### DOI 10.24412/2221-2574-2024-4-34-44

УДК 621.396.96: 623.4.027

# РАЦИОНАЛЬНЫЙ ВЫБОР ТРАЕКТОРИИ НАВЕДЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА НАЗЕМНУЮ ЦЕЛЬ ПО ДАННЫМ БОРТОВОГО РАДИОЛОКАТОРА С ЦИФРОВЫМ СИНТЕЗИРОВАНИЕМ АПЕРТУРЫ АНТЕННЫ В ПЕРЕДНЕЙ ЗОНЕ ОБЗОРА

## Детков Александр Николаевич

доктор технических наук, профессор, заместитель начальника подразделения ФАУ «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем». *E-mail*: <u>detkov@gosniias.ru</u>

Адрес: 125167, Российская Федерация, г. Москва, ул. Викторенко, д. 7.

Аннотация: Для наведения беспилотного летательного аппарата на наземную цель по данным бортового радиолокатора с цифровым синтезированием апертуры антенны в передней зоне обзора предложена модель функции радиолокационного рельефа на основе аппарата скрытых марковских цепей. Представлена усовершенствованная модель заданной траектории полёта и углового положения фазового центра антенны радиолокатора относительно неподвижной наземной цели при полёте беспилотного летательного аппарата в турбулентной атмосфере. Показано, что наведение на наземную цель по оптимальной траектории по критерию экономичности требует изменения угла наблюдения цели по линейному закону и выдерживания постоянной угловой скорости линии визирования.

*Ключевые слова*: беспилотный летательный аппарат, наземная цель, радиолокатор с цифровым синтезированием апертуры антенны в передней зоне обзора, модель функции радиолокационного рельефа на основе аппарата скрытых марковских цепей, траектория наведения в турбулентной атмосфере.

### Введение

Бортовые радиолокаторы с цифровым синтезированием апертуры антенны (ЦРСА) [1-3] способные вести радиолокационную съёмку в реальном масштабе времени на борту беспилотного летательного аппарата (БЛА) при ориентации в пространстве оси синтезированной диаграммы направленности антенны (СДН) в направлении полёта позволяют существенно расширить тактические области применения БЛА. С помощью таких РСА стало возможным высокоточное наведение БЛА на радиолокационно-контрастные объекты в интересах ликвидации чрезвычайных ситуаций с высоким риском для жизни экипажа пилотируемых авиационных средств; при наведении средств пожаротушения на очаги пожара в условиях радиационного или химического заражения, а также при решении других задач народного хозяйства в любых метеоусловиях, днём и ночью [4-6].

Однако желаемый эффект улучшения разрешения по азимуту при использовании ЦРСА достигается лишь в том случае, если БЛА движется под достаточно большим углом к линии визирования наземной цели (НЦ) по криволинейной траектории и характеризуется интенсивно нарастающей боковой перегрузкой по мере приближения к цели [5, 7]. В то же время для наилучшего наведения линия пути БЛА должна совпадать с линией визирования (ЛВ) на НЦ [8], т.к. при полёте по криволинейной траектории возрастает расход энергии, затрачиваемой на управление БЛА. С другой стороны сохранение нулевого текущего промаха приводит к тому, что угловая скорость ЛВ должна стремиться к нулю, а это существенно ухудшает разрешающую способность ЦРСА по азимуту.

Такая ситуация является следствием того, что при попытке нахождения компромисса в обеспечении противоречивых требований использовались традиционные подходы к формированию радиолокационного изображения (РЛИ) местности и объектов не по направлению полёта БЛА, а в переднебоковой зоне обзора. Всё это не позволяло удовлетворить противоречащим друг другу требованиям обеспечения требуемой линейной разрешающей способности по азимуту, точности и экономичности наведения в условиях реальных ограничений на располагаемые поперечные перегрузки БЛА.

Бистатическое синтезирование апертуры антенны по направлению полёта БЛА имеет довольно много преимуществ перед моностатическим синтезированием, поэтому широко освещёно в литературе [8–12]. Однако такой режим работы ЦРСА БЛА накладывает на практике и определённые сложности в его реализации из-за временной синхронизации пространственно-разнесённых позиций [12].

Цель работы: рациональный выбор такой траектории наведения БЛА на НЦ, при которой сохраняется линейная разрешающая способность бортовой ЦРСА в передней зоне обзора с учётом минимизации затрат на управление и уменьшение текущего промаха по мере подлёта к границе рубежа конечного наведения.

# Математическая модель радиолокационного рельефа земной поверхности для ЦРСА в передней зоне обзора

Одна из актуальных проблем при решении задач радиовидения по направлению полёта БЛА заключается в формировании РЛИ земной поверхности – достижении максимально точного восстановления радиолокационного рельефа (РЛР) при заданном критерии качества в реальном (квазиреальном) масштабе времени [7].

Традиционные алгоритмы синтеза апертуры (прямой и быстрой свертки, гармонического анализа) являются алгоритмами согласованной обработки траекторного сигнала [1, 2, 7]. Согласованный фильтр оптимален по критерию максимума отношения сигнал/шум на выходе и инвариантен по отношению сигнал/шум на входе. При малом отношении сигнал/шум это можно рассматривать как достоинство, а при большом – как недостаток, препятствующий достижению высокой разрешающей способности, а, следовательно, и качества изображения [12]. Синтез алгоритмов обработки траекторного сигнала методами марковской теории фильтрации [13, 14] позволяет получить искомую оценку функции РЛР  $\hat{e}(x)$  по критерию минимума среднего квадрата ошибки (СКО) непосредственно, не прибегая к отысканию в явном виде импульсной характеристики h(x) оптимального восстанавливающего фильтра ЦРСА, которая определяется как решение интегрального уравнения Винера — Хопфа [15], что для нестационарного случая представляет значительные трудности.

При этом в работах [16–18] при синтезе алгоритмов использовалась тривиальная дискретная модель нормального некоррелированного случайного процесса с дисперсией, пропорциональной удельной эффективной поверхности рассеяния. Однако при этом не учитывались флуктуации амплитуды отражённого сигнала от элемента разрешения за интервал синтезирования. Дисперсия функции РЛР  $D_{ej}$ 

определялась по формуле [12, 19]

$$D_{ej} = \frac{N(j\Delta y)}{\Delta y}, \ j = \overline{1, J}, \qquad (1)$$

где  $N(j\Delta y)$  — переменная спектральная плотность некоторой плавно меняющейся функции, описывающей макроструктуру зондируемой поверхности; *J* — конечное число элементов РЛР в разрешаемой полоске дальности, разделённых постоянным интервалом  $\Delta y = y_j - y_{j-1}$ , равным потенциальной разрешающей способности по азимуту  $\delta y$ .

Из результатов экспериментов по определению статистических характеристик РЛР различной по текстуре земной поверхности в разных диапазонах ЭМВ видно, что имеются устойчивые корреляционные связи между элементами РЛР в разрешаемых полосках дальности [12, 20–22]. Качественный анализ этих связей показывает, что для описания статистических характеристик РЛР необходимо использовать стохастические дифференциальные уравнения не ниже второго порядка. Это обстоятельство позволило успешно применить методы марковской теории к непосредственной фильтрации РЛР вне зависимости от ракурса наземной цели [23, 24].

Функция РЛР, несущая информацию о геометрических и электрических свойствах поверхности, в общем случае зависит от длины волны, поляризации излучаемых ЭМВ, углов наблюдения и времени. Математическое описание функции РЛР связано с решением уравнений Максвелла, описывающих дифракцию ЭМВ на облучаемой поверхности. Получить строгое решение этой задачи даже для поверхностей с известными геометрическими и электрическими характеристиками практически невозможно [22].

Однако при заданных поляризации и углах наблюдения и без учёта изменения отражающих свойств поверхности на интервале синтезирования функция РЛР

разрешаемой полоски дальности  $\dot{e}(y)$  представляет собой непрерывный случайный процесс и имеет смысл случайной комплексной функции коэффициентов переотражения (эффективных высот) [12].

Распределение функции РЛР можно аппроксимировать моделью гауссовских смесей [25], так как для большинства практических случаев РЛР можно представить как совокупность «блестящих» точек и случайного шероховатого фона (отражения от однородной подстилающей поверхности и воздействия аддитивного шума) (рис. 2). В дальнейшем обозначим  $\dot{e}(y)$  случайную функцию РЛР в разреша-



**Рис.** 1. Геометрия формирования траекторного сигнала: кривая 1 — модуль функции РЛР  $|\dot{e}(x)|$  разрешаемой полоски дальности; кривая 2 — след диаграммы направленности реальной антенны

(ДНА) ЦРСА;  $OO_{6\pi a}$  — высота фазового центра антенны РСА; **V**<sub>п</sub> — вектор путевой скорости БЛА;  $R_{\mu}(t)$  — текущая дальность от точечного отражателя (разрешаемой полоски дальности) до фазового центра реальной антенны ЦРСА;  $\psi_a(t)$  — угол между осью  $OX_g$  и

осью ДНА, который определяется законом управления ДНА;  $\beta_{\rm II}(t) = \beta_{\rm H}$  — угол наблюдения — угол между вектором путевой скорости V<sub>II</sub> БЛА и направлением на точечный отражатель;  $\varphi$  — угловое положение линии визирования НЦ;  $\psi_V(t)$  — путевой угол БЛА; х, у, z — текущие координаты БЛА и  $x_{\rm II}$ ,  $y_{\rm II}$  — координаты точечного отражателя  $O_{\rm II}(x_{\rm II}, y_{\rm II}, 0)$  в нормальной земной системе координат  $OX_gY_gZ_g$ 

> емой полоске дальности. Гауссовская модель смеси для  $\dot{e}(y)$  имеет дискретную случайную переменную состояния *S*, которая принимает *M* состояний с вероятностью состояния *P<sub>s</sub>(m)*,  $m = \overline{1,M}$  (например, если M = 2, то m = 1 аддитивный шум от однородной шероховатой поверхности, m = 2 — «блестящие» точки). При учёте S = m функция плотности вероятности (ФПВ) от  $\dot{e}(y)$  является гауссовской с математическим ожиданием  $\mu_m$  и дисперсией  $D_m$  (рис. 3).

> В общем случае, модель гауссовской смеси состоит из двух элементов: переменной состо-

# К юбилею Учёного



**Рис. 2**. Пример РЛИ *Р*-диапазона, соответствующее функции РЛР — совокупности однородного шероховатого фона и «блестящих» точек

яния *S* с вероятностью состояния  $P_s(m)$  и условных гауссовских ФПВ  $f_{E|S}(e|S=m)$ ,  $m = \overline{1, M}$ . Таким образом, общая ФПВ  $\dot{e}(y)$  определяется как



$$f_E(\dot{e}) = \sum_{m=1}^{M} P_s(m) f_{E|S}(\dot{e}|S=m) , \qquad (2)$$

где

$$f_{E|S}(\dot{e}|S=m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_m}} \exp\left\{-\frac{(e-\mu_m)^2}{2D_m}\right\}.$$

Предположим, что S(j) – дискретный конечномерный условный марковский процесс, смена состояний которого может происходить только в фиксированных точках координаты *y*:  $y_j = y_0 + j\Delta y$ . Процесс S(j) можно считать условной марковской цепью с матрицей вероятностей переходов [25]

$$\Pi(j-1,j) = \left\{ \pi_{j,j-1}^{(mn)} \right\} = \left\{ P\left(S^{(m)}(y_j) \middle| S^{(n)}(y_{j-1}) \right) \right\},$$
  
$$n,m = \overline{1,M} .$$
(3)

При учёте того, что по условию задачи непосредственно наблюдается непрерывный процесс  $\dot{e}(y)$ , выражения (1)–(3) описывают СММ этого процесса, а ненаблюдаемый процесс S(j) представляет собой скрытую марковскую цепь (СМЦ) [25].

Таким образом, СММ процесса  $\dot{e}(y)$  характеризуется следующими параметрами:

1) вектором вероятностей начального состояния  $\mathbf{P}(0) = \{P_m(0)\} = \{P(s_m | j = 0)\};$ 

2) матрицей вероятностей переходов  $\Pi(j-1,j)$ ;

3) математическим ожиданием  $\mu_{mj}$  и дисперсией  $D_{mj}$  процесса  $\dot{e}(y)$  при условии, что  $s_j = m$ .

Эти параметры участвуют в формировании модели функции РЛР разрешаемой полоски дальности.

Анализ результатов экспериментов [20–22] и выражение (3) дают основание записать априорное уравнение функции РЛР разрешаемой полоски дальности в виде стохастического дифференциального уравнения (СДУ) [25]

$$\frac{\dot{e}(y)}{dy} = \dot{v}(y),$$

$$\frac{\dot{v}(y)}{dy} = -2\alpha_{m}\dot{e}(y) - \chi_{m}^{2}v(y) + \qquad (4)$$

$$+\sqrt{4\alpha_{m}\chi_{m}^{2}D_{m}}\dot{n}(y), y \in \overline{-L_{c}/2, L_{c}/2},$$

где  $\alpha_m$ ,  $\chi_m^2$  — коэффициенты, определяющие статистические свойства элемента разрешаемой полоски дальности;  $\dot{n}$  — комплексный белый гауссовский шум (БГШ) с известными характеристиками:  $\mathbf{M}\{\dot{n}\}=0$ ,  $\mathbf{M}\{\dot{n}(y)\dot{n}^+(y+\tau)\}=\delta(\tau)$ ;  $\mathbf{M}\{\cdot\}$  — операция усреднения по множеству реализаций;  $\delta(\tau)$  —  $\delta$ -функция; «+» — знак комплексного сопряжения.

Функция РЛР  $\dot{e}(y)$  и её производная  $\dot{v}(y)$ в (4) участвуют в формировании вектора состояния

$$\dot{\mathbf{E}}(x,y) = \begin{bmatrix} \dot{e}_1(y) & \dot{v}_1(y) & \cdots & \dot{e}_i(y) & \dot{v}_i(y) & \cdots \\ \dot{e}_I(y) & \dot{v}_I(y) \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

где  $\dot{e}_i(y) = \dot{e}(x, y_i); \dot{v}_i(y) = \dot{v}(x, y_i); y_i$  — координата разрешаемой полоски дальности по оси 0*Y*,  $i = \overline{1, I}$ , *I* — конечное число разрешаемых полосок дальности в полосе захвата РСА  $\Delta X = I \Delta x$ ,  $\Delta x$  — ширина разрешаемой полоски дальности по координате 0*X*, *T* — знак транспонирования.

С учётом (5) перепишем (4) в векторном виде:

$$\frac{d}{dy}\dot{\mathbf{E}}(y) = \mathbf{A}_{m}\dot{\mathbf{E}}(y) + \mathbf{G}_{m}\dot{\mathbf{N}}_{e}(y), \qquad (6)$$

где матрицы  $\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} a_{k_1,k_2} \end{bmatrix}$  и  $\mathbf{G}_m = \begin{bmatrix} g_{k_1,k_2} \end{bmatrix}$ имеют отличные от нуля элементы:

$$a_{1,2} = a_{3,4} = a_{5,6} = \dots = a_{I-1,I} = 1;$$
  

$$a_{2,1} = a_{4,3} = a_{6,5} = \dots = a_{2I,2I-1} = -2\alpha_m;$$
  

$$a_{2,2} = a_{4,4} = a_{6,6} = \dots = a_{I,I} = \chi_m^2;$$
  

$$g_{2,2} = g_{4,4} = g_{6,6} = \dots = g_{2I,2I} = \sqrt{4\alpha_m \chi_m^2 D_m};$$

 $\dot{\mathbf{N}}_{e}$  — вектор формирующих комплексных БГШ с известными характеристиками:  $\mathbf{M}\{\dot{\mathbf{N}}_{e}\} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{M}\{\dot{\mathbf{N}}_{e}(y)\dot{\mathbf{N}}_{e}^{H}(y+\tau)\} = \mathbf{I}\delta(\tau); \quad \mathbf{I}$ — единичная матрица; H — операция эрмитова сопряжения.

Уравнение (6) может быть представлено в статистически эквивалентной форме в виде разностного уравнения с шагом дискретизации  $\Delta y$ :

$$\dot{\mathbf{E}}_{i}\left(y_{j}\right) = \mathbf{F}_{ee}^{(m)}\dot{\mathbf{E}}_{i}\left(y_{j-1}\right) + \Gamma_{ee}^{(m)}\mathbf{\Xi}_{i}\left(y_{j-1}\right), \quad (7)$$

где  $\Xi_i$  — вектор независимых гауссовских случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями,  $\mathbf{F}_{ee}^{(m)}$ ;  $\mathbf{\Gamma}_{ee}^{(m)}$  — матрицы известных коэффициентов (причём  $\mathbf{\Gamma}_{ee}^{(m)}$  — нижняя треугольная матрица априорной корреляционной матрицы  $\mathbf{B}_{ee}^{(m)}$ ) определяются по методике [15]

Эквивалентное дискретное представление (7) непрерывной модели функции РЛР разрешаемой полоски дальности (6) является абсолютно точным в том смысле, что для любых  $\Delta y > 0$  оно позволяет получить случайные процессы с теми же статистическими характеристиками, как и решение СДУ (6), без погрешностей аппроксимации [15].

В терминах переменных состояния, представим реализацию процесса (6) в виде матрицы, состоящей из совокупности векторов  $\dot{\mathbf{E}}_{i}$ :

 $\Psi_{ee}^{(m)} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}}_1 & \dot{\mathbf{E}}_2 & \dots & \dot{\mathbf{E}}_j \end{bmatrix}, \quad j = \overline{\mathbf{1}, J}, \quad (8)$ 

 $\dot{\mathbf{E}}_{i}(\Delta y) = [\dot{e}_{1}(\Delta y) \ \dot{e}_{2}(\Delta y) \ \cdots \ \dot{e}_{j-1}(\Delta y) \ \dot{e}_{j}(\Delta y) \ \cdots$  $\dot{e}_{J-1}(\Delta y) \ \dot{e}_{J}(\Delta y)]$  — вектор-строка значений функции РЛР в *i*-й полоске (канале) дальности полосы захвата ЦРСА; *J* — число элементов РЛР в разрешаемой полоске дальности, разделённых постоянным интервалом  $\Delta y = y_{j} - y_{j-1}$ , которое в принципе изменяться до бесконечности, однако благодаря конечной ширине функции *G*(*y*) диаграммы направленности ЦРСА в задаче участвует ограниченное число выборочных значений  $e_{i} = e_{i}(j\Delta y)$ .

Выражение (8) по сути, представляет модель радиоголограммы для ЦРСА ПЗО. Для формирования РЛИ в реальном масштабе времени может быть использован квазиоптимальный алгоритм рекуррентной фильтрации непрерывных компонентов вектора состояния функции РЛР и апостериорных вероятностей номеров структуры скрытых марковских цепей [25].

# Анализ траекторий БЛА при наведении на цель в передней зоне обзора ЦРСА

При уменьшении дальности до цели и постоянным требуемым линейным разрешением на местности  $\delta y_{\rm T}$  [26] угол наблюдения  $\beta_{\rm H}$  изменяется практически линейно от дальности и стремится к нулю в районе начала рубежа конечного наведения. В этом случае требуемое линейное разрешение на местности  $\delta y_{\rm ткн}$ определяется как

$$\delta y_{\mathrm{TKH}} \Big|_{\beta_{\mathrm{H}} \to 0} = \sqrt{\frac{\lambda}{\mathrm{V}_{\mathrm{H}} \mathrm{T}_{\mathrm{cKH}} \sin \gamma}} \,\mathrm{R}_{\mathrm{IKH}} \,.$$

В случае если  $\delta y_{\text{ткн}} > \delta y_{\text{т}}$  необходимо увеличить время когерентного накопления  $T_{c\kappa}$ . При дальнейшем уменьшении дальности до цели требуемое линейное разрешение на местности достигается и в режиме реального луча.

Определим уравнения траектории наведения БЛА в горизонтальной плоскости ( $\gamma = 90^{\circ}$ ) при обеспечении требуемого линейного разрешения на местности  $\delta y_{\rm T}$  при переднем обзоре, когда угол наблюдения цели  $\beta_{\rm H}$  находится в пределах сектора РЛИ  $\pm 10^{\circ}$ , в предположении, что движение БЛА осуществляется с постоянной путевой скоростью V<sub>п</sub>.

Движение БЛА относительно неподвижной цели характеризуется в плоскости  $OX_g Y_g$  (рис. 1) угловым положением линии визирования цели  $\varphi$ , дальностью до цели  $R = R_u \sin \gamma$ , азимутальным углом наблюдения НЦ  $\beta_{\rm H}$  и путевым углом БЛА  $\psi_V$ . В начальный момент времени ( $t_0 = 0$ ) положение БЛА описывается дальностью до HO  $R_0$ , начальным углом наблюдения цели  $\beta_{\rm H0}$ .

Для удобства рассмотрим плоскость  $OX_g Y_g$ , где происходит движение БЛА с постоянной скоростью  $V_n$ , в лучевой (визирной) системе координат  $O_{6na} x_{nr} y_{nr}$ , где БЛА совмещён с центром этой системы координат  $\{x_{nr} \equiv 0, y_{nr} \equiv 0\}$ , а цель имеет координаты  $\{x_{nr} \equiv R_0, y_{nr} \equiv 0\}$  (рис. 4).

Уравнение траектории, обеспечивающей условие постоянства линейного разрешения РСА ПЗО на всей траектории наведения, является окружность с центром в точке

$$O_{0}\left(\frac{R_{0}}{2}, -\frac{R_{0}}{2\beta_{H0}}\right) [6]:$$

$$\left(x + R_{0}\right)^{2} + \left(y - \frac{R_{0}}{2\beta_{H0}}\right)^{2} = \rho_{0}^{2}, |\beta_{H0}| \le 10^{\circ}, (9)$$

где  $\rho_0 = \frac{R_0}{2\beta_{H0}}$  — радиус заданной траектории

полёта БЛА (ЗТП) в лучевой системе координат  $O_{6\pi a} x_{\mu \tau} y_{\mu \tau}$ .

При этом движение БЛА по окружности характеризуется постоянной перегрузкой

$$n = \frac{V_{\pi}^2}{g\rho_0} = \frac{2V_{\pi}^2\beta_{H0}}{gR_0},$$

где д — ускорение свободного падения.

# Оптимизация закона управления боковой перегрузкой БЛА при наведении

# на наземную цель в передней зоне обзора Пусть изменение углового положения БЛА при

полёте в турбулентной атмосфере относительно неподвижной цели (рис. 4) определяется парой стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) [6]:

$$\dot{\beta}_{\rm H} = \omega - \frac{J_6}{V_{\rm II}}, \ \beta_{\rm H}(0) = \beta_{\rm H0};$$
$$\dot{\omega} = -2\alpha\omega - \chi^2 \beta_{\rm H} - \frac{j_6}{R} + \sqrt{4\alpha\chi^2 \sigma_{\omega}^2} \xi_{\omega}(t),$$
$$\omega(0) = \omega_0, \qquad (10)$$

где  $\alpha = -\frac{V_{c6}}{2R}$  и  $\chi^2 = \frac{V_n V_{c6}}{R^2}$  — параметрические коэффициенты, характеризующие ширину и вид спектральной плотности флуктуаций углового положения НО относительно вектора скорости БЛА;  $V_{c6} = -\dot{R}$  — скорость сближения БЛА с целью;  $\sigma_{\omega}^2$  — дисперсия флуктуаций угловой скорости линии визирования;

ξ<sub>ω</sub> — стандартный БГШ.
 СДУ (10) можно переписать в матричном виде:

 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)u(t) + \mathbf{G}(t)\boldsymbol{\xi}_{\omega}(t), \quad (11)$ 

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \beta_{\mathrm{H}} \\ \omega \end{bmatrix}; \ \mathbf{F}(\mathbf{x},t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\chi^2 & -2\alpha \end{bmatrix}; \ \mathbf{B}(\mathbf{x},t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{V_{\mathrm{H}}} \\ -\frac{1}{R} \end{bmatrix};$$

где



$$u(t) = j_6; \mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} 0\\ \sqrt{4\alpha\chi^2\sigma_{\omega}^2} \end{bmatrix}; \mathbf{B}$$
 — матрица эф-

фективности управления.

Полагая каналы управления независимыми, найдём наилучший по точности и экономичности алгоритм наведения БЛА на НЦ в горизонтальной плоскости. Для этого необходимо найти требуемый сигнал управления  $j_{\rm T}$ , оптимальный по минимуму функционала качества [7]

$$I = \mathbf{M} \left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{y}} - \boldsymbol{\varphi} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{r}} - \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{\varphi}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{y}} - \boldsymbol{\varphi} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{r}} - \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} + \int_{\boldsymbol{0}}^{t} j_{\boldsymbol{\delta}}^{2} k_{j} d\tau \right\}, \quad (12)$$

где  $\phi_y$  — угол упреждения, равный углу сноса  $\alpha$  за счёт скорости ветра;  $\omega_{\rm T}$  — требуемая угловая скорость линии визирования «БЛА-НЦ»;  $q_{\phi}$  и  $q_{\omega}$  — штрафы за точность управления;  $k_j$  — штраф за значение сигнала управления  $j_6$ .

Необходимо отметить, что при наличии ветра, полёт БЛА к НЦ по оптимальной траектории (рис. 4) возможен в том случае, если требуемый бортовой пеленг  $\phi_{\rm T}$  будет равен углу упреждения  $\phi_{\rm y}$ . Вполне очевидно, что при синтезировании апертуры антенны в ПЗО полёт БЛА к НЦ по оптимальной траектории происходит под углом  $\phi_{\rm T} = \phi_{\rm y} + \beta_{\rm H}$ , где  $\beta_{\rm H}$ определяется из выражения [6]



Рис. 5. Зависимость расчётного текущего промаха h до начала границы зоны конечного наведения от дальности при:  $R_0 = 5,0$  у.е.д. (условных единиц дальности),  $\delta y_{\rm T} = 20$  м;  $T_c = 2$  у.е.в. (условных единиц времени);  $\lambda = 3$  см. Цифрами обозначено:  $1 - V_{\rm II} = 0,3$  у.е.с. (условных единиц скорости);  $2 - V_{\rm II} = 0,5$  у.е.с.;  $3 - V_{\rm II} = 1,0$  у.е.с.

$$\beta_{\rm H}(t) = \beta_{\rm H0} - \frac{\lambda}{2T_c \,\delta y_{\rm T}} t \tag{13}$$

с заданным начальным углом наблюдения  $\beta_{H0}$  и с требуемой угловой скоростью линии визирования «БЛА-НЦ»

$$\omega_{\rm T} = \frac{\lambda}{2 T_c \, \delta y_{\rm T}}.$$

Из этого следует, что в такой ситуации текущий промах h до начала границы зоны конечного наведения  $l_{\rm kh}$  будет определяться выражением

$$h = \frac{\lambda R^2}{2V_{\rm II}T_c\,\delta y_{\rm T}}\,.$$

Внутри зоны конечного наведения, когда  $\beta_{\rm H} \rightarrow 0$  угловая скорость линии визирования будет стремиться к нулю и тогда текущий промах *h* также будет стремиться к нулю (рис. 5). Данное обстоятельство поясняет способность функционала (12) учитывать требования точности наведения [7].

При использовании математического аппарата статистической теории оптимального управления алгоритм траекторного управления БЛА в горизонтальной плоскости при наведении на НЦ имеет вид [7]:

$$\Delta_{\rm r} = j_{\rm r} - j^{*} = \frac{q_{\rm op}}{k_j V_{\rm c6}^{*}} \left( \varphi_{\rm y}^{*} - \varphi^{*} \right) + \frac{q_{\omega}}{k_j R^{*}} \left( \omega_{\rm r} - \omega^{*} \right) - j^{*}, \quad (14)$$

где знак «\*» обозначает оценку соответствующего параметра, полученную по результатам измерений.

В соответствии с теоремой разделения в (14) истинные значения измеряемых параметров заменяются их оценками. Метод наведения (14) является частным случаем, метода последовательных упреждений и отличается от него нестационарным характером коэффициентов, учитывающих в требуемом законе наведения веса ошибок управления ( $\varphi_y - \varphi$ ) и ( $\omega_r - \omega$ ). При этом на больших расстояниях до цели, когда дальность *R* до цели велика, он вырождается в разновидность прямого метода, называемую иногда путевым методом [7].

### Заключение

Таким образом, траекторное наведение БЛА на НЦ по данным ЦРСА в передней зоне обзора включает 4 этапа:

1. Формирование РЛИ в реальном масштабе времени на основе квазиоптимального алгоритма рекуррентной фильтрации непрерывных компонентов вектора состояния функции РЛР и апостериорных вероятностей номеров структуры скрытых марковских цепей [25].

2. Наведение на НЦ по оптимальной траектории по критерию экономичности. Синтезирование апертуры антенны при этом требует изменения угла наблюдения наземного объекта по линейному закону и выдерживания постоянной угловой скорости линии визирования.

3. При уменьшении дальности до цели в районе начала рубежа конечного наведения угол наблюдения  $\beta_{\rm H}$  стремится к нулю. В этом случае требуемое линейное разрешение на местности  $\delta y_{\rm ткн}$  определяется в результате синтезирования апертуры по вектору путевой скорости. В случае, если  $\delta y_{\rm ткн} > \delta y_{\rm T}$ , необходимо увеличить время когерентного накопления  $T_{\rm скн}$ .

4. При дальнейшем уменьшении дальности до НЦ требуемое линейное разрешение на местности достигается и в режиме реального луча.

Требуемые боковые перегрузки при различных скоростях БЛА и при  $|\beta_{H0}| \le 10^{\circ}$  на этапе цифрового синтезирования апертуры антенны незначительны и не превышают 0,16 ... 0,7.

### Литература

1. Антипов В.Н., Толстов Е.Ф., Титов М.П. [и др.] Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. Под ред. В.Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.

2. Школьный Л.А., Толстов Е.Ф., Детков А.Н. [и др.] Радиолокационные системы воздушной разведки, дешифрирование радиолокационных изображений. Под ред. Л.А. Школьного. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. 2008. 531 с.

3. Цифровая обработка сигналов в РСА. Под ред. *Е.Ф. Толстова*. Смоленск: Изд-во ВА ВПВО ВС РФ, 2005. 232 с.

4. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач. Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника. 2012. 504 с.

5. Авиационные системы радиовидения. Под ред. *Г.С. Кондратенкова.* М.: Радиотехника. 2015. 648 с.

6. Детков А.Н. Оптимизация траектории наведения беспилотного летательного аппарата на наземный объект по данным бортового локатора с синтезированием апертуры антенны в передней зоне обзора // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. 2023. № 1–2 (175–176). С. 71–79.

7. Меркулов В.И., Чернов В.С., Гандурин В.В. [и др.] Авиационные системы радиоуправления. Под ред. В.И. Меркулова. М.: Изд-во. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008. 423 с.

8. *Chen S., Yuan Y., Zhang S.N.* at al. A new imaging algorithm for forward-looking missileborne bistatic SAR. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2016. No. 9. Pp. 1543–1552.

9. *Chen Q., Li X., Zhu M., Zou X.* Analysis on Missile-borne Bistatic Forward-looking SAR Imaging Perfomance. MATEC Web of Conferences. January 2017. Vol. 114. No. 04011. DOI: 10.1051/matecconf/201711404011.

10. *Wang W.Q.* Approach of adaptive synchronization for bistatic SAR real-time imaging. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2007. Vol. 45. No. 9. Pp. 2695–2700.

11. Титов М.П., Савостьянов В.Ю. Временная синхронизация при бистатическом синтезировании апертуры антенны в космических РСА // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017. №4. С. 44–51.

12. Карпов О.А., Вашкевич С.А. Адаптивные алгоритмы синтезирования апертуры антенны // Цифровая обработка сигналов в РСА. Под ред. Е.Ф. Толстова. Смоленск: ВА ВПВО ВС РФ, 2005. С. 32–44.

13. *Ярлыков М.С., Миронов М.А.* Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993. 460 с.

14. Марковская теория оценивания в радиотехнике. Под ред. *М.С. Ярлыкова*. М.: Радиотехника, 2004. 504 с.

15. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Теория, методы анализа и синтеза радиоэлектронных систем. М.: Изд-во. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1989. 610 с.

16. Карпов О.А., Цветков О.Е., Вашкевич С.А. Оптимальные алгоритмы фильтрации сигналов в РСА // Цифровая обработка сигналов в РСА. Под ред. Е.Ф. Толстова. Смоленск: ВА ВПВО ВС РФ, 2005. С. 60–70.

17. *Карпов О.А.* Радиолокационное картографирование неоднородной поверхности в РСА с помощью адаптивных алгоритмов оптимальной фильтрации // Радиотехника. 2007. №8. С. 72–78.

18. Толстов Е.Ф., Королёв С.В. Рекуррентное оценивание как способ обработки сигналов при синтезировании апертуры антенны // Радиотехника. 2010. №7. С. 14–22.

19. Детков А.Н. Оптимальный алгоритм формирования радиолокационных изображений в РСА с непрерывным излучением // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. №4. С. 46–52.

20. Потапов А.А., Колесников А.И. Корреляционные характеристики изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38. №7. С. 1270–1281.

21. Потапов А.А., Колесников А.И. Спектральные характеристики изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38. №10. С. 1851–1862.

22. Зубкович С.Г. Статистические характеристики радиосигналов, отражённых от земной поверхности. М.: Сов. радио, 1968. 223 с.

23. Величкин А.И., Зацепилин А.В., Карпов О.А., Таланцев В.В. Фильтрация радиолокационных сигналов // Научный вестник МГТУ ГА. Сер. Радиофизика и радиотехника. 1999. №14. С. 57–70.

24. Величкин А.И., Карпов О.А., Таланцев В.В., Толстов Е.Ф. Повышение разрешающей способности авиационной РЛС при наблюдении вперёд // Радиотехника. 1998. №12. С. 12–18. 25. Детков А.Н. Оптимизация обработки траекторного сигнала радиолокационной системы с цифровом синтезированием апертуры антенны при использовании скрытых марковских моделей // Радиотехника и электроника. 2017. Том 62. №6. С. 554–560. 26. Карпов О.А., Костров В.В., Толстов Е.Ф. Сравнительный анализ двух критериев и методов измерений пространственного разрешения // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017. №3(27). С. 30–42.

Поступила 20 октября 2024 г.

English

# **RATIONAL CHOICE OF THE TRAJECTORY OF GUIDANCE OF AN UAV TO A GROUND TARGET BASED ON THE DATA OF AN ONBOARD FORWARD LOOKING SAR**

**Alexander Nikolaevich Detkov** — Grand Dr. in Engineering, Professor, Deputy Head of the Federal Autonomous Institution "State Research Institute of Aviation Systems" (GosNIIAS). *E-mail*: <u>detkov@gosniias.ru</u>

Address: 125319, Russian Federation, Moscow, Victorenko str., 7.

Abstract: Onboard monopulse forward looking radars with digital synthesis of the antenna aperture (FLSAR) capable of conducting radar survey in real time on board an UAV with orientation in space of the axis of the synthesized antenna pattern in the forward looking zone allow to significantly expand the tactical areas of application of UAV. However, one of the urgent problems in solving the problems of radio vision in the forward looking zone is the formation of a radar image of the earth's surface and objects. The effect of improving the azimuth resolution when using the FLSAR is achieved only if the UAV moves at a sufficiently large angle to the line of sight of the ground target along a curved trajectory and is characterized by an intensively increasing lateral overload as it approaches the target, although for the best guidance the UAV trajectory should coincide with the line of sight to the ground target, since when flying along a curved trajectory the energy consumption spent on controlling the UAV increases. Therefore, to guide the UAV to a ground target using the onboard FLSAR data in the forward viewing zone, a model of the radar relief function based on the hidden Markov chains apparatus is proposed, which allows achieving the most accurate restoration of the radar relief for a given quality criterion under real constraints. The distribution of the RR function is approximated by the Gaussian mixture model, since for most practical cases, the radar relief can be represented as a set of "shiny" points and a random rough background (reflections from a homogeneous underlying surface and the effect of additive noise). In this case, the model takes into account the equivalent discrete representation of the continuous function of the radar relief. The radar relief model, in turn, allows using the effective apparatus of the Markov estimation theory to form a radar image in the forward viewing zone. In particular, using the method of structural synthesis with feedback on discrete parameters of discrete-continuous Markov random processes, synthesize optimal and quasi-optimal algorithms for digital filtering of trajectory signals according to the criterion of minimum a posteriori risk for given loss functions. This approach allows further use of an improved model of a given UAV flight trajectory and the angular position of the phase center of the FLSAR antenna relative to a stationary ground target during a flight in a turbulent atmosphere. It is shown that guidance to a ground target along a rationally selected trajectory according to the criterion of economy requires changing the target observation angle according to a linear law and maintaining a constant angular velocity of the line of sight.

*Keywords:* unmanned aerial vehicle (UAV), ground target, digital synthetic aperture radar in the forward viewing mode, model of the radar relief function based on the hidden Markov circuits apparatus, guidance trajectory in a turbulent atmosphere.

#### References

1. Antipov V.N., Tolstov E.F., Titov M.P. et al. Radar stations with digital synthesis of the antenna aperture. Ed. by V.T. Goryainov. Moscow: Radio i Svyaz', 1988. 304 p.

2. Shkolny L.A., Tolstov E.F., Detkov A.N. et al. Aerial reconnaissance radar systems, decoding of radar images. Ed. by L.A. Shkolny. Moscow: Publishing house of VVIA named after prof. N.E. Zhukovsky. 2008. 531 p.

3. Digital signal processing in SAR. Ed. by *E.F. Tolstov*. Smolensk: Publishing house of the Military Air Defense Forces of the Russian Federation, 2005. 232 p.

4. Yarlykov M.S., Bogachev A.S., Merkulov V.I., Drogalin V.V. Radio-electronic systems for navigation, aiming and weapons control. Vol. 2. Application of aviation radio-electronic systems in solving combat and navigation tasks. Ed. by M.S. Yarlykov. Moscow: Radiotechnika. 2012. 504 p.

5. Aviation radio vision systems. Ed. by G.S. Kondratenkov. Moscow: Radiotechnika. 2015. 648 p.

6. *Detkov A.N.* Optimization of the guidance trajectory of an unmanned aerial vehicle to a ground target based on data from an onboard radar with synthesized aperture of the antenna in the forward viewing zone. Issues of Defense Technology. Series 16: Technical Means of Countering Terrorism. 2023. No. 1–2 (175–176). Pp. 71–79.

7. *Merkulov V.I., Chernov V.S., Gandurin V.V.* et al. Aviation Radio Control Systems. Ed. by *V.I. Merkulov.* Moscow: Publishing House. VVIA named prof. N.E. Zhukovsky, 2008. 423 p.

8. *Chen S., Yuan Y., Zhang S.N.* at al. A new imaging algorithm for forward-looking missileborne bistatic SAR. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2016. No. 9. Pp. 1543–1552.

9. Chen Q., Li X., Zhu M., Zou X. Analysis on Missile-borne Bistatic Forward-looking SAR Imaging Perfomance. MATEC Web of Conferences. January 2017. Vol. 114. No. 04011. DOI: 10.1051/matecconf/201711404011.

10. Wang W.Q. Approach of adaptive synchronization for bistatic SAR real-time imaging. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2007. Vol. 45. No. 9. Pp. 2695–2700.

11. *Titov M.P.*, *Savostyanov V.Yu*. Time synchronization for bistatic synthesis of antenna aperture in space SAR. Radio engineering and telecommunication systems. 2017. No. 4. Pp. 44–51.

12. Karpov O.A., Vashkevich S.A. Optimal adaptive signal processing in radars with digital synthesis of antenna aperture. Smolensk: Military Academy of Field Anti-Aircraft Defense, 2005. 300 p.

13. Yarlykov M.S., Mironov M.A. Markov theory of estimation of random processes. Moscow: Radio i Svyaz', 1993. 460 p.

14. Markov theory of estimation in radio engineering. Ed. M.S. Yarlykov. Moscow: Radiotechnika, 2004. 504 p.

15. *Tikhonov V.I., Kharisov V.N.* Theory, methods of analysis and synthesis of radio-electronic systems. Moscow: Publishing house. VVIA named prof. N.E. Zhukovsky, 1989. 610 p.

16. Karpov O.A., Tsvetkov O.E., Vashkevich S.A. Optimal algorithms for signal filtering in SAR. Digital signal processing in SAR. Ed. by *E.F. Tolstov*. Smolensk: Military Academy of Field Anti-Aircraft Defense, 2005. Pp. 60–70.

17. *Karpov O.A.* Radar mapping of a heterogeneous surface in SAR using adaptive algorithms for optimal filtering. Radiotechnika. 2007. No. 8. Pp. 72–78.

18. *Korolev S.V., Tolstov E.F.* Recurrent Estimation as a Method of Signal Processing in Antenna Aperture Synthesis. Radiotechnika. 2010. No. 7. Pp. 14–22.

19. Detkov A.N. Optimal Algorithm for Forming Radar Images in Continuous-wave SAR. Advances in Modern Radio Electronics. 2011. No. 4. Pp. 46–52.

20. Potapov A.A., Kolesnikov A.I. Correlation Characteristics of Earth's Surface Images. Radiotechnika i Elektronika. 1993. Vol. 38. No. 7. Pp. 1270–1281.

21. Potapov A.A., Kolesnikov A.I. Spectral Characteristics of Earth's Surface Images. Radiotechnika i Elektronika. 1993. Vol. 38. No. 10. Pp. 1851–1862.

22. Zubkovich S.G. Statistical characteristics of radio signals reflected from the earth's surface. Moscow: Sov. radio, 1968.

23. Velichkin A.I., Zatsepilin A.V., Karpov O.A., Talantsev V.V. Filtering of radar signals. Scientific Bulletin of Moscow State Technical University of Civil Aviation. Series: Radiophysics and Radio Engineering. 1999. No. 14. Pp. 57–70.

24. Velichkin A.I, Karpov O.A, Talantsev V.V, Tolstov E.F. Increasing the Resolution of Aircraft Radars for Forward Observation. Radiotechnika. 1998. No. 12. Pp. 12–18.

25. *Detkov A.N.* Optimization of Processing of the Trajectory Signal of a Radar System with Digital Synthesis of the Antenna Aperture Using Hidden Markov Models. Radiotechnika i Elektronika. 2017. Vol. 62. No. 6. Pp. 554–560.

26. Karpov O.A., Kostrov V.V., Tolstov E.F. Comparative Analysis of Two Criteria and Methods for Measuring Spatial Resolution. Radio engineering and telecommunication systems. 2017. No. 3(27). Pp. 30–42.