

# Радиолокационные и радионавигационные системы

DOI 10.24412/2221-2574-2025-4-26-33

УДК 621.396.67

## АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЭТАЛОНА ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ ПРИЁМНОЙ СТАНЦИИ МНОГОПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ

**Ростокин Илья Николаевич**

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры управления и контроля в технических системах Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский Государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых».

*E-mail:* [rostockin.ilya@yandex.ru](mailto:rostockin.ilya@yandex.ru)

*Адрес:* 602264, Российская Федерация, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23.

**Аннотация:** В настоящее время перспективным направлением определения местоположения воздушных судов (ВС) и беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является применение многопозиционных систем наблюдения (МПСН). Определение местоположения основано на оценке разности времён прихода сигналов на разнесённых в пространстве позиций приёмных станций. Для функционирования многопозиционных систем наблюдения большое значение имеет синхронизация времени приёмных станций. В реальных условиях применения синхронизация эталонов времени и частоты осуществляется с помощью сигналов, приём которых выполняется совместно с шумами и помехами. Поэтому требуется разработка помехоустойчивых алгоритмов оценки параметров опорных генераторов и их синхронизация. В работе представлен синтезированный алгоритм оптимальной фильтрации параметров опорного генератора приёмной станции многопозиционной системы наблюдения. Результаты исследований характеристик синтезированного алгоритма, полученные методами имитационного статистического моделирования, продемонстрировали высокую точность оценивания переменных вектора состояния, а также хорошую сходимость оценок фильтрации, что свидетельствует о высокой эффективности разработанного алгоритма.

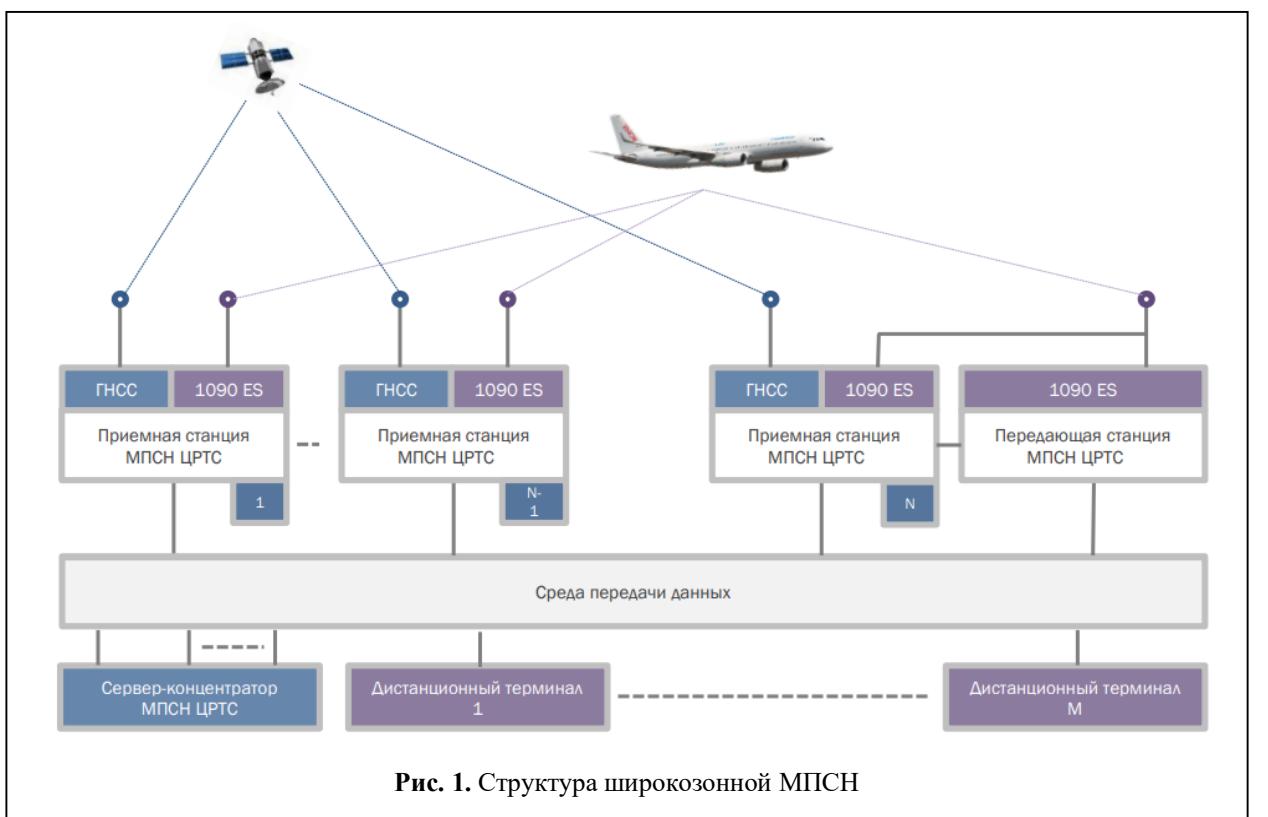
**Ключевые слова:** многопозиционная система наблюдения, приёмная станция, оптимальная фильтрация, смещение шкалы времени, синхронизация, местоположение, оценка, опорный генератор.

### Введение

Многопозиционная система наблюдения (МПСН) — одно из перспективных направлений развития систем вторичной радиолокации. Эта технология позволяет определять местоположение (МП) с использованием метода измерения разности времён прихода сигнала приёмоответчика объекта сигнала Time Difference of Arrival (TDOA), образованного моментами поступления сигнала в нескольких приёмных станциях Time of Arrival (TOA) [1, 2]. TDOA является дополнительным методом определения МП в совокупности с радиолокационным наблюдением [3]. При использовании метода TDOA для определения МП отсутствует необходимость в информации о моменте передачи сигнала. Для обработки сигна-

лов в центрах управления воздушным движением требуются соответствующие наземные приёмные станции и центральная станция обработки сигналов (сервер-концентратор).

Реализация технологии TDOA предполагает использование как минимум двух наземных приёмных станций для построения линии положения и не менее трёх приёмников для определения МП в горизонтальной плоскости. Определение координат ВС и БПЛА основывается на разностно-дальномерном методе навигационных определений. Координаты определяются по разностям моментов прихода сигнала в разнесённые приёмные пункты. Применение данного метода не требует знания момента излучения сигнала на борту ВС.



Согласно структуры широкополосной МПСН, основной составляющей системы является сеть наземного оборудования, включающая набор станций, находящихся во взаимодействии с объектом (целью), координаты которого определяются с заданной точностью (рис. 1) [4, 5].

Синхронизация времени имеет важнейшее значение для систем МПСН. Для определения МП приёмоответчика необходимо знать разницу времени между моментом прибытия сигнала на одну antennу системы и моментом прибытия этого сигнала на другую antennу TDOA. В МПСН синхронизация определяется как метод совместной увязки процессов цифрового преобразования сигналов, поступающих на каждую станцию.

По методу синхронизации приёмников МПСН делятся на системы единого времени и системы раздельного времени [1]. Системы раздельного времени могут быть синхронизуемы по приёмоответчику или по сигналам навигационных спутников глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), кото-

рые обладают высокостабильными атомными бортовыми эталонами времени и частоты, как показано на рис. 2 [1].

Цель работы — синтез и исследование характеристик алгоритма оценки ошибки синхронизации опорного генератора приёмной станции МПСН.

### Материалы и методы

Основное требование при разработке системы и синтезе алгоритмов обработки информации — это соответствие реальных характеристик расчётным значениям. Выполнение данного требования особенно актуально при воздействии шумов и помех на систему. Одним из эффективных способов обработки информации при наличии шумов является применение методов теории оптимальной фильтрации [6, 7].

В общем виде формулировка задачи оптимальной фильтрации выглядит следующим образом. При приёме сигналов наблюдения представляют собой реализации случайного процесса  $y(t)$ , который является детерминированной функцией от полезного сигнала  $s(t)$ .

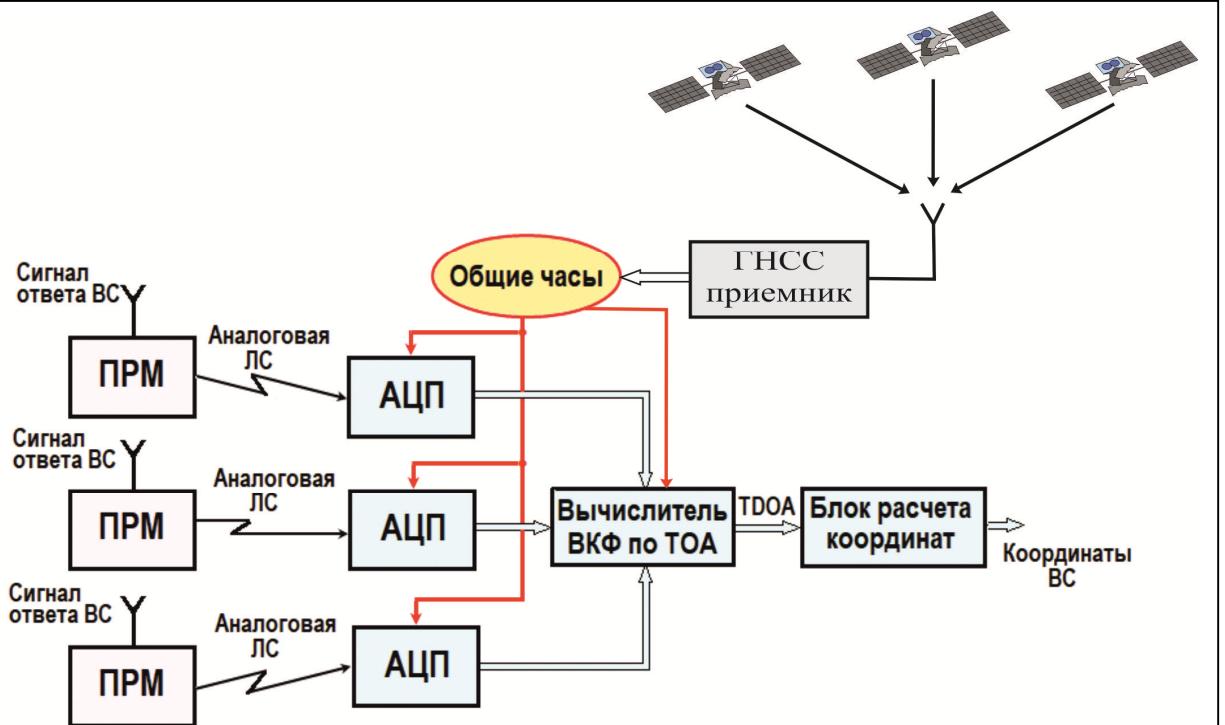


Рис. 2. Схема синхронизации MPSN по сигналам ГНСС спутников

Полезный сигнал является известной детерминированной функцией от вектора параметров состояния системы  $x(t)$ , управления  $u(t)$  и помехи (шума)  $n(t)$  [8, 9]:

$$y(t) = \Phi(s(t, x(t), u(t)), n(t)).$$

В данной постановке задачи считается, что известны априорные данные о наблюдаемом процессе  $y(t)$  [10, 11]:

1. Конкретный вид детерминированной функциональной зависимости  $\Phi(\bullet)$ , т.е. известен вид комбинирования сигнала и шума.
2. Сигнал  $s(t, x(t), u(t))$  является известной функцией аргументов  $t$ ,  $x(t)$ ,  $u(t)$ .
3. Известны априорные вероятностные характеристики случайного процесса  $x(t)$  и шума  $n(t)$ , в частности — спектральная плотность шума  $N$ . Априорные данные о  $x(t)$  и  $n(t)$  могут задаваться в виде многомерных плотностей вероятности или дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями (детерминированными или случайными).

### Уравнение динамики объекта

В теории оптимальной фильтрации уравнения наблюдения и динамики (сообщения) обычно задаются в векторной форме. Чаще всего уравнение динамики системы задаётся в виде дифференциального уравнения (системы дифференциальных уравнений) в непрерывном времени [10, 11]

$$\frac{dx(t)}{dt} = g(x(t), u(t)) + G_x n_x(t), \quad (1)$$

где  $x$  —  $n$ -мерный вектор переменных состояний объекта;  $g(x, u)$  —  $n$ -мерная функция, зависящая от  $x$  и от приложенного управления  $u$ ;  $G_x$  —  $n \times n$ -матрица;  $n_x(t)$  —  $n$ -мерный вектор белых гауссовских шумов (БГШ) с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционной функцией вида:

$$M\{n_x(t_1) \cdot n_x^T(t_2)\} = N_x \cdot \delta(t_2 - t_1),$$

где  $n_x$  — белый гауссовский шум (БГШ).

На значение вектора могут накладываться ограничения:  $u \in U$ .

### Уравнение наблюдения

В процессе навигационных измерений наблюдению доступны реализации случайного процесса  $y(t)$ , который является функцией от полезного сигнала, управляющего воздействия и шума. Уравнение наблюдения можно представить в виде [10, 11]

$$y(t) = s(t, x(t), u(t)) + n(t). \quad (2)$$

Располагая априорными сведениями и доступной непосредственному наблюдению реализацией процесса  $y(t)$  для каждого  $t \in [0, T]$  нужно сформировать апостериорную плотность вероятности  $p(t, x | y'_0)$ , позволяющую получить оценку  $\hat{x}(t)$  по заданному критерию оптимальности.

### Постановка задачи

В статье рассматривается задача оценки параметров синхронизации часов. Время, задаваемое часами приёмной станции (опорным генератором), отличается от системного на величину ухода шкалы  $\Delta$   $\Delta(t)$ , как показано на рис. 3:

$$t_n(t_c) = t_c - \Delta(t_c).$$

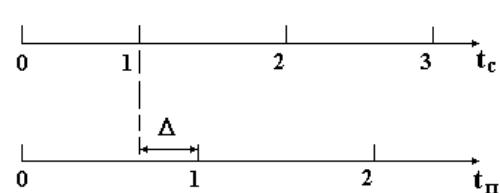


Рис. 3. Смещение шкалы времени

Применительно к условиям рассматриваемой задачи процесс динамики системы задан в виде векторно-матричного дифференциального уравнения вида:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + G_x n_x(t), \quad p_{pr}(x_o) = N(\mathbf{m}_{pr}, \mathbf{D}_{pr}),$$

где  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Delta \\ V_\Delta \end{pmatrix}$  — вектор состояния;

$$M\{\mathbf{n}_x(t_1) \mathbf{n}_x^T(t_2)\} = \mathbf{N}_x \delta(t_2 - t_1).$$

Уравнение наблюдений при решении задачи синхронизации имеет вид:

$$y(t) = H(t)x(t) + n(t),$$

где  $\mathbf{H}(t)$  —  $m \times n$ -матрица наблюдений, вектор-столбец аддитивных БГШ в каналах наблюдения размерности  $m$ , причём

$$M\{\mathbf{n}(t_1) \mathbf{n}(t_2)\} = \mathbf{N} \delta(t_2 - t_1).$$

Начальные значения составляющих вектора  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$  являются нормально распределёнными случайными величинами с известной априорной плотностью вероятности

$$p_{pr}(\mathbf{x}_0) = N\{\mathbf{m}_{pr}, \mathbf{R}_{pr}\} = \left[ (2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}_{pr}|^{1/2} \right]^{-1} \times \exp\left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{x}_0 - \mathbf{m}_{pr}]^T \mathbf{R}_{pr}^{-1} [\mathbf{x}_0 - \mathbf{m}_{pr}] \right\}.$$

Наблюдаемый процесс в рассматриваемой задаче также является гауссовским.

Уравнение динамики ошибки синхронизации (ухода шкалы времени опорного генератора) можно представим в виде

$$\begin{cases} \frac{d\Delta(t)}{dt} = V_\Delta(t), & \Delta(0) = \Delta_0, \\ \frac{dV_\Delta(t)}{dt} = -\alpha V_\Delta(t) + n_V(t), & V_\Delta(0) = V_{\Delta 0}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\alpha$  — известная ширина спектра флюктуаций;  $n_V(t)$  — формирующий БГШ с нулевым математическим ожиданием и известной односторонней спектральной плотностью  $N_V = 4\alpha(\delta f)^2$ ;  $\delta f$  — относительная нестабильность частоты опорного генератора.

Рассматриваемую систему (3) запишем в векторно-матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta}{dt} \\ \frac{dV_\Delta}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta(t) \\ V_\Delta(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{N_V}{2}} n_l(t) \end{pmatrix},$$

где  $n_l(t)$  — БГШ с нулевым математическим ожиданием и единичной спектральной плотностью.

Требуется получить оптимальную оценку вектора состояния  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Delta \\ V_\Delta \end{pmatrix}$ .

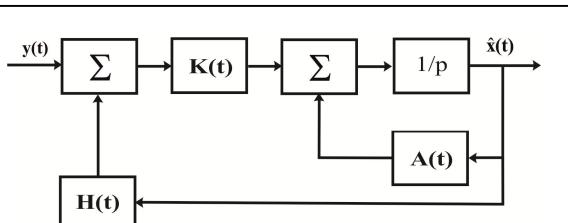


Рис. 4. Схема оптимальной следящей системы

#### Алгоритм оптимального оценивания

Линейная непрерывная фильтрация осуществляется в непрерывном времени. Уравнения оптимальной фильтрации параметров эталона времени и частоты имеют вид:

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A(t)\hat{x}(t) + K(t)(y(t) - H(t)\hat{x}(t)), \quad (4)$$

$$K(t) = R(t)H^T(t)N^{-1}(t). \quad (5)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = A(t)R(t) + R(t)A^T(t) - R(t)H^T(t)N^{-1}(t)H(t)R(t) + N_\lambda(t). \quad (6)$$

Выражение (4) является уравнением оптимальной оценки переменных вектора состояния, выражение (5) представляет собой уравнение для расчёта матричного коэффициента усиления, выражение (6) — это дифференциальное уравнение для апостериорной матрицы дисперсий ошибок фильтрации. Уравнение (6) является матричным уравнением Рикката и решается с начальным условием  $R(0) = R_{pr}$ .

Система уравнений оптимальной фильтрации (4)–(6) формируют оптимальную оценку по критерию минимума дисперсии ошибки фильтрации.

Уравнения (4)–(6) позволяют решать задачи нестационарной фильтрации и описывают линейную нестационарную следящую систему, структурная схема которой представлена на рис. 4, где  $K(t)$  коэффициент усиления следящей системы. Коэффициент усиления меняется во времени, в первую очередь, вследствие изменения апостериорной дисперсии, которая определяется уравнением Рикката (6).

Таким образом, построение системы обработки информации на основе линейной непре-

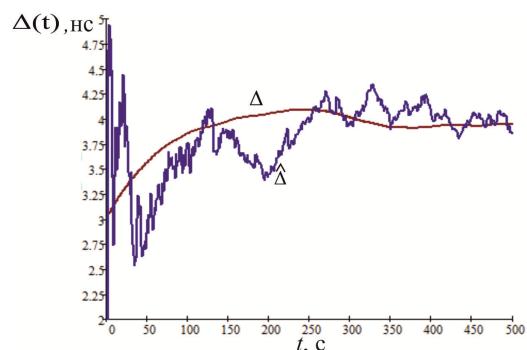


Рис. 5. Смещение шкалы времени и его оценка

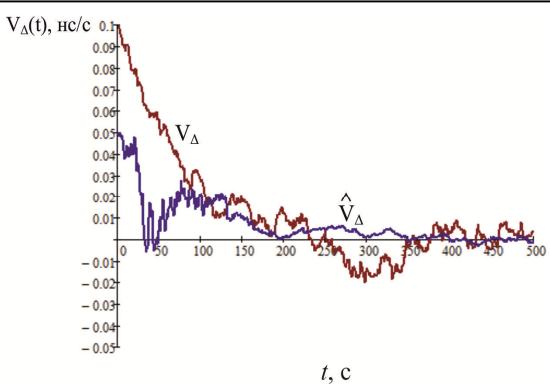


Рис. 6. Скорость смещения шкалы времени и её оценка

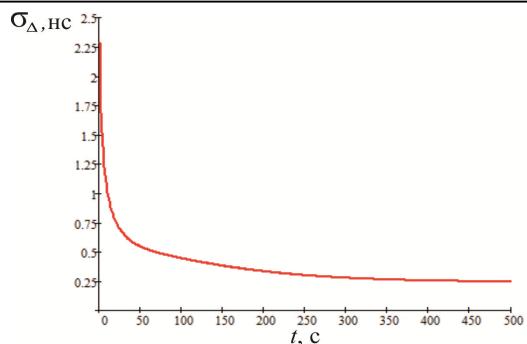


Рис. 7. Апостериорное СКО ошибки оценки смещения шкалы времени

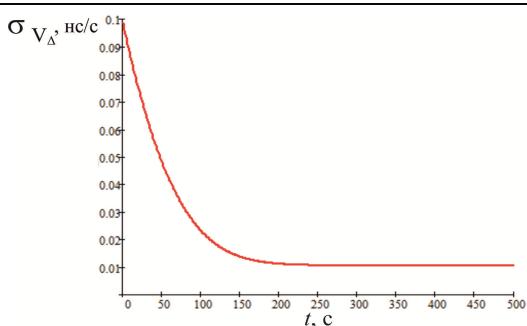


Рис. 8. Апостериорное СКО ошибки оценки скорости смещения шкалы времени

рывной фильтрации позволяет получить точные значения фильтруемых параметров эталона времени и частоты приёмной станции МПСН. Это определяется фундаментальным значением апостериорной плотности вероятности, которая сосредотачивает в себе всю имеющуюся на момент наблюдения  $t$  информацию о значениях процесса  $x$  и информацию о будущем процессе.

### Результаты исследований

Методами имитационного математического моделирования проводилось исследование разработанного алгоритма фильтрации параметров эталона времени и частоты приёмной станции МПСН. При моделировании задавались следующие значения среднеквадратических отклонений шумов:  $\sigma_D = N[1,1]^{1/2} = 3 \text{ м}$ ,  $\sigma_V = N[2,1]^{1/2} = 6 \cdot 10^{-11} \text{ с/с}$ .

На рис. 5–8 представлены результаты исследования характеристик разработанного алгоритма.

На рис. 5 представлены графики динамики процесса смещения шкалы времени и его оптимальной оценки, полученной с помощью синтезированного алгоритма. Анализ графиков показывает, что в процессе фильтрации оценка отслеживает смещение шкалы времени с погрешностью, определяемой уровнем шумов.

На рис. 6 представлены графики динамики процесса, характеризующего скорость смещения шкалы времени и его оптимальной оценки, полученные путём имитационного статистического моделирования. Анализ представленных результатов показывает достаточно высокую точность оценки фильтруемого процесса.

На рис. 7, 8 представлены графики зависимости апостериорных среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок оценивания смещения шкалы времени и скорости смещения шкалы времени. Так СКО ошибки оценки  $\sigma_d$  составило всего 0,2 нс. Анализ представленных зависимостей демонстрирует высокую точность оценивания и хорошую сходимость, что

свидетельствует о высокой эффективности разработанного алгоритма.

### Заключение

Многопозиционная система наблюдения является перспективным направлением развития систем вторичной радиолокации. Применение таких систем позволяет определять местоположение воздушных судов и беспилотных летательных аппаратов. Для многопозиционных систем наблюдения важнейшее значение имеет синхронизация времени эталонов времени и частоты наземных приёмных станций. Ввиду того, что синхронизация осуществляется сигналами, принимаемыми на фоне шумов и помех, требуется разработка помехоустойчивых алгоритмов. В работе предложен алгоритм оптимальной фильтрации параметров эталона времени и частоты приёмной станции многопозиционной системы наблюдения, синтезированный на основе методов теории оптимального оценивания. Представленные результаты исследования точностных характеристик синтезированного алгоритма, полученные методами имитационного статистического моделирования продемонстрировали высокую точность оценивания параметров эталона времени и частоты, а также хорошую сходимость оценок, что свидетельствует о высокой эффективности разработанного алгоритма.

### Литература

1. Барабицкий П.В., Волков С.И., Саягин А.В., Семенов С.А., Симановский А.В., Тоболов Ю.М. Многопозиционные системы наблюдения (МПСН/MLAT): учеб. пособие. М.: Институт аэронавигации, 2017. 312 с.
2. Болелов Э.А., Гевак Н.В., Кудинов А.Т., Лежсанкин Б.В., Ерохин В.В., Межсетов М.А. Системы наблюдения на воздушном транспорте. Конкретные средства наблюдения. Многопозиционные системы наблюдения. М.: ИД Академии Жуковского, 2023. 80 с.
3. Матвеев Б.В., Дубыкин В.П., Крюков Д.Ю., Курьян Ю.С., Саликов А.А. Измерение координат источников радиоизлучения многопозиционной пассивной разностно-дальномерной системой произвольной конфигурации // Вестник Воронежского

государственного технического университета. 2014. Т.15. №5. С. 114–119.

4. Денисенков Д.А., Жуков В.Ю. Закон распределения отражений от метеоцели как критерий её идентификации // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2025. №3. С. 5–10.

5. Пальгуев Д.А. Особенности вторичной и третичной обработки информации о воздушных объектах в многопозиционных пространственно-разнесённых некогерентных радиолокационных системах // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2024. №2. С. 52–58.

6. Yaro A., Sha'ameri A., Kamel N. Position Estimation Bias Analysis of a Multilateration System with a Reference Station Selection Technique. Advances in Electrical and Electronic Engineering. 2018. Vol. 16(3). Pp. 332–340.

7. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы; под ред. проф. В.В. Цветнова. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.

8. Прохоров А.В., Столяров Г.В., Бондарь Д.С. Анализ состояния и оценка возможности реализа-

ции средств многопозиционных систем наблюдения для аэродромных АС УВД // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2013. №193. С. 63–69.

9. Михеев М.Д., Мешалов Р.О. Многопозиционные системы наблюдения, как перспективные средства наблюдения в авиации // Актуальные проблемы и перспективы развития радиотехнических и инфокоммуникационных систем "РАДИОИНФОКОМ-2021": Сб. научн. статей V межд. научно-практич. конф., Москва, 15–19 ноября 2021 г. М.: МИРЭА, 2021. С. 95–97.

10. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для студентов вузов радиотехн. специальностей, 2-е изд., испр. М.: Радио и связь, 2004. 608 с.

11. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993. 464 с.

Поступила 23 августа 2025 г.

English

## ALGORITHM FOR OPTIMAL FILTERING OF TIME AND FREQUENCY REFERENCE PARAMETERS OF A RECEIVING STATION OF A MULTILATERATION SYSTEM

Ilya Nikolaevich Rostokin — Grand Dr. in Engineering, Professor, Department of Monitoring and Control in Engineering Systems, Murom Institute (branch) of the "Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs".

E-mail: [rostokin.ilya@yandex.ru](mailto:rostokin.ilya@yandex.ru)

Address: 602264, Russian Federation, Vladimir region, Murom, Orlovskaya st. 23.

**Abstract:** A promising approach for determining the location of aircraft and unmanned aerial vehicles is the use of a multilateration system (MLAT). This system determines location by estimating the difference in signal arrival times at spatially separated receiving stations. For an MLAT to function effectively, the time and frequency references of its ground receiving stations must be synchronized. In real-world applications, this synchronization must be achieved using signals received alongside noise. Consequently, there is a need to develop noise-immune algorithms for estimating the parameters of reference oscillators and synchronizing them. The purpose of this article is to synthesize and analyze the performance of an algorithm for estimating the synchronization error of an MLAT receiving station's reference oscillator. This paper proposes an algorithm for the optimal filtering of a receiving station's time and frequency reference parameters, synthesized using optimal estimation theory. A system of optimal filtering equations generates an estimate that is optimal by the criterion of minimizing the estimation error variance. Based on this algorithm, a tracking system structure has been developed to solve linear non-stationary filtering problems. The proposed information processing system, which employs linear continuous filtering, enables precise determination of the filtered time and frequency reference parameters. This precision is determined by the fundamental properties of the posterior probability density function, which captures all available information about the values of the process being estimated at the time of observation. The performance of the developed filtering algorithm for the MLAT receiving station's time and frequency reference was studied using statistical simulation methods. Graphs of the posterior standard deviations for the time scale offset and time scale drift rate estimation errors are presented; the estimation error is only 0.2 ns. Thus, the results of the accuracy analysis for the syn-

thesized filtering algorithm demonstrate its high precision in estimating the time and frequency reference parameters, as well as good estimate convergence, confirming the algorithm's high efficiency.

**Keywords:** three-band microwave radiometric complex, external calibration using a noise generator, calibration system antenna.

### **References**

1. *Barabitsky P.V., Volkov S.I., Sayapin A.V., Semenov S.A., Simanovsky A.V., Tobolov Yu.M.* Multilateration surveillance systems (MLAT): Textbook. Moscow: Institute of Air Navigation, 2017. 312 p.
2. *Bolelov E.A., Gevak N.V., Kudinov A.T., Lezhankin B.V., Erokhin V.V., Mezhetov M.A.* Aircraft surveillance systems. Specific surveillance means. Multilateration surveillance systems. Moscow: Zhukovsky Academy Publishing House, 2023. 80 p.
3. *Matveev B.V., Dubykin V.P., Kryukov D.Yu., Kuryan Yu.S., Salikov A.A.* Measuring the coordinates of radio emission sources by a multilateration passive difference-range measuring system of arbitrary configuration. Bulletin of the Voronezh State Technical University. 2014. Vol. 15. No. 5. Pp. 114–119.
4. *Denisenkov D.A., Zhukov V.Yu.* The law of distribution of reflections from a meteorological target as a criterion for its identification. Radio Engineering and Telecommunication Systems. 2025. No. 3. Pp. 5–10.
5. *Palguev D.A. et al.* Features of secondary and tertiary processing of information about aerial objects in multi-position spatially spaced incoherent radar systems. Radio Engineering and Telecommunication Systems. 2024. No. 2. Pp. 52–58.
6. *Yaro A., Sha'ameri A., Kamel N.* Position Estimation Bias Analysis of a Multilateration System with a Reference Station Selection Technique. Advances in Electrical and Electronic Engineering. 2018. Vol. 16(3). Pp. 332–340.
7. *Kondratiev V.S., Kotov A.F., Markov L.N.* Multilateration radio-technical systems. Edit. by prof. *V.V. Tsvetnov*. Moscow: Radio i Svyaz', 1986. 264 p.
8. *Prokhorov A. V., Stolyarov G.V., Bondar D.S.* Analysis of the state and assessment of the possibility of implementing Multilateration surveillance systems for airfield automated control systems. Nauchnyi Vestnik MGTU GA. 2013. No. 193. Pp. 63–69.
9. *Mikheev M.D., Meshalov R.O.* Multilateration surveillance systems as promising means of surveillance in aviation. Actual problems and prospects for the development of radio engineering and infocommunication systems "RADIOINFOCOM-2021": Collection of scientific articles at the international scientific and practical conference, Moscow, Nov. 15–19, 2021. Moscow: MIREA, 2021. Pp. 95–97.
10. *Tikhonov V.I., Kharisov V.N.* Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems: a textbook for students of higher education institutions majoring in radio engineering, – 2nd ed., corrected. Moscow: Radio i svyaz, 2004. 608 p.
11. *Yarlykov M.S., Mironov M.A.* Markov theory of estimation of random processes. Moscow: Radio i svyaz, 1993. 464 p.