

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ  
БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ  
ДАНЫМ ПРИЁМНИКОВ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ**

**Ростокина Елена Анатольевна**

кандидат технических наук, доцент кафедры управления и контроля в технических системах Муромского института<sup>1</sup> (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.

E-mail: [arostokina@yandex.ru](mailto:arostokina@yandex.ru)

**Арефьев Роман Олегович**

кандидат технических наук, доцент кафедры авиационного радиоэлектронного оборудования Иркутского филиала<sup>2</sup> Московского Государственного Технического Университета Гражданской Авиации.

E-mail: [aqua160905@mail.ru](mailto:aqua160905@mail.ru)

**Ерохин Вячеслав Владимирович**

доктор технических наук; профессор кафедры авиационного радиоэлектронного оборудования Иркутского филиала<sup>2</sup> Московского Государственного Технического Университета Гражданской Авиации.

E-mail: [Ww\\_erohin@mail.ru](mailto:Ww_erohin@mail.ru)

<sup>1</sup>Адрес: 602264, Российская Федерация, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23.

<sup>2</sup>Адрес: 664047, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Коммунаров, д. 3.

*Аннотация:* Технологии формирования 3D-изображения играют важную роль в авиации, электроэнергетике, водном хозяйстве, строительной инженерии, транспорте и других важных инженерных приложениях. При прокладке линий электропередачи, дорожном строительстве через реки, горные районы и другие особые местности использование автоматизированных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) требует высокоточного определения координат в пространстве. Высокоточное определение местоположения БПЛА может быть обеспечено применением глобальных спутниковых радионавигационных систем (ГЛОНАСС, GPS, Beidou, Galileo). В статье представлены результаты статистического анализа погрешностей определения координат БПЛА по экспериментальным данным приёмников спутниковой навигации (ПСН). Установлены некоторые закономерности погрешностей определения координат, которые носят случайный характер, на основании регистрации, систематизации и обработки результатов измерений. Рассмотрены вероятностные характеристики погрешностей определения координат, построены двумерная плотность вероятности и эллипс погрешностей. Приведены результаты корреляционно-регрессионного анализа наблюдаемых случайных величин, рассчитаны и построены гистограммы, корреляционные функции погрешностей определения пространственных и плановых координат БПЛА.

*Ключевые слова:* беспилотный летательный аппарат, координаты, эмпирические данные, статистический анализ, корреляционный анализ, регрессионный анализ, гистограмма, корреляционная функция, погрешности, плотность вероятности, эллипс погрешностей.

### **Введение**

Современные БПЛА имеют простую структуру и состав, их можно широко использовать в аэрокосмической, трёхмерной фотографии, экологическом обнаружении и других областях что, несомненно, открывает широкие промышленные перспективы. В частности, технология БПЛА образует уникальную си-

стему фотосъёмки, которая может получать полную информацию об объекте с высокой эффективностью и низкой стоимостью, продукты съёмки и картографирования, которые сочетаются с фактическими условиями на местности. Все это способствует тому, что технология формирования 3D-изображения играет важную роль в авиации, электроэнерге-



Рис. 1. Размещение БПЛА и ATGM336H в точке базиса

тике, водном хозяйстве, строительной инженерии, транспорте и других важных инженерных приложениях. Все это способствует тому, что технология формирования 3D-изображения играет важную роль в авиации, электроэнергетике, водном хозяйстве, строительной инженерии, транспорте и других важных инженерных приложениях.

Однако при прокладке линий электропередачи, дорожном строительстве через реки, горные районы и другие особые местности при использовании автоматизированных БПЛА предъявляются высокие требования к точности определения координат в пространстве [1, 2].

В настоящее время высокоточное определение местоположения БПЛА может быть обеспечено применением глобальных спутниковых радионавигационных систем (ГНСС) ГЛОНАСС, GPS, Beidou, Galileo. В то же время, реальные условия эксплуатации БПЛА могут быть таковы, что ГНСС не будут обеспечивать выполнение требований непрерывного и достоверного получения высокоточной координатно-временной информации. В ряде работ [3, 4, 5] исследование характеристик БПЛА выполнялось методами имитационного математического моделирования. На основе выше-

перечисленного, актуальными представляются исследования фактической (реальной) точности определения местоположения БПЛА в ожидаемых условиях эксплуатации.

Для оценки реальной точности определения местоположения БПЛА приёмника спутниковой навигации (ПСН) необходимо провести сравнение координат, полученных при решении навигационной задачи, с истинными координатами, которые известны с геодезической точностью, и выполнить статистический анализ погрешностей.

Цель работы — статистический анализ погрешностей координатно-временного обеспечения БПЛА по экспериментальным данным ПСН для определения вероятностных характеристик случайных процессов на основании регистрации, систематизации и обработки результатов измерений.

### Постановка задачи

В процессе исследований ставится задача проведения экспериментов и регистрации результатов, их обработки, и принятия соответствующих решений. Применительно к БПЛА, необходимо оценить величину погрешностей определения координат. В случае случайных процессов необходима статистическая обработка результатов эксперимента с проведением проверки статистических гипотез. По условиям эксперимента известны истинные координаты точки местоположения, которые имеют геодезическую привязку. В этой точке размещался БПЛА DJI Air 2S и приёмник ГНСС ATGM336H, как показано на рис. 1. Характеристики аппаратуры приведены в [6, 7]. На ос-

Таблица 1

Широта	Долгота	Дата	Время	Абсолютная высота	Горизонтальный ГФ	Пространственный ГФ
...	...	...	...	...	...	...

нове результатов, представленных в [8, 9], экспериментальные данные содержат запись выборочных реализаций случайных процессов конечной длительности, представляемых в виде таблицы (пример – таблица 1). Описание методики проведения эксперимента приведено в [10].

Основная задача исследований заключается в получении оценки основных неизвестных характеристик процесса путём статистической обработки экспериментальных данных, которые содержат измерения координат БПЛА.

### Материалы и методы

Для проведения статистического анализа погрешностей определения координат БПЛА по экспериментальным данным ПСН в работе используются методы математической статистики, которые позволяют устанавливать закономерности случайных процессов на основании регистрации, систематизации и обработки результатов наблюдений или измерений.

Абсолютная погрешность  $\Delta$  представляет собой алгебраическую разность между истинным  $x_{ист}$  и измеренным  $x_{изм}$  значением параметра:

$$\Delta = x_{изм} - x_{ист}. \quad (1)$$

В математической статистике применяются оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины  $X$ . Получение оценок этих величин на основе  $N$  независимых измерений случайной величины  $X$  заключается в том, что в качестве оценок берутся выборочное среднее  $m_x^*$  и выборочная дисперсия  $D_x^*$  [11, 12, 13], т.е.

$$\hat{m}_x = m_x^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2)$$

$$\hat{D}_x = D_x^* = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_i - m_x^*)^2. \quad (3)$$

Здесь через  $\hat{m}_x$  и  $\hat{D}_x$  обозначены оценки, соответственно, математического ожидания и дисперсии случайной величины  $X$ . В математической статистике основной характеристи-

кой центра группирования значений наблюдаемого процесса является  $\hat{m}_x$ . Эмпирическая (выборочная) дисперсия  $D_x^*$  рассматривается как приближённое значение теоретической дисперсии, а эмпирическое (выборочное) среднеквадратическое отклонение (СКО) рассчитывается по формуле:

$$\hat{\sigma}_x = \sigma_x^* = \sqrt{D_x^*} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_i - m_x^*)^2}. \quad (4)$$

Представленные характеристики степени рассеивания  $D_x^*$  и  $\sigma_x^*$  дают представление о величине отклонения элемента выборки от центра группирования. Применение выборочного СКО  $\sigma_x^*$  для характеристики степени отклонения измеренных величин  $x_1, x_2, \dots, x_N$  от среднего значения  $\hat{m}_x$  в ряде случаев оказывается более удобным, т. к. имеет ту же размерность, что и характеристики центра группирования, и, соответственно, случайная величина.

Для количественной оценки выборочной дисперсии в случае известного математического ожидания по временным отсчётам, взятым из реализации через одинаковый интервал времени  $\Delta$ , рекомендуется применять выражение:

$$D_N = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (x(k\Delta) - m_x)^2. \quad (5)$$

Процедура расчёта математического ожидания реализуется путём арифметического осреднения множества значений полученной

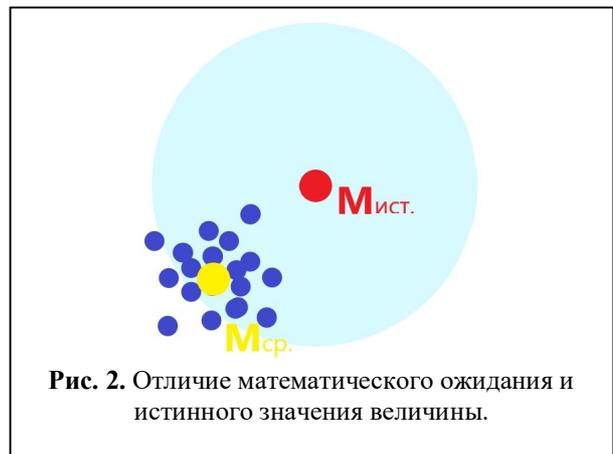


Рис. 2. Отличие математического ожидания и истинного значения величины.

выборки. Данное множество значений группируется в некоторой области, при этом среднее значение будет считаться математическим ожиданием, даже если оно не совпадает с истинным значением оцениваемого параметра, как показано на рис. 2.

Фактическая точность определения характеризуется значением средней квадратичной погрешности (СКП). Оценка СКП координат ПСН осуществлялась по формуле [10]:

$$\sigma_{x0}^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_i - x_0)^2}, \quad (6)$$

где  $N$  — число измерений;  $x_i$  — измеренное приёмником на  $i$ -м шаге значение координаты;  $x_0$  — истинные значения координаты приёмника.

### Корреляционный и регрессионный анализ

В процессе корреляционного анализа выявляются взаимосвязи между двумя параметрами и определяется количественная оценка степени неслучайности их совместного изменения [14]. При оценке зависимости сечений стационарной случайной функции широко применяют нормированную корреляционную функцию (КФ), которая определяется следующим образом [11]:

$$\rho_x(t_1, t_2) = \frac{R_x(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)}.$$

Нормированная КФ стационарной случайной функции представляет собой неслучайную функцию аргумента  $\tau$  [11]:

$$\rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)}.$$

По известной КФ можно вычислить нормированную КФ, абсолютная величина которой не превышает 1. При оценке КФ по временным отсчётам,  $x_1, x_2, \dots, x_N$  применим выражение [15]:

$$R_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - m_x)(x_{i+k} - m_x), \quad (7)$$

где  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $m_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ .

Для определения взаимосвязи между параметрами используется коэффициент взаимной корреляции двух сигналов, который можно вычислить на основе известной формулы и стандартной процедуры MathCad  $corr(x, y)$ :

$$r = \frac{\sum_{i=0}^N (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x)^2} \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (y_i - m_y)^2}}. \quad (8)$$

Уравнение линейной регрессии, выглядит следующим образом:

$$Y = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} X + \left( \bar{Y} - r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \bar{X} \right).$$

Введём условные математические ожидания:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_x &= m_{y/x} = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - m_x) \text{ и} \\ \bar{X}_y &= m_{x/y} = m_x + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (Y - m_y). \end{aligned} \quad (9)$$

Это уравнения регрессии, отражающей изменение средней одной из случайных величин в зависимости от другой величины.

### Оценка неизвестной плотности вероятности

При статистическом анализе по выборке экспериментальных данных требуется получить оценку неизвестной плотности вероятности  $p(x)$  случайной величины  $s$  по её измеренным значениям  $s_1^N = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$  [11]. Если принять частоты попадания случайной величины в заданный интервал за вероятность  $p_i$ , то рассчитанные значения вероятности попадания случайной величины в интервалы группирования представляются графически в виде ступенчатой кривой, называемой гистограммой [11]. Для построения эмпирической (или выборочной) функции плотности  $p^*(x)$  применяют предварительно сгруппированные данные и полагают

$$p^*(x) = \frac{v_{k(x)}}{n \cdot \Delta_{k(x)}}, \quad (10)$$

где  $k(x)$  — порядковый номер интервала группирования, в котором принадлежит точка  $x$ ;  $v_{k(x)}$  — число наблюдений, попавших в этот интервал;  $\Delta_{k(x)}$  — длина интервала.

### Эллипс погрешностей

Эмпирические данные представляют собой координаты местоположения БПЛА, измеренные в ПСН с погрешностями. В предположении, что эти ошибки являются совместно гауссовскими, получим двумерное нормальное распределение величин  $X$  и  $Y$  (ошибок определения координат БПЛА), которое имеет плотность вероятности вида [11]:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \times \left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2r\frac{(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right], \quad (11)$$

где  $m_x, m_y$  — математические ожидания;  $\sigma_x, \sigma_y$  — СКО ошибок определения координат;  $r$  — коэффициент корреляции ошибок.

С целью получения аналитического выражения условной плотности вероятности реализуем ряд математических процедур, в частности, определим одномерную плотность вероятности  $p(x)$  одной из величин через двумерную плотность:

$$p(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \times \left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2r\frac{(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right] dy.$$

Введём новую переменную интегрирования  $v = \frac{y-m_y}{\sigma_y}$ , тогда  $dy = \sigma_y dv$ . Обозначив

$$u = \frac{x-m_x}{\sigma_x}, \text{ получим:}$$

$$p(x) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sqrt{1-r^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \times [u^2 + v^2 - 2ruv]\right] dv.$$

Прибавляя и вычитая величину  $r^2 u^2$  в показателе степени (под знаком экспоненты), имеем:

$$p(x) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sqrt{1-r^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \times [(v-ru)^2 + u^2(1-r^2)]\right] dv = \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{2\pi\sigma_x\sqrt{1-r^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(v-ru)^2}{2(1-r^2)}\right] dv.$$

Введём новую переменную  $z = \frac{v-ru}{\sqrt{1-r^2}}$ , тогда

$dv = \sqrt{1-r^2} dz$ . В результате получим:

$$p(x) = \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{2\pi\sigma_x} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Интеграл в правой части равен  $\sqrt{2\pi}$  [16]. Вновь выражая  $u$  через  $x$ , окончательно получим:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (12)$$

Для двумерного распределения совместно нормальных случайных величин одномерные плотности вероятностей являются нормальными. Запишем выражение для условной плотности вероятности любой из величин  $Y, X$ :

$$p(y/x) = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_x e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}[u^2+v^2-2ruv]}}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2} e^{-\frac{u^2}{2}}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}[u^2+v^2-2ruv]} \frac{u^2(1-r^2)}{2(1-r^2)}}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}} = \\
 &= \frac{e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}[v^2-2ruv+r^2u^2]} \frac{1}{2(1-r^2)}[v-ru]}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}}.
 \end{aligned}$$

Окончательно получим

$$p(y/x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{y-m_y-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)}{\sigma_y\sqrt{1-r^2}}\right]^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}}. \quad (13)$$

Таким образом, с учётом (12) и (13) выражение для двумерной плотности вероятности совместно гауссовских случайных ошибок определения координат (11) представим в виде:

$$\begin{aligned}
 p(y,x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \times \\
 &\times \frac{e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{y-m_y-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)}{\sigma_y\sqrt{1-r^2}}\right]^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}} = \\
 &= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y-m_y-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)}{\sigma_y^2(1-r^2)}\right]^2}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим методику анализа точностных характеристик с использованием соотношения (14), при этом будем использовать понятие равновысотных контуров, соответствующих эллипсам равной вероятности. Плотность вероятности имеет одинаковое значение во всех точках эллипса, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y-m_y-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)}{\sigma_y^2(1-r^2)} = C^2. \quad (15)$$

Приводя (15) к стандартной форме записи уравнения эллипса и в результате этого получая явные выражения для величин осей эллип-

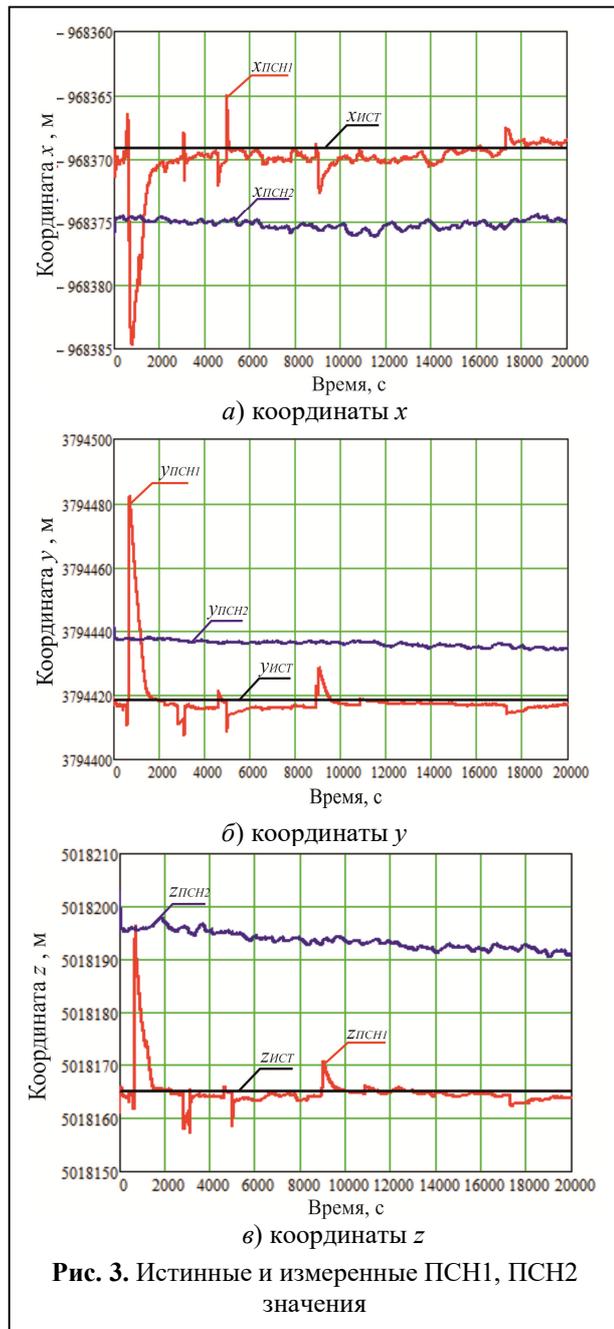


Рис. 3. Истинные и измеренные ПСН1, ПСН2 значения

са (зависят от параметров  $\sigma_x, \sigma_y, r, C$ ), имеем следующие исходные соотношения:

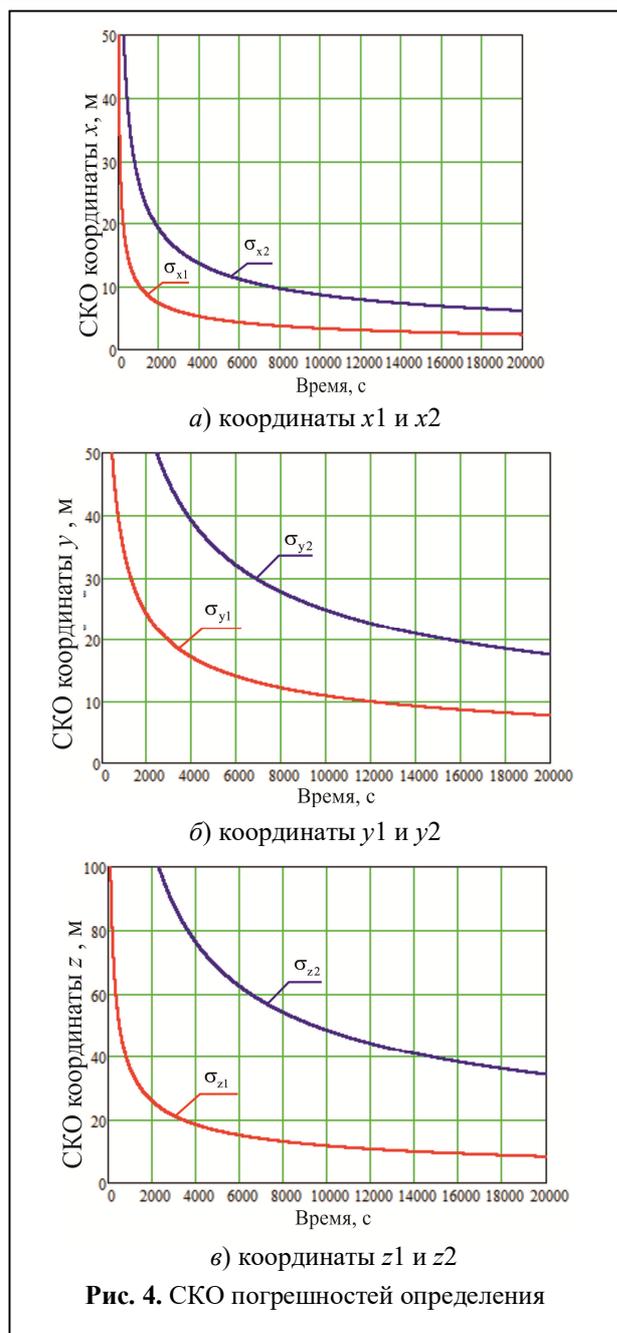
$$x(t) = m_x + \sigma_x \cdot C \cdot \cos(t), \quad (16)$$

$$y(t) = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) + \sigma_y C \sqrt{1-r^2} \sin(t). \quad (17)$$

$$f(z) = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (z - m_x), \quad (18)$$

$$z \in [m_x - 2,5\sigma_x; m_x + 2,5\sigma_x].$$

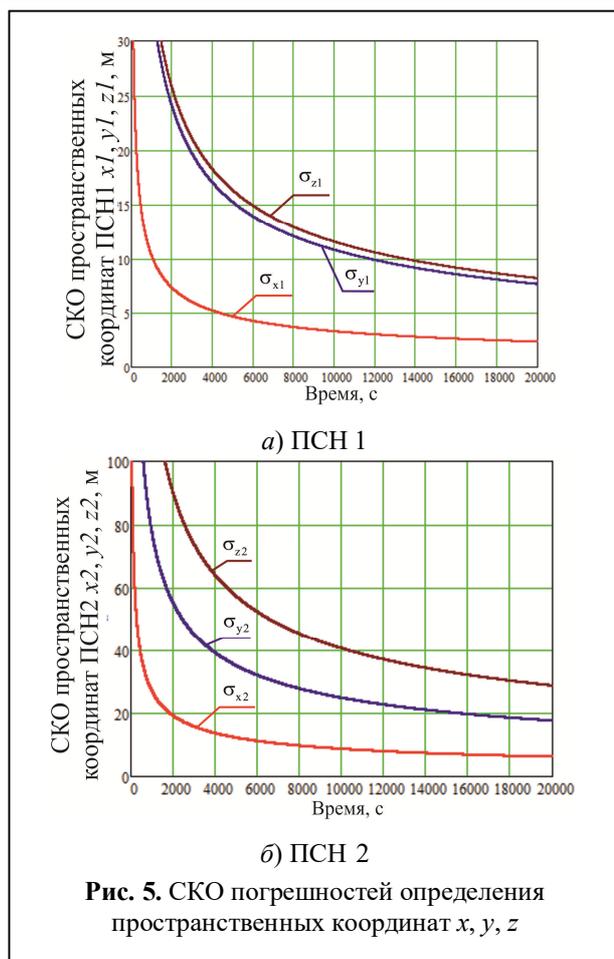
Выражения (16), (17) в параметрической



форме задают эллипс, соотношение (18) — линию среднеквадратической регрессии, позволяющую оценить величину  $y$  через  $x$  по критерию минимума СКО [11, 17, 18].

#### Результаты исследований

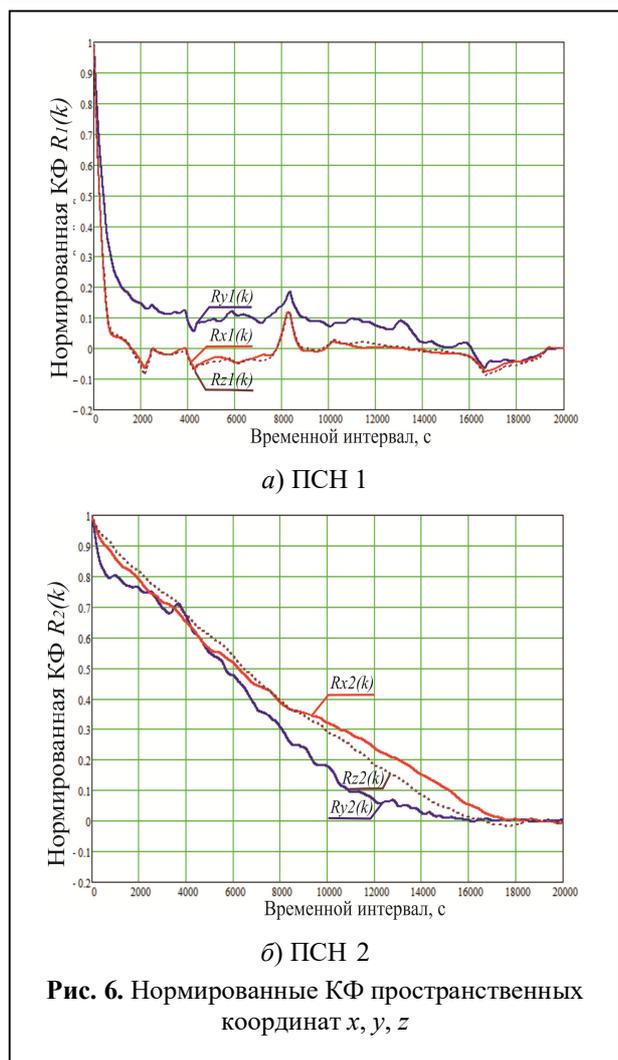
Экспериментальные данные представляют собой запись выборочных реализаций случайных процессов конечной длительности  $T = 20\,000$  сек, которые содержат измерения



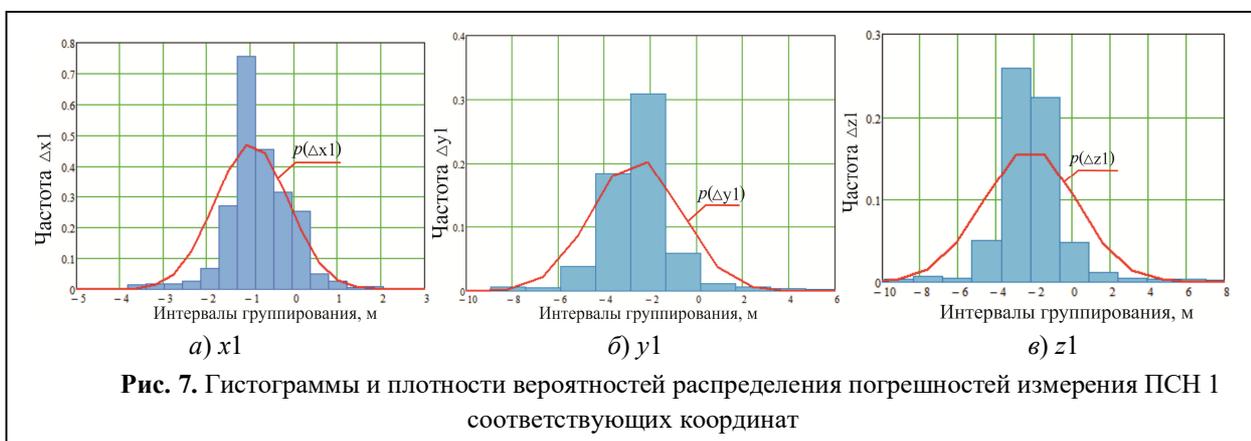
координат БПЛА.

В ходе статистической обработки данных были рассчитаны: выборочные средние координат БПЛА, выборочные дисперсии относительно математического ожидания; выборочные дисперсии относительно истинных значений координат; выборочные СКО математического ожидания; выборочные СКО относительно истинных значений координат; коэффициенты корреляции.

На рис. 3, а), б), в) представлены графики измеренных координат ПСН1 (АТGM336Н) и ПСН2 (DJI Air 2S), а также их истинные значения. На рис. 4 а), б), в) представлены графики выборочных СКО определения координат  $x, y, z$  по данным ПСН1 и ПСН2. Сравнительный анализ графиков СКО позволяет сделать вывод о том, что погрешности определения координат ПСН1 меньше, чем аналогичные погрешности ПСН2. На рис. 5, а) и б) представлены



графики выборочных СКО погрешностей определения координат  $x, y, z$  по данным. На основе анализа данных можно сделать вывод о том, что определение координат  $x, y$  выполняется с большей точностью по сравнению с вертикальной координатой  $z$  и согласуются с теор-



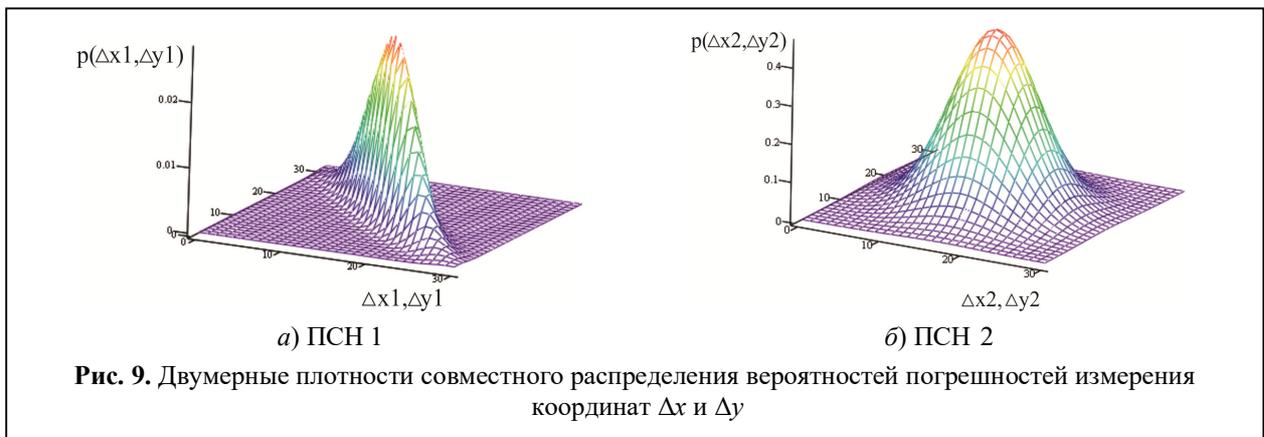
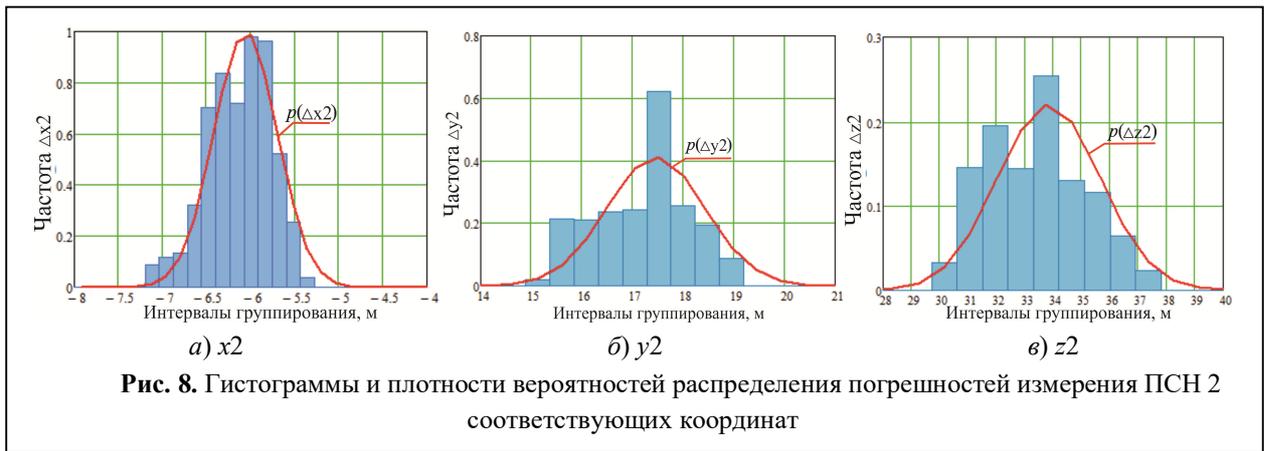
ретическими данными о том, что точность определения плановых координат в ГНСС выше, чем вертикальной составляющей.

На рис. 6, а) и б) представлены графики нормированных КФ координат  $x, y, z$ . Сравнительный анализ КФ показывает, что степень корреляции измеренных координат ПСН2 выше, чем у ПСН1.

На рис. 7 а), б), в) представлены гистограммы погрешностей определения координат ПСН1. На рис. 8, а), б), в) представлены гистограммы погрешностей определения координат ПСН2. На рис. 7 и рис. 8 также отображены аппроксимирующие их плотности вероятностей. В результате аппроксимации произведено сопоставление полученных гистограмм с графиками известных теоретических распределений и по схожести их вида сделан вывод о том, что гауссовское распределение является наиболее подходящим

На рис. 9, а) и б) представлены графики двумерных плотностей совместного распределения вероятностей погрешностей измерения координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , которые соответствуют нормальному закону и представляют собой совместную плотность распределения вероятности случайных погрешностей определения плановых координат.

На рис. 10, а) и б) представлены двумерные плотности вероятностей в виде контурных линий на плоскости, наглядно демонстрирующие изменение вероятностей погрешностей определения координат в виде карты цветов радуги. Линия, соответствующая постоянному значе-

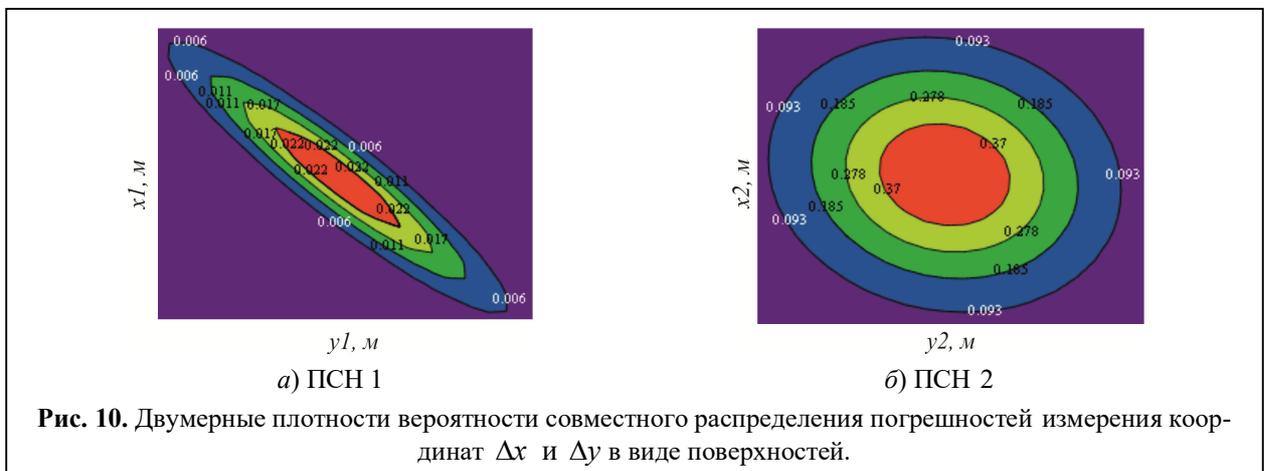


нию двумерной плотности вероятности ошибки определения местоположения БПЛА, представляет собой эллипс. Это значит, что точность определения местоположения по осям системы координат оказывается различной. Ориентация большой полуоси эллипса показывает направление, в котором точность будет наихудшей.

На рис. 11 а) и б) представлены эллипсы

погрешностей и линии регрессии погрешностей определения координат в ПСН1 и ПСН2.

Анализ эллипсов погрешностей позволяет сделать вывод о том, что координаты центра эллипса равны математическим ожиданиям ошибок, т.е. систематическим компонентам ошибок, которые влияют на положение центра эллипса относительно начала координат.



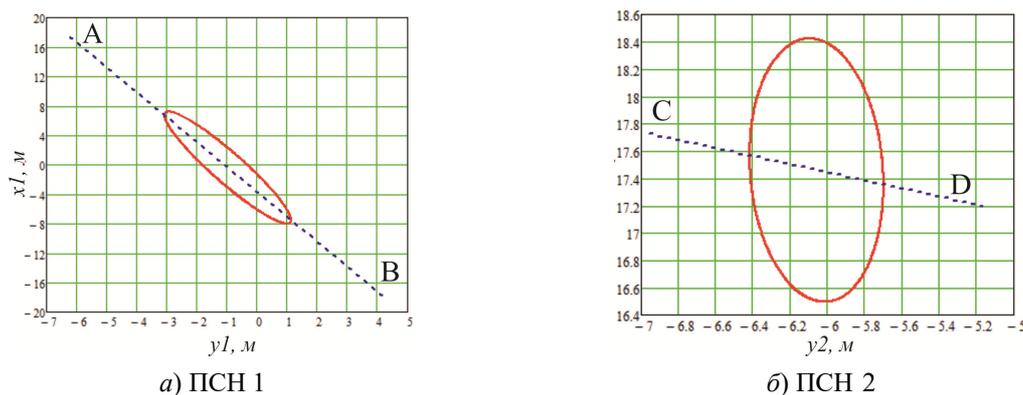


Рис. 11. Эллипс погрешностей координат  $\Delta x$  и  $\Delta y$  и линия регрессии: АВ и CD — линии регрессии.

### Заключение

Высокоточное определение местоположения БПЛА обеспечивается применением ГНСС. При этом, актуальными представляются исследования фактической (реальной) точности определения местоположения БПЛА по данным ГНСС в ожидаемых условиях эксплуатации. В статье представлены результаты исследования статистических характеристик реальных погрешностей определения координат БПЛА, полученных путём сравнения измеренных значений по данным ГНСС при решении навигационной задачи с истинными координатами. На основании обработки результатов измерений статистический анализ погрешностей определения координат БПЛА по экспериментальным данным ПСН позволил установить закономерности случайных процессов. Двумерное распределение соответствует нормальному закону и представляет собой совместную плотность распределения вероятности погрешностей определения плановых координат, каждая из которых имеет нормальный закон распределения. Получены линии регрессии погрешностей определения плановых координат в ПСН. Сравнительный анализ графиков СКО позволяет сделать вывод о том, что погрешности определения координат ПСН1 меньше, чем аналогичные погрешности ПСН2. Представлены графики нормированных пространственных координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  по данным ПСН1 и ПСН2. На основе анализа экспериментальных данных можно сделать вывод о том, что определение

плановых координат  $x$ ,  $y$  выполняется с большей точностью по сравнению с вертикальной координатой  $z$ . Полученные экспериментальные результаты согласуются с теоретическими данными о том, что точность определения плановых координат в ГНСС выше, чем вертикальной составляющей. Представленные результаты имеют важный практический смысл и могут быть использованы для прогнозирования фактической точности оценки координат БПЛА в ожидаемых условиях применения.

### Литература

1. Ma W.A., Li Y.Y., Sun H., Chen X.Q., Xie C.R. Application of UAV technology in highway engineering construction management // Highway, 2021. Vol. 5. Pp. 78–79.
2. Ye G., Xie Y.X., Zhang H.C., Cong F.L. Application of drone technology in the field of construction engineering // Intelligent City. 2021. Vol. 2. Pp. 213–217.
3. Шейников А.А., Коваленко А.М., Санько А.А. Точность определения координат беспилотного летательного аппарата с навигационным комплексом, включающим оптико-электронную систему позиционирования // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2023. Т. 26. №1. С. 81–94.
4. Андронов В.Г., Чуев А.А., Князев А.А. Определение и оценка уровня отклонений беспилотных летательных аппаратов от заданной траектории по изображениям подстилающей поверхности // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. 2022. Т. 12. №1. С. 129–144.
5. Старовойтов Е.И., Руссанов В.И. Навигационное обеспечение БПЛА для выполнения облётных радиотехнических измерений в условиях го-

родской и промышленной застройки // Радиостроение. 2022. №2. С. 1–15.

6. *Характеристики дрона DJI Air 2S*. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.dji.com/ru/air-2s/specs> (Дата обращения: 02.10.2024)

7. *Скрытник О.Н., Арефьев Р.О.* Характеристики точности мультисистемных GPS/GLONASS/Beidou приемников // Авиационный вестник. 2020. №3. С. 26–31.

8. AIRDATA UAV. Управление данными дронов и анализ полёта [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://app.airdata.com/main?a=home> (Дата обращения: 02.10.2024)

9. DatCon. Документация [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://datfile.net/DatCon/intro.html> (Дата обращения: 02.10.2024).

10. *Арефьев Р.О., Ерохин В.В., Караченцев В.А.* Исследование фактических точностных характеристик приёмника спутниковой навигации БПЛА на основе натурного эксперимента // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации: Сборник трудов XI Международной научно-практической конференции, Иркутск, 13–14 октября 2022 года. Том 2. С. 8–14.

11. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем : учеб. пособие для студентов вузов радио-

техн. специальностей, 2-е изд., испр. М: Радио и связь, 2004. 608 с.

12. *Протасов К.В.* Статистический анализ экспериментальных данных. М.: МИР, 2005. 142 с.

13. *Цыбрий И. К.* Статистическая обработка экспериментальных данных. Ростов-на-Дону: Донской государственной технической университет, 2010. 146 с.

14. *Сенникова А.Е., Бондарь А.М.* Корреляционно-регрессионный анализ эффективности использования основных производственных фондов // Заметки учёного. 2020. № 5. С. 161–164.

15. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника, М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

16. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1965. 407 с.

17. *Степанов О. А.* Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Изд. 3-е, испр. и доп. СПб.: Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор», 2017. 509 с.

18. *Тюрин Д.В., Шишанов С.В., Воронкова А. А.* Повышение точности оценки координат в системах радиосвязи с двойной поляризацией. // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2024. №1, С. 41–50.

Поступила 28 ноября 2024 г.

English

## STATISTICAL ANALYSIS OF ERRORS IN DETERMINING THE COORDINATES OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE BASED ON EXPERIMENTAL DATA FROM SATELLITE NAVIGATION RECEIVERS

**Elena Anatoljevna Rostokina** — PhD in Engineering, Associate Professor, Department of Monitoring and Control in Engineering Systems, Murom Institute<sup>1</sup> (branch) of the “Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs”.

E-mail: [arostokina@yandex.ru](mailto:arostokina@yandex.ru)

**Roman Olegovich Arefyev** — PhD in Engineering, Associate Professor, Department of Aviation Radioelectronic Equipment, Irkutsk branch<sup>2</sup> of the Moscow State Technical University of Civil Aviation.

E-mail: [aqua160905@mail.ru](mailto:aqua160905@mail.ru)

**Vyacheslav Vladimirovich Erokhin** — Grand Dr. in Engineering, Professor, Department of Aviation Radioelectronic Equipment, Irkutsk branch<sup>2</sup> of the Moscow State Technical University of Civil Aviation.

E-mail: [Ww\\_erohin@mail.ru](mailto:Ww_erohin@mail.ru)

<sup>1</sup>Address: 602264, Russian Federation, Vladimir region, Murom, Orlovskaya str., 23.

<sup>2</sup>Address: 664047, Russian Federation, Irkutsk, Kommunarov st., 3.

**Abstract:** 3D imaging technologies play an important role in aviation, electric power engineering, water management, civil engineering, transport and other important engineering applications. When laying power lines, road construction across rivers, mountainous areas and other special areas, the use of automated unmanned aerial vehicles (UAVs) requires high-precision determination of coordinates in space. High-precision determination of the UAV location can be ensured by using global satellite radio navigation systems (GLONASS, GPS, Beidou, Galileo). The article presents the results of statistical analysis of errors in determining UAV co-

ordinates based on experimental data from satellite navigation receivers (SNR). Some patterns of coordinate determination errors, which are random in nature, are established based on registration, systematization and processing of measurement results. Probabilistic characteristics of coordinate determination errors are considered, a two-dimensional probability density and an error ellipse are constructed. The results of the correlation-regression analysis of the observed random variables are presented, histograms and correlation functions of errors in determining the spatial and horizontal coordinates of the UAV are calculated and constructed.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, coordinates, empirical data, statistical analysis, correlation analysis, regression analysis, histogram, correlation function, errors, probability density, error ellipse.

### References

Ma W.A., Li Y.Y., Sun H., Chen X.Q., Xie C.R. Application of UAV technology in highway engineering construction management. Highway, 2021. Vol. 5. Pp. 78–79.

Ye G., Xie Y.X., Zhang H.C., Cong F.L. Application of drone technology in the field of construction engineering. Intelligent City. 2021. Vol. 2. Pp. 213–217.

3. Sheinikov A.A., Kovalenko A.M., Sanko A.A. Accuracy of determining the coordinates of an unmanned aerial vehicle with a navigation system including an optical-electronic positioning system. Scientific Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation. 2023. Vol. 26, No. 1. Pp. 81–94.

4. Andronov V.G., Chuev A.A., Knyazev A.A. Determination and assessment of the level of deviations of unmanned aerial vehicles from a given trajectory based on images of the underlying surface. Bulletin of the South-West State University. Series: Management, computing, informatics. 2022. Vol. 12, No. 1. Pp. 129–144.

5. Starovoytov E. I., Russanov V.I. Navigation support for UAVs for performing flyby radio measurements in urban and industrial development conditions. Radio engineering. 2022. No. 2. Pp. 1–15.

6. DJI Air 2S Drone Specifications [Electronic source]. URL: <https://www.dji.com/ru/air-2s/specs> (Access date: 02.10.2024).

7. Skripnik O.N., Arefyev R.O. Accuracy characteristics of multisystem GPS/GLONASS/Beidou receivers. Aviation Bulletin. 2020. No. 3. Pp. 26–31.

8. AIRDATA UAV. Drone Data Management and Flight Analysis [Electronic source]. URL: <https://app.airdata.com/main?a=home> (Access date: 02.10.2024).

9. DatCon Documentation [Electronic source]. URL: <https://datfile.net/DatCon/intro.html> (Access date: 02.10.2024).

10. Arefyev R.O., Erokhin V.V., Karachentsev V.A. Study of the actual accuracy characteristics of the UAV satellite navigation receiver based on a full-scale experiment. Actual problems and prospects for the development of civil aviation: Collection of works of the XI International scientific and practical conference. Irkutsk, October 13–14, 2022. Vol. 2. Pp. 8–14.

11. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems: a textbook for students of higher education institutions majoring in radio engineering. 2nd ed., corrected. Moscow: Radio i svyaz, 2004. 608 p.

12. Protasov K.V. Statistical analysis of experimental data. Moscow: MIR, 2005. 142 p.

13. Tsybriy I.K. Statistical processing of experimental data. Part 1. Rostov-on-Don: Don State Technical University, 2010. 146 p.

14. Sennikova A.E., Bondar A. M. Correlation and regression analysis of the efficiency of using fixed production assets. Zametki uchenogo. 2020. No. 5. Pp. 161–164.

15. Tikhonov, V.I. Statistical radio engineering, Moscow: Radio i svyaz', 1982. 624 p.

16. Bronstein, I.N. Semendyaev K.A. Handbook of Mathematics. Moscow, Nauka, 1965. 407 p.

17. Stepanov, O. A. Fundamentals of Estimation Theory with Applications to Problems of Processing Navigation Information. Vol. Part 1. 3rd ed., corr. and ext. St. Petersburg: Concern "Central Research Institute "Elektropribor", 2017. 509 p.