DOI 10.66032/2221-2574-2025-1-4-66-71 УДК 621.371

ЧАСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ГИРОТРОПНЫХ ВОЛНОВОДОВ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ, ПРИ НОРМАЛЬНОМ НАМАГНИЧИВАНИИ

Итигилов Гарма Борисович
кандидат технических наук, доцент, доцент ФГБОУ ВО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления»
E-mail: gablz@mail.ru

Кравченко Вячеслав Александрович
кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой ФГБОУ ВО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления»

Ширапов Дашадондок Шагдарович
доктор физико-математических наук, профессор, профессор ФГБОУ ВО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления»

Парфенов Александр Викторович
старший преподаватель ФГБОУ ВО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления»

Адрес: 670013, Российская Федерация, Республика Бурятия, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, д. 40В, стр. 1

Аннотация: Из канонических общих уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн для нормально намагниченных гиротропных волноводов с ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери, определены частные уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн для нормально намагниченных гиротропных волноводов прямоугольной, круглой и эллиптической формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери, которые необходимы для постановки и последующего решения соответствующих краевых задач.

Ключевые слова: комплексная диэлектрическая проницаемость, гибридные волны, волновод, нормальное намагничивание, тензор магнитной проницаемости, тепловая потеря.

Введение

При производстве сверхвысокочастотных (СВЧ) устройств: изоляторов, циркуляторов, фазовращателей, миниатюрных антенн в диапазоне (1–100 ГГц) применяются ферриты с высокой намагниченностью и магнитной проницаемостью, а также высокой диэлектрической проницаемостью и электрическим сопротивлением, низкими электронными и магнитными потерями [1–6].

В работе [7] приведены экспериментально полученные основные характеристики различных ферритов, используемых при изготовлении СВЧ устройств, откуда следует, что применяемые на практике ферриты имеют тангенс угла диэлектрических потерь в диапазоне $(2{,}5\div25)\cdot10^{-4}$, что является существенной величиной. Следовательно, в СВЧ устройствах имеет место значительные тепловые потери. Поэтому, для проведения более точного анализ и расчёта характеристик распространяющихся в различных гиротропных волноводах электромагнитных волн, необходимы частные уравнения Гельмгольца, учитывающие тепловые потери. Гиротропные волноводы намагничиваются внешним магнитным полем вдоль или поперёк направления распространения электромагнитных волн [8–11]. В свою очередь, поперечное намагничивание может быть касательным или нормальным. В работе рассмотрен случай нормального намагничивания.

Таким образом, целью данной статьи является вывод частных уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн для нормально намагниченных гиротропных волноводов с прямоугольной, круглой и эллиптической формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери.

1. Канонические общие уравнения Гельмгольца для нормально магниченных гиротропных волноводов с ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения, учитывающие тепловые потери

Канонические общие уравнения Гельмгольца, определённые относительно продольных компонент напряжённостей электрического E_Z и магнитного H_Z полей, гибридных электромагнитных волн гиротропных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения при нормальном намагничивании, учитывающие тепловые потери имеют вид [12]:

для *HE*- волны

$$\frac{\mu_{\|}}{\mu}\frac{b^2}{a^2}\Delta_{11}H_Z+\Delta_{22}H_Z+\left(c^2+\frac{m}{\mu}\gamma\frac{\Gamma_{12}^1}{h_2}\right)H_Z=$$

$$=\left(\frac{b^2-a^2}{a^2}\right)\frac{\gamma}{\omega\mu}\Delta_{12}E_Z+\frac{\omega\varepsilon' m}{\mu}\nabla_1 E_Z \qquad (1)$$

и для *EH*- волны

$$\Delta_{11}E_Z+\frac{b^2}{a^2}\Delta_{22}E_Z+b^2E_Z=$$

$$=\frac{\gamma}{\omega\varepsilon'}\left(\frac{b^2-a^2}{a^2}\right)\Delta_{12}H_Z-\omega m\delta_1 H_Z. \qquad (2)$$

В уравнениях (1) и (2)

$$\Delta_{11}=\delta_1\nabla_1=\frac{1}{h_1}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\Gamma_{21}^2\right)\left(\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\right)=$$

$$=\frac{1}{h_1^2}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\Gamma_{21}^2-\Gamma_{11}^1\right)\frac{\partial}{\partial x_1};$$

$$\Delta_{12}=\frac{1}{h_1h_2}\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_2};$$

$$\Delta_{22}=\frac{1}{h_2}\left(\frac{\partial}{\partial x_2}+\Gamma_{12}^1\right)\left(\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial x_2}\right)=$$

$$=\frac{1}{h_2^2}\left(\frac{\partial}{\partial x_2}+\Gamma_{12}^1-\Gamma_{22}^2\right)\frac{\partial}{\partial x_2};$$

$$\nabla_1=\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial x_1};\quad \delta_1=\frac{1}{h_1}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\Gamma_{21}^2\right);$$

x_1, x_2 — поперечные координатные оси произвольной ортогональной системы координат; h_1, h_2 — коэффициенты Ламэ поперечных координатных осей; $\Gamma_{12}^1=\frac{1}{h_1}\frac{\partial h_1}{\partial x_2}, \Gamma_{21}^2=\frac{1}{h_2}\frac{\partial h_2}{\partial x_1}$, $\Gamma_{11}^1=\frac{1}{h_1}\frac{\partial h_1}{\partial x_1}, \Gamma_{22}^2=\frac{1}{h_2}\frac{\partial h_2}{\partial x_2}$ — символы Кристоффеля 2-го рода; γ — постоянная распространения; $\varepsilon'=\varepsilon-j\frac{\sigma}{\omega}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость феррита; j — мнимая единица; ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость феррита; ω — циклическая частота; σ – удельная электрическая проводимость феррита. Компоненты тензора магнитной проницаемости феррита, входящие в (1) и (2), при нормальном намагничивании равны [11]

$$\mu_{11}=\mu_{\|},\ \mu_{22}=\mu_{33}=\mu,$$

$$k=l=0, m\neq 0,\ \mu_{\|}\approx\mu_0,\ \mu=\mu_0+\mu_0\frac{Y\mu_0M_0\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2},$$

$$m=\mu_0\frac{\omega Y\mu_0M_0}{\omega_0^2-\omega^2},$$

$$c^2=\omega^2\varepsilon'\frac{\mu^2-m^2}{\mu}-\gamma^2,$$

$$a^2=\omega^2\varepsilon'\mu_{11}-\gamma^2=\omega^2\varepsilon'\mu_{\|}-\gamma^2,$$

$$b^2=\omega^2\varepsilon'\mu_{22}-\gamma^2=\omega^2\varepsilon'\mu-\gamma^2.$$

Из канонических общих уравнений Гельмгольца (1) и (2) определим частные уравнения Гельмгольца гиротропных волноводов с конкретными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения, учитывающие тепловые потери, при нормальном намагничивании.

2. Частные уравнения Гельмгольца для нормально намагниченного прямоугольного гиротропного волновода, учитывающие тепловые потери

В декартовой системе координат коэффициенты Ламэ, символы Кристоффеля и дифференциальные операторы 1-го и 2-го порядков будут следующими:

$$
\begin{cases}
h_1 = h_2 = h_3 = 1; \\
\Gamma_{11}^1 = \Gamma_{12}^1 = \Gamma_{21}^2 = \Gamma_{22}^2 = 0; \\
x_1 = x; \quad x_2 = y; \\
\nabla_1 = \dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial}{\partial x_1} = \dfrac{\partial}{\partial x}; \\
\nabla_2 = \dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{\partial}{\partial y}; \\
\delta_1 = \dfrac{1}{h_1}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2\right) = \dfrac{\partial}{\partial x}; \\
\delta_2 = \dfrac{1}{h_2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1\right) = \dfrac{\partial}{\partial y}; \\
\Delta_{11} = \delta_1 \nabla_1 = \dfrac{1}{h_1^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2 - \Gamma_{11}^1\right)\dfrac{\partial}{\partial x_1} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}; \\
\Delta_{22} = \delta_2 \nabla_2 = \dfrac{1}{h_2^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2\right)\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}; \\
\Delta_{12} = \dfrac{1}{h_1 h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_1}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y}.
\end{cases} \tag{3}
$$

Подставляя (3) в каноническое общее уравнение Гельмгольца (1) найдем частное уравнение Гельмгольца гибридной *HE*- электромагнитной волны для нормально намагниченного прямоугольного гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$
\frac{\mu_\parallel}{\mu}\frac{b^2}{a^2}\frac{\partial^2 H_Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_Z}{\partial y^2} + c^2 H_z =
$$

$$
= \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2}\right)\frac{\gamma}{\omega\mu}\frac{\partial^2 E_Z}{\partial x \partial y} + \frac{\omega\varepsilon' m}{\mu}\frac{\partial E_Z}{\partial x}. \tag{4}
$$

Далее подставляя (3) в каноническое общее уравнение Гельмгольца (2), определим частное уравнение Гельмгольца гибридной *EH*- электромагнитной волны для нормально намагниченного прямоугольного гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$
\frac{\partial^2 E_Z}{\partial x^2} + \frac{b^2}{a^2}\frac{\partial^2 E_Z}{\partial y^2} + b^2 E_Z =
$$

$$
= \frac{\gamma}{\omega\varepsilon'}\left(\frac{b^2 - a^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2 H_Z}{\partial x \partial y} - \omega m \frac{\partial H_Z}{\partial x}. \tag{5}
$$

3. Частные уравнения Гельмгольца для нормально намагниченного круглого гиротропного волновода, учитывающие тепловые потери

В цилиндрической системе координат коэффициенты Ламэ, символы Кристоффеля и дифференциальные операторы 1-го и 2-го порядков принимают вид

$$
\begin{cases}
h_1 = h_3 = 1; h_2 = r; \\
\Gamma_{11}^1 = \Gamma_{12}^1 = \Gamma_{22}^2 = 0; \Gamma_{21}^2 = \dfrac{1}{r}; \\
x_1 = r; x_2 = \phi; \\
\nabla_1 = \dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial}{\partial x_1} = \dfrac{\partial}{\partial r}; \nabla_2 = \dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \phi}; \\
\delta_1 = \dfrac{1}{h_1}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2\right) = \dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{1}{r}; \\
\delta_2 = \dfrac{1}{h_2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1\right) = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \phi}; \\
\Delta_{11} = \delta_1 \nabla_1 = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}; \Delta_{22} = \delta_2 \nabla_2 = \dfrac{\partial}{\partial r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial \phi^2}; \\
\Delta_{12} = \dfrac{1}{h_1 h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_1}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2}{\partial r \partial \phi}.
\end{cases} \tag{6}
$$

Подставляя (6) в каноническое общее уравнение (1), получим частное уравнение Гельмгольца гибридной *HE*- электромагнитной волны для нормально намагниченного круглого гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$
\frac{\mu_\parallel}{\mu}\frac{b^2}{a^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)\frac{\partial H_Z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H_Z}{\partial \phi^2} + c^2 H_z =
$$

$$
= \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2}\right)\frac{\gamma}{\omega\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial^2 E_z}{\partial r \partial \phi} + \frac{\omega\varepsilon' m}{\mu}\frac{\partial E_z}{\partial r}. \tag{7}
$$

Аналогично, подставляя (6) в каноническое общее уравнение (2), найдём частное уравнение Гельмгольца гибридной *EH*- электромагнитной волны для нормально намагниченного круглого гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$
\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)\frac{\partial E_Z}{\partial r} + \frac{b^2}{a^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_Z}{\partial \phi^2} + b^2 E_Z =
$$

$$=\left(\frac{1}{r}\frac{\gamma}{\omega\varepsilon'}\frac{b^2-a^2}{a^2}\frac{\partial}{\partial\phi}-\omega m\right)\frac{\partial H_z}{\partial r}-\frac{1}{r}\omega m H_z. \quad (8)$$

4. Частные уравнения Гельмгольца для нормально намагниченного эллиптического гиротропного волновода, учитывающие тепловые потери

В эллиптической системе координат коэффициенты Ламэ, символы Кристоффеля и дифференциальные операторы 1-го и 2-го порядков примут следующий вид:

$$\begin{cases} h_1 = h_2 = ed; \quad h_3 = 1; \\ \Gamma_{11}^1 = \Gamma_{21}^2 = \dfrac{sh2\xi}{2d^2}; \\ \Gamma_{12}^1 = \Gamma_{22}^2 = \dfrac{\sin(2\phi)}{2d^2}; \\ x_1 = \xi; \quad x_2 = \phi; \\ \nabla_1 = \dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial}{\partial x_1} = \dfrac{1}{ed}\dfrac{\partial}{\partial\xi}; \quad \nabla_2 = \dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{1}{ed}\dfrac{\partial}{\partial\phi}; \\ \delta_1 = \dfrac{1}{h_1}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2\right) = \dfrac{1}{ed}\left(\dfrac{\partial}{\partial\xi} + \dfrac{sh2\xi}{2d^2}\right); \\ \delta_2 = \dfrac{1}{h_2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1\right) = \dfrac{1}{ed}\left(\dfrac{\partial}{\partial\phi} + \dfrac{\sin(2\phi)}{2d^2}\right); \\ \Delta_{11} = \delta_1\nabla_1 = \dfrac{1}{h_1^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1} + \Gamma_{21}^2 - \Gamma_{11}^1\right)\dfrac{\partial}{\partial x_1} = \dfrac{1}{e^2d^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\xi^2}; \\ \Delta_{22} = \delta_2\nabla_2 = \dfrac{1}{h_2^2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2} + \Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2\right)\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{1}{e^2d^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\phi^2}; \\ \Delta_{12} = \dfrac{1}{h_1h_2}\dfrac{\partial}{\partial x_1}\dfrac{\partial}{\partial x_2} = \dfrac{1}{e^2d^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\xi\partial\phi}, \end{cases} \quad (9)$$

где e — фокусное расстояние эллипса; $d^2 = ch^2\xi - \cos^2\varphi$.

Подставляя (9) в каноническое общее уравнение (1) с последующим умножением результата подстановки на e^2d^2, определим частное уравнение Гельмгольца гибридной *HE*- электромагнитной волны для нормально намагниченного эллиптического гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$\frac{\mu_\parallel}{\mu}\frac{b^2}{a^2}\frac{\partial^2 H_Z}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 H_Z}{\partial\phi^2} +$$

$$+e^2d^2\left(c^2 + \frac{m}{\mu}\gamma\frac{\sin(2\phi)}{2ed^3}\right)H_z =$$

$$=\left(\frac{b^2-a^2}{a^2}\right)\frac{\gamma}{\omega\mu}\frac{\partial^2 E_z}{\partial\xi\partial\phi} + ed\frac{\omega\varepsilon' m}{\mu}\frac{\partial E_z}{\partial\xi}. \quad (10)$$

Подставляя (9) в каноническое общее уравнение (2) с последующим умножением результата подстановки на e^2d^2, определим частные уравнения Гельмгольца гибридной *EH*- электромагнитной волны для нормально намагниченного эллиптического гиротропного волновода, учитывающее тепловые потери

$$\frac{\partial^2 E_Z}{\partial\xi^2} + \frac{b^2}{a^2}\frac{\partial^2 E_Z}{\partial\phi^2}E_Z + b^2e^2d^2E_Z =$$

$$=\frac{\gamma}{\omega\varepsilon'}\left(\frac{b^2-a^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2 H_Z}{\partial\xi\partial\phi}H_z -$$

$$-\omega med\left(\frac{\partial}{\partial\xi} + \frac{sh2\xi}{2d^2}\right)H_z. \quad (11)$$

Заключение

Из канонических общих уравнений Гельмгольца гибридных *HE*- (1) и *EH*- электромагнитных волн (2), содержащих только продольные компоненты напряжённостей электрического и магнитного полей, для гиротропных нормально намагниченных волноводов с произвольными ортогонально-криволинейными формами поперечного сечения, учитывающих тепловые потери, определены следующие частные уравнения Гельмгольца:

1. Частные уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- (4) и *EH*- электромагнитных волн (5), учитывающие тепловые потери, для нормально намагниченного прямоугольного гиротропного волновода;
2. Частные уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- (7) и *EH*- электромагнитных волн (8), учитывающие тепловые потери, для нормально намагниченного круглого гиротропного волновода;
3. Частные уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- (10) и *EH*- электромагнитной волн (11), учитывающие тепловые потери, для

нормально намагниченного эллиптического гиротропного волновода.

Полученные частные уравнения Гельмгольца гибридных *HE*- и *EH*- электромагнитных волн, учитывающие тепловые потери, для нормально намагниченных гиротропных волноводов с прямоугольной (4) и (5), круглой (7) и (8), эллиптической (10) и (11) формами поперечного сечения позволяют поставить соответствующие задачи Дирихле. Последующее решение каждой из задач Дирихле определяют дисперсионные уравнения для этих волноводов, и даёт возможность проведения исследований основных параметров распространяющихся в них электромагнитных волн, таких как постоянная распространения, критические частота и длина волны, электрическое и магнитное поля.

Литература

1. *Özgür Ü., Alivov Y., Morkoç H.* Microwave ferrites, part 1: fundamental properties // Journal of Materials Science: Materials in Electronics. 2009. No. 20(9). Pp. 789–834.
2. *Harris V. G.* Modern Microwave Ferrites // IEEE Transactions on Magnetics. 2012. No. 48(3). Pp. 1075–1104.
3. *Бушкин С.С., Головин С.А., Сорока Н.Н.* Особенности разработки малогабаритных ФАР на ферритовых фазовращателях для беспилотных летательных аппаратов // Вестник концерна ВКО «Алмаз-Антей». 2020. № 1. С. 19–25.
4. *Гуськов А.Б., Михайлов Н.В., Страшинова А.Е., Чалых Д.В., Черникин Д.В.* Быстродействующие ферритовые фазовращатели типа Реджиа-Спенсера для современных ФАР // Антенны. 2021. №5. С. 27–36.
5. *Добисов В.И., Растворова Н.В., Рудакова А.М., Терехова О.М.* Нелинейные потери в циркуляторах // Антенны. 2021. №5. С. 73–78.
6. *Сковородников С., Семенов Д.* Особенности реализации технологии flip-chip при производстве СВЧ-приборов на примере ферритового SMD-циркулятора // Электроника. 2022. №7. С. 130–132.
7. *Устинов А., Кочемасов В., Хасьянова Е.* Ферритовые материалы для устройств СВЧ-электроники. Основные критерии выбора // Электроника: наука, технология, бизнес. 2015. №8. С. 86–92.
8. *Сул Г., Уокер Л.* Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах. Пер. с англ. 1955. 192 с.
9. *Лакс Б., Баттон К.* Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. Пер. с англ. // М.: Мир, 1965. 676 с.
10. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны // М.: Физматлит. 1994. 464 с.
11. *Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.* Современные методы проектирования линий передач и резонаторов сверх- и крайневысоких частот // М.: Педагогика-Пресс. 1998. 328 с.
12. *Итигилов Г. Б., Ширапов Д.Ш.* Канонические общие уравнения Гельмгольца нормально намагниченных гиротропных волноводов // Вестник Бурятского государственного университета «Математики, информатика». 2025. №1. С. 16–25.

Поступила 18 августа 2025 г.

English

PARTIAL HELMHOLTZ EQUATIONS OF GYROTROPIC WAVEGUIDES THAT TAKE INTO ACCOUNT HEAT LOSSES DURING NORMAL MAGNETIZATION

Garma Borisovich Itigilov — PhD in Engineering, Associate Professor, East Siberian State University of Technology and Management.
E-mail: gablz@mail.ru

Vyacheslav Alexandrovich Kravchenko — PhD in Engineering, Associate Professor, the Head of the Department, East Siberian State University of Technology and Management.

Dashadondok Shagdarovich Shirapov — Grand Dr. in Physics and Mathematics, Professor, East Siberian State University of Technology and Management.

Alexander Viktorovich Parfenov — Senior Lecturer, East Siberian State University of Technology and Management.

Address: 670013, Republic of Buryatia, Ulan-Ude, Klyuchevskaya str., 40B, building 1.

Abstract: From the experimental data available in the literature, it follows that the tangent of the dielectric loss angle of ferrites, depending on the material of manufacture, assumes significant values. This means that in any microwave devices, including gyrotropic waveguides, regardless of the direction of magnetization (longitudinal or transverse) relative to the propagation of electromagnetic waves in the waveguides, significant thermal losses occur. Therefore, for a more accurate theoretical analysis and subsequent calculation of various characteristics of electromagnetic waves propagating in gyrotropic waveguides, as well as the parameters of the waveguides themselves, specific Helmholtz equations for hybrid HE- and EH- electromagnetic waves are required for normally magnetized gyrotropic waveguides with rectangular, circular, and elliptical cross-sectional shapes, in order to subsequently pose and solve boundary value problems for these waveguides. In this work, based on the canonical general Helmholtz equations for hybrid HE- and EH- electromagnetic waves, defined only with respect to the transverse components of the electric and magnetic field strengths, for normally magnetized gyrotropic waveguides with arbitrary orthogonal-curvilinear cross-sectional shapes that account for thermal losses, the corresponding specific Helmholtz equations for hybrid HE- and EH- electromagnetic waves have been derived for gyrotropic waveguides with rectangular, circular, and elliptical cross-sectional shapes, which also account for thermal losses under normal magnetization. Defining the boundary conditions and formulating the corresponding boundary value problems for the obtained specific Helmholtz equations, followed by their solution, will allow finding the dispersion equations for normally magnetized gyrotropic rectangular, circular, and elliptical waveguides that account for thermal losses.

Keywords: complex dielectric constant, hybrid waves, waveguide, normal magnetization, magnetic permeability tensor, heat loss.

References

1. *Özgür Ü., Alivov Y., Morkoç H.* Microwave ferrites, part 1: fundamental properties. Journal of Materials Science: Materials in Electronics. 2009. No. 20(9). Pp. 789–834.
2. *Harris V. G.* Modern Microwave Ferrites. IEEE Transactions on Magnetics. 2012. No. 48(3).Pp. 1075–1104.
3. *Bushkin S.S., Golovin S.A., Soroka N.N.* Features of Developing Compact Phased Array Antennas Based on Ferrite Phase Shifters for Unmanned Aerial Vehicles. Vestnik kontserna VKO «Almaz-Antey». 2020. No. 1. Pp. 19–25.
4. *Gus'kov A.B., Mikhailov N.V., Strashinova A.E., Chalykh D.V., Chernikin D.V.* High-Speed Reggia-Spencer Type Ferrite Phase Shifters for Modern Phased Array Antennas. Antenny. 2021. No. 5. Pp. 27–36.
5. *Dobisov V.I., Rastvorova N.V., Rudakova A.M., Terekhova O.M.* Nonlinear Losses in Circulators. Antenny. 2021. No. 5. Pp. 73–78.
6. *Skovorodnikov S., Semenov D.* Implementation Features of Flip-Chip Technology in the Production of Microwave Devices Using the Example of a Ferrite SMD Circulator. Elektronika. 2022. No. 7. Pp. 130–132.
7. *Ustinov A., Kochemasov V., Khas'yanova E.* Ferrite Materials for Microwave Electronics Devices. Basic Selection Criteria. Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes. 2015. No. 8. Pp. 86–92.
8. *Suhl H., Walker L.* Topics in Waveguide Propagation of Electromagnetic Waves in Gyrotropic Media. Translated from English. 1955. 192 p.
9. *Lax B., Button K.J.* Microwave Ferrites and Ferrimagnetics. Translated from English. Moscow: Mir, 1965. 676 p.
10. *Gurevich A.G., Melkov G.A.* Magnetic Oscillations and Waves. Moscow: Fizmatlit. 1994. 464 p.
11. *Neganov V.A., Nefedov E.I., Yarovoi G.P.* Modern Methods for Designing Transmission Lines and Resonators for Super-High and Extremely High Frequencies. Moscow: Pedagogika-Press. 1998. 328 p.
12. *Itigilov G.B., Shirapov D.Sh.* Canonical General Helmholtz Equations for Normally Magnetized Gyrotropic Waveguides. Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta «Matematika, informatika». 2025. No. 1. Pp. 16–25.