выделяют два типа сигналов радиоавроры — диффузные и дискретные. Диффузные отражения на экране РЛС представляют собой пятна, занимающие большую область пространства. Амплитудная огибающая, как правило, имеет вид плавной кривой. Такая радиоаврора может существовать часами. Высотная

протяжённость такой авроры составляет единицы километров.

Дискретная радиоаврора представляет собой чёткие сигналы малой протяжённостью и малым временем жизни. Они регистрируются от вытянутых вдоль магнитных силовых линий рассеивающих образований, высота которых составляет 20–30 км.

Диффузные радиоавроры наиболее часто появляются в вечерние часы на высоте около 110 км. Кратковременные дискретные отражения наблюдаются около полуночи на высоте 120 км, а утренние относительно долгоживущие дискретные сигналы наблюдаются на высоте 100 км.

В международной классификации радиавроры делятся на три типа: тип B_1 — соответствует диффузной радиавроре, а B_2 и B_3 — дискретной, причём B_2 соответствует кратковременным отражениям, а B_3 — более долгоживущим.

Исследование доплеровских сдвигов сигнала показало, что направление дрейфа неоднородностей связано с направлением ионосферного тока. При положительных магнитных возмущениях наблюдается дрейф к западу, а при отрицательных к востоку. Западный дрейф наблюдается в диффузной радиоавроре, а восточный обычно связан с дискретными отражениями. Отмечается также зависимость направления доплеровского сдвига от азимута луча радара. В направлении на север происходит переход через нуль, при восточных азимутах наблюдается положительный сдвиг (вечером), а при западных — отрицательный. Величина доплеровского сдвига растёт по мере отклонения луча радара от направления на север.

Простейшей моделью пространственной корреляционной функции анизотропных неоднородностей может служить гауссовская модель вида [12]

$$B_l(r) = \sigma_l^2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{l^2} + \frac{z^2}{l_z^2} \right) \right\}, \quad (1)$$

где σ_l^2 — интенсивность отражений; $l = l_x = l_y$ — протяжённость зоны авроральных отражений по осям ОХ и ОУ, принимаются одинаковыми; l_z — протяжённость зоны авроральных отражений по высоте.

Пространственный спектр, соответствующий (1), также имеет гауссовскую форму

$$\Phi_l(\kappa) = \frac{l_z l^2}{(2\pi)^{2/3}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) l^2 + \kappa_z^2 l_z^2 \right] \right\}. \quad (2)$$

Поверхности $\Phi_l(\kappa) = \text{const}$ представляют собой эллипсоиды вращения.

2. Построение модели отражений от области пространства с авроральной помехой

2.1. Расчёт размеров области пространства с авроральной помехой

Авроральные отражения в зависимости от их типа занимают область пространства разной протяжённости и имеющие разную высоту, время существования этих отражений также разное. В качестве модели отражений будем формировать трёхмерный случайный

процесс, определяемый спектральной плотностью (2).

Проведём моделирование случайного поля, определяемого корреляционной функцией вида

$$B_l(x, y) = \sigma_l^2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{x^2 + y^2}{l^2} \right\},$$

зададимся при этом одинаковыми размерами области отражений по координатам ОХ и ОУ $l = \Delta x = \Delta y = 100$ км. При моделировании будем придерживаться следующих параметров, определяющих область авроральных отражений и используемых сигналов:

1. Будем считать, что дальность до центра области авроральных помех составляет $x_{\max} = 1000$ км;

2. Ширина сектора по азимуту при $\Delta y = 100$ км равна

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta y}{x_{\max}} = \frac{100}{1000} \frac{180}{\pi} = 5,73^\circ.$$

При разрешающей способности РЛС $\delta \alpha = 0,5^\circ$ количество направлений по азимуту от области, искажённой авроральной помехой, будет составлять 12. Расстояние между центрами отражающих областей по координате y на дальности $x_{\max}$ при $\delta \alpha = 0,5^\circ$ составляет

$$\delta y = \delta \alpha \cdot x_{\max} \frac{\pi}{180} = 8,727 \text{ км}.$$

3. В качестве зондирующего сигнала будем использовать ЛЧМ сигнал, девиация частоты которого составляет $\Delta F = 0,4$ МГц, частота дискретизации $F_d = 0,5$ МГц, а длительность $\tau_n = 15$ мс, тогда количество отсчётов сигнала в пределах его длительности будет равно

$$N = \tau_n \cdot F_d = 15 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10^6 = 7500.$$

4. Разрешение по дальности, при использовании ЛЧМ сигнала составляет

$$\delta x = \frac{c}{2\Delta F} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,4 \cdot 10^6} = 375 \text{ м},$$

следовательно, от области пространства, поражённой авроральной помехой, нужно формировать

$$M = \frac{\Delta x}{\delta x} = \frac{100}{0,375} = 267$$

помеховых отражений, следующих друг за другом через период зондирования $T = 2\tau_n = 30$ мс.

Из проведённого расчёта следует, что при введённых допущениях необходимо формировать матрицу размером 267 строк на 17 столбцов, содержащую амплитуду отражений от авроры, подчиняющихся корреляционной функции (3). В рассматриваемом случае необходимо получить значения случайного поля в дискретных точках по координатам x и y , при этом количество отсчётов по координате y составляет 17, а шаг дискретизации составляет $\delta y = 8,727$ км, а по координате x необходимо сформировать $M = 267$ отсчётов помехи с шагом $\delta x = 375$ м.

На рис. 1 приведена результирующая корреляционная функция в пределах зоны авроральной помехи с максимумом, располагаемым в середине зоны и с за-

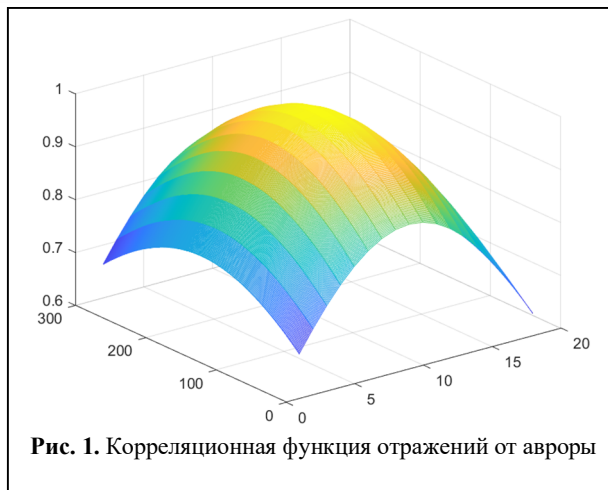


Рис. 1. Корреляционная функция отражений от авроры

данными параметрами и $\sigma_l = 1$.

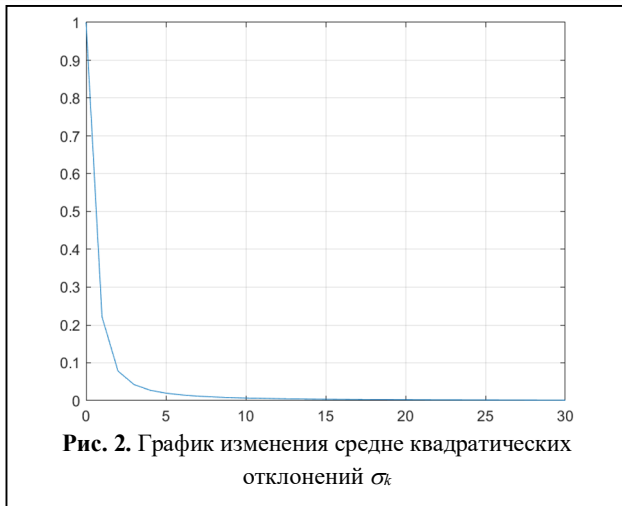
5. Для создания поля отражений необходимо сформировать 17×267 сжатых отсчётов ЛЧМ сигналов. При этом перед сжатием квадратурные составляющие ЛЧМ сигнала необходимо смешать с отсчётами дискретного гауссовского шума при заданном отношении сигнал/шум. Затем отсчёты матрицы сжатых ЛЧМ сигналов необходимо умножить на соответствующие отсчёты матрицы дискретного случайного поля и результирующая матрица будет соответствовать отражениям от авроральных помех.

2.2. Формирование нормального поля дискретных значений

Для построения модели авроральных отражений необходимо получить поле дискретных значений нормального случайного процесса, определяемое корреляционной функцией (3). Для решения этой задачи можно использовать разные подходы: алгоритм скользящей суммы, авторегрессии-скользящей суммы [14, 15]. Здесь воспользуемся описанным в [3] методом моделирования, основанным на каноническом разложении поля в пространственно-временной ряд Фурье. В этом случае отсчёты поля, заданного в конечном пространстве, ограниченном пределами $0 \leq x \leq \Delta x/2$, $0 \leq y \leq \Delta y/2$ и существующим на конечном интервале времени $0 \leq t \leq T$ описываются выражением

$$\xi(x_m, y_m, t_n) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos \left(\frac{k \cdot \pi \cdot \delta x}{2} + \frac{k \cdot \pi \cdot \delta y}{2} + \frac{k \cdot \pi \cdot t_n}{T} \right) + B_k \sin \left(\frac{k \cdot \pi \cdot \delta x}{2} + \frac{k \cdot \pi \cdot \delta y}{2} + \frac{k \cdot \pi \cdot t_n}{T} \right). \quad (4)$$

Здесь A_k и B_k — случайные независимые между собой нормально распределённые числа с параметрами $(0, \sigma_k^2)$ каждое, причём дисперсия σ_k^2 определяется из заданной корреляционной функции, зависящей от пространственных координат и времени $B_l(x, y, \tau)$ из соотношения



$$\sigma_0^2 = \frac{4}{T \Delta x \Delta y} \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \int_0^T B_l(x, y, \tau) dx dy d\tau \text{ при } k=0 \text{ и}$$

$$\sigma_k^2 = \frac{8}{T \Delta x \Delta y} \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \int_0^T B_l(x, y, \tau) \times$$

$$\times \cos \left(\frac{2 \cdot k \cdot \pi \cdot \delta x}{\Delta x} + \frac{2 \cdot k \cdot \pi \cdot \delta y}{\Delta y} + \frac{k \cdot \pi \cdot \tau}{T} \right) dx dy d\tau$$

при $k=1, 2, 3, \dots$. (5)

В соотношении (5) в корреляционную функцию введём зависимость от времени в виде

$$B_l(x, y, \tau) = \sigma_l^2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{l_x^2} + \frac{y^2}{l_y^2} + \frac{\tau^2}{l_\tau^2} \right) \right\}, \quad (6)$$

где $l_\tau = 60$ мс — период зондирования, а $T = 30$ с — время формирования отражений из всей зоны, поражённой помехой.

По соотношениям (5) были рассчитаны значения дисперсий для выбранных параметров моделирования отражений. На рис. 2 приведён график изменения средне квадратических отклонений при различных значениях k . Из полученного графика видно, что значения σ_k при увеличении k достаточно быстро стремятся к нулю.

Были сформированы 30 случайных независимых

между собой нормально распределённые пар чисел с параметрами $(0, \sigma_k^2)$ A_k и B_k и по соотношению (4) получены отсчёты поля отражений $\xi(x_m, y_m, t_n)$. На рис. 3, а приведён график поля в пределах изменения координат $0 \leq x \leq \Delta x/2$, $0 \leq y \leq \Delta y/2$, если считать за начало отсчёта координаты центра авральной помехи при $t_n = 0$.

Из рис. 3, а) видно, что поле отражений представляет собой сильно коррелированный процесс.

Для анализа качества сформированного гауссовского поля была рассчитана корреляционная функция $B_l(x, y, \tau)$ при $y = 0$ и $\tau = 0$. На рис. 4, а) приведён график этой функции (кривая с квадратиками) и сплошной кривой показана теоретическая зависимость, рассчитанная по (4). Из сравнения кривых видно, что экспериментальная кривая находится несколько ниже теоретической, что связано со статистической природой проводимого эксперимента и ограниченным количеством используемых коэффициентов A_k и B_k при моделировании отсчётов гауссовского поля.

Было увеличено количество формируемых отсчётов поля отражений в четыре раза и получено поле отражений (рис. 3, б) и срез корреляционной функции (рис. 4, б). Из сравнения рис. 3, а) и рис. 3, б) видно, что полученное поле отражений стало более плавным, а из сравнения рис. 4, а) и рис. 4, б) видно, что экспериментальная кривая корреляционной функции стала ближе к теоретической.

2.3. Формирование поля отражений ЛЧМ сигнала
Необходимо сформировать поле сжатых ЛЧМ сигналов, при этом предварительно сигнал смешиваем с дискретным белым гауссовским шумом, при этом придерживаемся выше заданных параметров сигнала.

Был сформирован массив отсчётов сжатых ЛЧМ сигналов размером 17 на 267 при отношении сигнал/шум — 20 дБ, результат приведён на рис. 5.

Результирующее поле авральных отражений приведено на рис. 6.

При моделировании поля отражений в динамике из многомерного массива $\xi(x_m, y_m, t_n)$ последова-

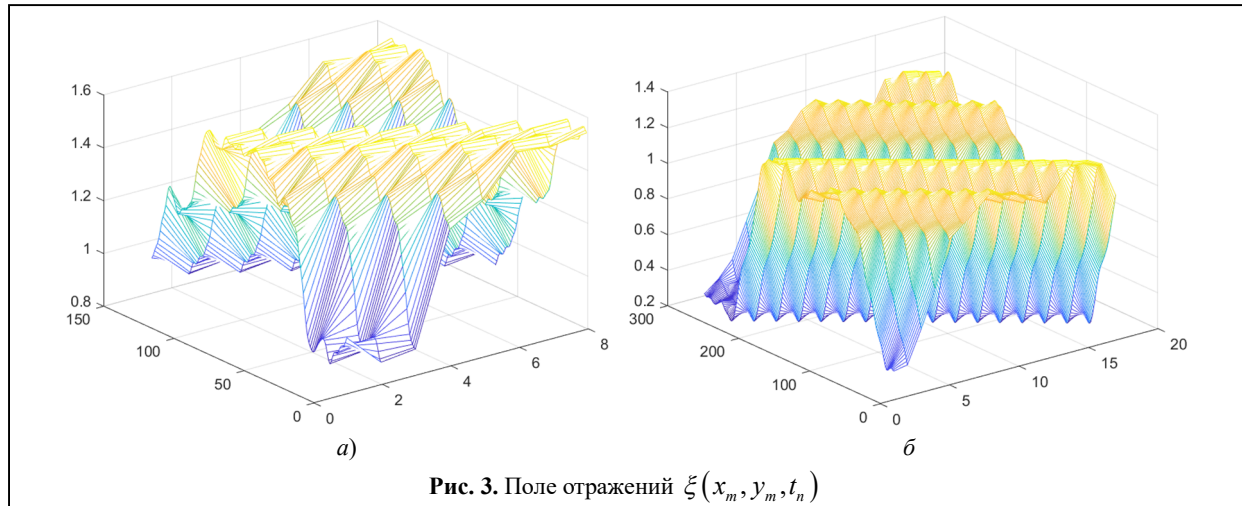
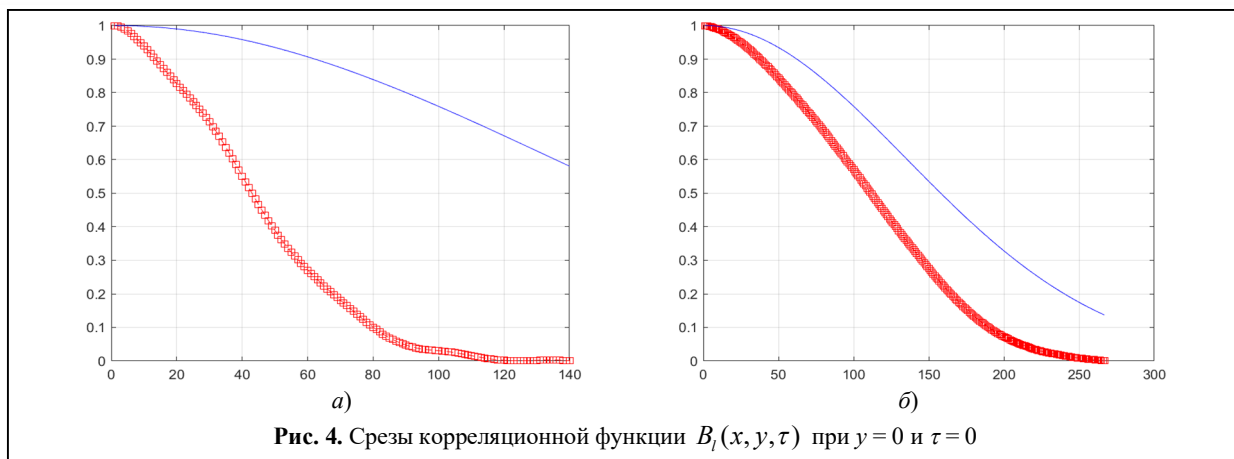


Рис. 3. Поле отражений $\xi(x_m, y_m, t_n)$

Рис. 4. Срезы корреляционной функции $B_l(x, y, \tau)$ при $y = 0$ и $\tau = 0$

тельно выбираются массивы отсчётов размером 17 на 267 при последовательном увеличении t_n и на их основе формируется поле отражённых ЛЧМ сигналов.

Заключение

Получена статистическая динамическая модель поля отражений ЛЧМ сигнала от авроры, имеющая пространственную корреляцию по двум координатам и времени, определяемая гауссовским случайным полем. Полученные результаты показали хорошее согласование теоретических и экспериментальных результатов.

Литература

1. Трусов П.В. Введение в математическое моделиро-

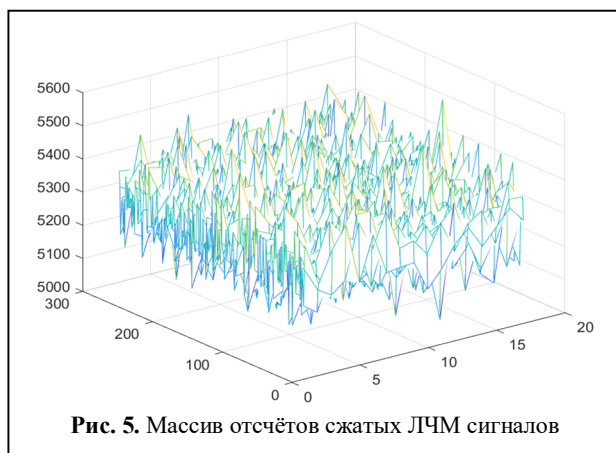


Рис. 5. Массив отсчётов сжатых ЛЧМ сигналов

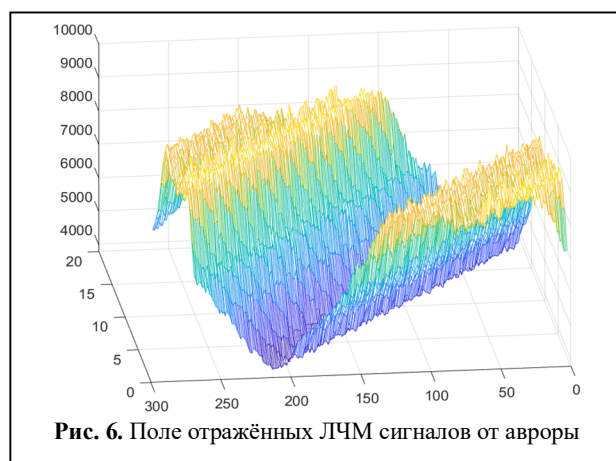


Рис. 6. Поле отражённых ЛЧМ сигналов от авроры

вание: учеб. пособие / под ред. П.В. Трусова. М.: Логос, 2005. 440 с.

2. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. 2-е изд., доп. М.: Наука, 1982. 296 с.

3. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971. 328 с.

4. Поляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М.: Советское радио, 1971. 400 с.

5. Свердлов Ю.Л. Морфология радиоавроры. Л.: Наука, 1982. 160 с.

6. Booker H.G. A theory of scattering by nonisotropic irregularities with applications to radar reflection from the aurora // J. Atmos. Terr. Phys. 1956. Vol. 8, No. 2. P. 204.

7. Успенский М.В. Анизотропное рассеяние радиоволн (радиоаврора): геофизические и радиофизические аспекты: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Мурманск, 1990. 163 с.

8. Uspensky M.V., Janhunen P., Koustov A.V., Kauristie K. Volume cross section of auroral radar backscatter and RMS plasma fluctuations inferred from coherent and incoherent scatter data: a response on backscatter volume parameters // Ann. Geophys. 2011. Vol. 29. Pp. 1081–1092. DOI: 10.5194/angeo-29-1081-2011.

9. Sahr J.D., Fejer B.G. Auroral electrojet irregularity theory and experiment: A critical review of present understanding and future directions // Journal of Geophysical Research. 1996. Vol. 101, No. A12. Pp. 26,893–26,909.

10. Прогноз полярных сияний [Электронный ресурс] // Aurora Forecast. URL: <http://aurora-forecast.ru> (дата обращения: 11.12.2025).

11. Успенский М.В., Старков Г.В. Полярные сияния и рассеяние радиоволн. Л.: Наука, 1987. 235 с.

12. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.

13. Egeland A., Burke W.J. Auroral research at the Tromsø Northern Lights Observatory: the Harang directorship, 1928–1946 // Hist. Geo Space Sci. 2016. Vol. 7. Pp. 53–61. DOI: 10.5194/hgss-7-53-2016.

14. Сирота А.А. Методы и алгоритмы анализа данных и их моделирование в MATLAB: учеб. пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2016. 384 с.

15. Сидоренко И.А., Леньшин А.В., Кравцов Е.В. Особенности построения математического аппарата оценки возможностей радиолокационной видовой разведки // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2022. №4. С. 29–38.

Поступила 11 декабря 2025 г.

English

CONSTRUCTION OF A STATISTICAL MODEL OF REFLECTIONS FROM AURORAL CLUTTER

Sergey Nikolaevich Zhiganov — PhD in Engineering, Associate Professor, Leading Engineer, JSC "Scientific and production association of long-range radar named after academician A.L. Mints".

Elena Alexandrovna Zhiganova — PhD in Engineering, Associate Professor, Department of Radio Engineering, Murom Institute (branch) of the "Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs".

¹Address: 127083, Russian Federation, Vladimir region, Moscow, 8 Marta str., 10/1.

²Address: 602264, Russian Federation, Vladimir region, Murom, Orlovskaya str., 23.

E-mail: s_zh_72@mail.ru

Abstract: In the development and operation of systems for various purposes, methods of statistical modeling of different units, assemblies, processes, and components that make up a system are actively used. Modeling makes it possible to mathematically describe a real process with the required accuracy and then analyze the obtained characteristics on the resulting model, while an unlimited number of experiments can be carried out in various operating modes. In radar systems, including over-the-horizon radars, modeling methods are widely used both at the design and development stage of the radar when selecting signals and information processing methods, and at the system operation stage when building training and personnel education systems or during modernization phases. One of the specific types of passive interference for radars of this type is reflections from the aurora — the circumpolar regions are located at latitudes of 67–68°. Radio aurora from the northern quadrant is observed in the radio band at ranges of 400–1200 km at a scattering region altitude of about 100 km with elevation angles not exceeding 15° and can reach sizes of up to 300 km. At the operating frequencies of over-the-horizon stations, reflections from the aurora significantly affect the quality of processing signals reflected from targets. This work presents a statistical model of auroral reflections that accounts for correlation in two spatial coordinates and time in the form of a multidimensional Gaussian field. To construct the model, a method based on the canonical expansion of the field into a space-time Fourier series was used. Using a hypothetical radar as an example, a statistical dynamic model of the field of LFM signal reflections from the aurora was built, featuring spatial correlation in two coordinates and time and defined by a Gaussian random field. The results obtained showed good agreement between theoretical and experimental results.

Keywords: reflections from auroral clutter, over-the-horizon radars, chirp signal, Gaussian random field, canonical expansion.

References

1. *Trusov P.V.* Introduction to mathematical modeling. Moscow: Logos, 2005. 440 p.
2. *Ermakov S.M., Mikhailov G.A.* Statistical modeling. 2nd ed. Moscow: Nauka, 1982. 296 p.
3. *Bykov V.V.* Digital modeling in statistical radio engineering. Moscow: Sovetskoe radio, 1971. 328 p.
4. *Pollyak Yu.G.* Probabilistic modeling on electronic computers. Moscow: Sovetskoe radio, 1971. 400 p.
5. *Sverdlov Yu.L.* Morphology of radio aurora. Leningrad: Nauka, 1982. 160 p.
6. *Booker H.G.* A theory of scattering by nonisotropic irregularities with applications to radar reflection from the aurora. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1956. Vol. 8, No. 2. P. 204.
7. *Uspensky M.V.* Anisotropic radio wave scattering (radio aurora): geophysical and radiophysical aspects. Thesis. ... Grand Dr. in Phys. and Math. Murmansk, 1990. 163 p.
8. *Uspensky M.V., Janhunen P., Koustov A.V., Kauristie K.* Volume cross section of auroral radar backscatter and RMS plasma fluctuations inferred from coherent and incoherent scatter data: a response on backscatter volume parameters. *Ann. Geophys.* 2011. Vol. 29. Pp. 1081–1092. DOI: 10.5194/angeo-29-1081-2011.
9. *Sahr J.D., Fejer B.G.* Auroral electrojet irregularity theory and experiment: A critical review of present understanding and future directions. *Journal of Geophysical Research.* 1996. Vol. 101, No. A12. Pp. 26,893–26,909.
10. Aurora forecast [Electronic source]. Aurora Forecast. URL: <http://aurora-forecast.ru> (Access Date: 11.12.2025).
11. *Uspensky M.V., Starkov G.V.* Auroras and radio wave scattering. Leningrad: Nauka, 1987. 235 p.
12. *Kravtsov Yu.A., Feizulin Z.I., Vinogradov A.G.* Radio wave propagation through the atmosphere. Moscow: Radio i svyaz, 1983. 224 p.
13. *Egeland A., Burke W.J.* Auroral research at the Tromsø Northern Lights Observatory: the Harang directorship, 1928–1946. *Hist. Geo Space Sci.* 2016. Vol. 7. Pp. 53–61. DOI: 10.5194/hgss-7-53-2016.
14. *Sirota A.A.* Data analysis methods and algorithms and their modeling in MATLAB. St. Petersburg: BHV-Peterburg, 2016. 384 p.
15. *Sidorenko I.A., Lenshin A.V., Kravtsov E.V.* Features of constructing a mathematical apparatus for assessing the capabilities of radar imaging intelligence. *Radioengineering and Telecommunication Systems.* 2022. No. 4. Pp. 29–38.