

# Электродинамика, антенны и техника СВЧ

DOI 10.66032/2221-2574-2024-1-2-26-32

УДК 621.396.67

## АНАЛИЗ ОШИБОК МОДЕЛИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РАДИОПРОЗРАЧНЫМ УКРЫТИЕМ

### **Гаврилов Валериан Михайлович**

кандидат технических наук, профессор кафедры радиотехники и радиосистем ФГБОУ ВО «Владимирский Государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»<sup>1</sup>.

### **Никитин Олег Рафаилович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники и радиосистем ФГБОУ ВО «Владимирский Государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»<sup>1</sup>.

### **Смирнов Данила Сергеевич**

аспирант кафедры радиотехники и радиосистем ФГБОУ ВО «Владимирский Государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»<sup>1</sup>; ведущий инженер-конструктор отдела по разработке и изготовлению радиоэлектронных приборов АО «ВПО «Точмаш»<sup>2</sup>.

E-mail: [dansmirnovich@gmail.com](mailto:dansmirnovich@gmail.com)

<sup>1</sup>Адрес: 600000, Российская Федерация, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

<sup>2</sup>Адрес: 600007, Российская Федерация, г. Владимир, ул. Северная, д. 1а.

**Аннотация:** В настоящей работе путём компьютерного моделирования метода «конечного фрагмента» выполнен анализ ошибок, обусловленных измерительной и технологической погрешностями, при оценке влияния радиопрозрачного укрытия на характеристики многоэлементной радиотехнической системы из плоско-параллельных волноводов при сканировании. Для дифференцированной оценки влияния ошибок разработана компьютерная программа математической модели ограниченного фрагмента радиотехнической системы. Проведена оценка влияния размерности фрагмента радиотехнической системы на точность моделируемых характеристик многоэлементных систем, в том числе при наличии радиопрозрачного укрытия. Рассмотрена возможность применения асимптотических закономерностей для экстраполяции коэффициентов взаимной связи фрагмента радиотехнической системы с малым числом элементов на фрагмент большой размерности. Выработаны рекомендации по выбору размеров фрагмента для получения оптимальной точности моделируемых характеристик многоэлементных радиотехнических систем, в том числе при наличии радиопрозрачного укрытия.

**Ключевые слова:** метод «конечного фрагмента», многоэлементная радиотехническая система, диэлектрическое радиопрозрачное укрытие, коэффициент взаимной связи, коэффициент отражения, угол сканирования, погрешность измерений, технологическая погрешность.

### **Введение**

Метод «конечного фрагмента» (МКФ) [1, 2] широко используется для расчёта характеристик излучателей для антенных решёток. Целью данной работы является анализ ошибок, обусловленных измерительной и технологической погрешностями, при оценке влияния радиопрозрачного укрытия на характеристики

многоэлементной РТС из плоско-параллельных волноводов при сканировании.

### **Анализ влияния погрешности измерений**

Анализ выполнен в предположении, что погрешности измерения элементов матрицы рассеяния  $[S_{11}]$  являются независимыми случайными величинами, действительная и мнимая

составляющие которых искажались по нормальному закону с дисперсией  $\sigma_{квс}^2$  и нулевым математическим ожиданием [3].

Блок-матрица рассеяния  $[S_{11}]$  — матрица коэффициентов взаимной связи (КВС) между элементами бесконечной периодической РТС может быть определена с помощью спектрального разложения [4]:

$$[S_{11}] = [T] \{ \Gamma(\psi) \} [T^*], \quad (1)$$

где  $\{ \Gamma(\psi) \}$  — диагональная матрица собственных значений, соответствующих величине действующего коэффициента отражения (КО) на входе элементов бесконечной РТС при изменении угла сканирования  $\psi$ ;  $[T]$  — модальная матрица бесконечной периодической РТС:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [\exp(jn\psi)]. \quad (2)$$

где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — соответствует номерам элементов РТС;  $-\pi \leq \psi \leq \pi$  — угол сканирования бесконечной линейной РТС.

Непосредственным обращением (1) можно получить соотношение:

$$\{ \Gamma(\psi) \} = [T^*] [S_{11}] [T]. \quad (3)$$

Матричные уравнения (1) и (3) связывают матрицу рассеяния по входам элементов бесконечной РТС — матрицу КВС с действующим КО [5].

Дисперсия расчёта элементов матрицы  $\{ \Gamma(\psi) \}$  оказывается равной:

$$\sigma_{\Gamma}^2 = \sigma_{квс}^2. \quad (4)$$

Нормальное распределение моделировалось путём произведения двух независимых случайных величин, одна из которых имеет релеевское распределение, а другая распределена по закону арксинуса с нулевым средним значением и дисперсией, равной  $1/2$  [6]. Таким образом, формула для получения случайной последовательности, распределённой по нормальному закону из двух независимых равномерно распределённых случайных последовательностей имеет вид:

$$y = m + \sigma \sqrt{-2 \ln x_1 \sin 2\pi x_2}, \quad (5)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  — некоррелированные равномерно распределённые на интервале  $[0, 1]$  псевдослучайные последовательности;  $m$  — математическое ожидание;  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение.

При обработке ограниченной матрицы  $[S_{11}]$ , искажённой шумами, использовались полученные ранее оптимальные решения [7]. Так число элементов на фрагменте задавалось  $n = 10$  — для РТС простой конфигурации, с последующей экстраполяцией на 100-элементную РТС, и  $n = 50$  — для РТС с радиопрозрачным укрытием с экстраполяцией на 100-элементную РТС. В первом случае погрешность восстановленной зависимости  $\{ \Gamma(\psi) \}$ , не превышала 0,027 по модулю и  $1,63^0$  по фазе. Во втором случае погрешность не превышала 0,043 по модулю и  $0,95^0$  по фазе.

Важным свойством матрицы КВС  $[S_{11}]$  является априорно известный характер асимптотического поведения КВС от номера и положения удалённых элементов. В асимптотической области зависимость модуля КВС от положения элементов в логарифмическом масштабе близка к прямой, тангенс угла наклона которой равен  $-3/2$ :  $|S_n| \sim (nD)^{-3/2}$ , где  $D$  — шаг линейной РТС, а разность фаз смежных элементов близка к величине  $\Delta Arg(S_n) \sim kD$ , определяемой скоростью распространения волн в свободном пространстве [8].

Это свойство матрицы КВС использовалось при экстраполяции КВС ограниченного фрагмента РТС на многоэлементную систему с требуемым числом элементов.

Алгоритм реализован для компьютерной

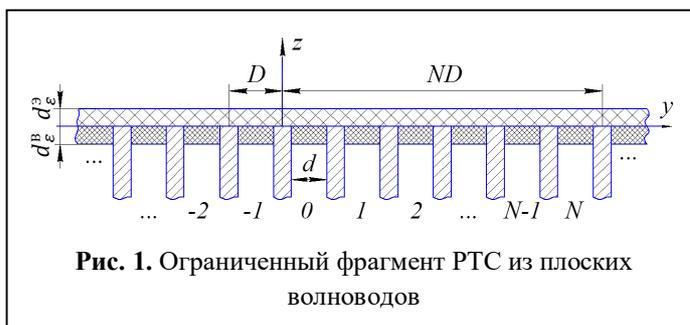
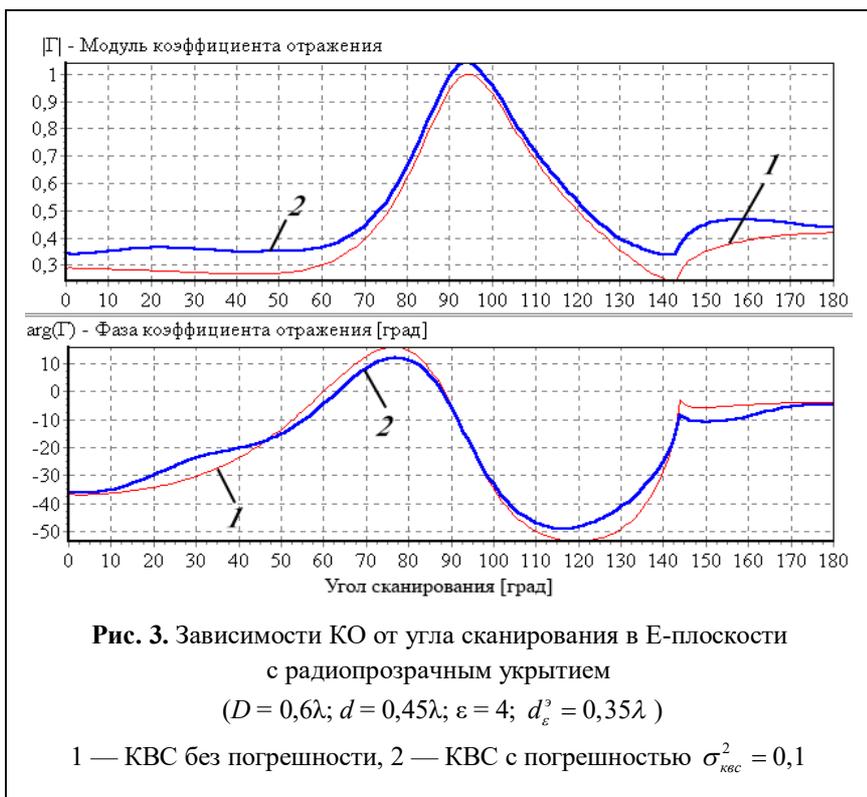
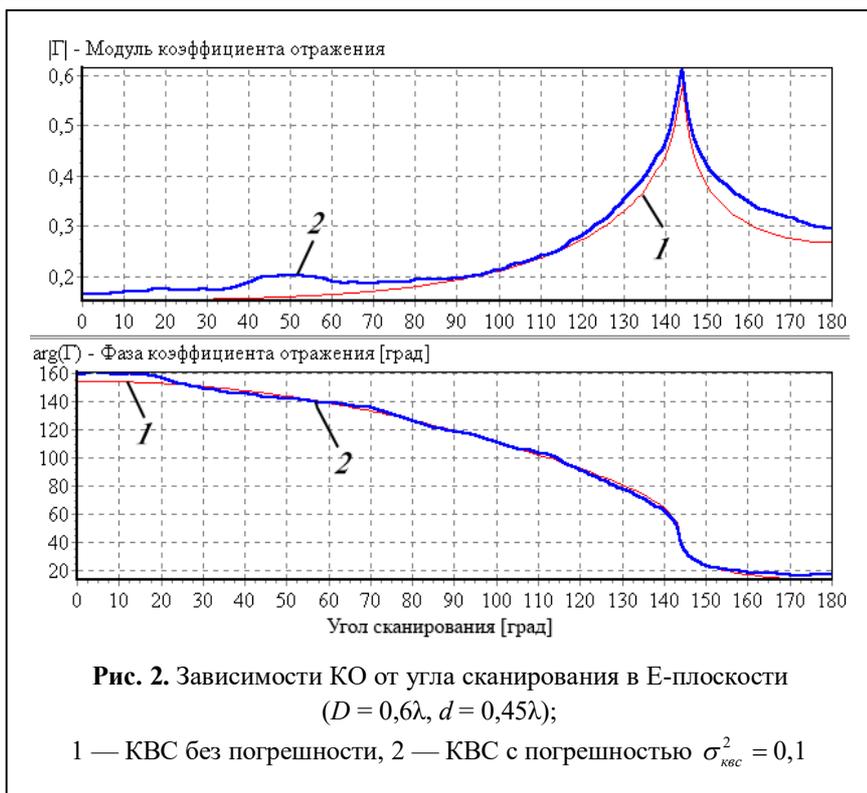


Рис. 1. Ограниченный фрагмент РТС из плоских волноводов



модели ограниченного фрагмента РТС из плоских волноводов (рис. 1), где  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ . Электродинамический

расчёт зависимостей  $\{\Gamma(\psi)\}$  выполнялся комбинированным методом с помощью разработанных ранее программ [9].

Рис. 2, 3 иллюстрируют два частных случая зависимостей  $\{\Gamma(\psi)\}$ , восстановленной по зашумлённой матрице КВС для двух конфигураций РТС.

В таблицах 1, 2 приведены результаты обработки зависимостей  $\{\Gamma(\psi)\}$  восстановленных по ограниченной и искажённой матрице  $[S_{11}]$  фрагмента РТС, дополненной незашумлёнными элементами, полученными экстраполяцией КВС на 100-элементую РТС. Оценка максимальной погрешности восстановленных зависимостей проводилась во всех случаях для 1000 реализаций.

Современные измерительные средства характеризуются аппаратной погрешностью при оценке коэффициента передачи на уровне  $-40$  дБ:  $-2,0$  дБ по модулю и  $10^0$  по фазе [10].

Это сопоставимо с измерительной погрешностью КВС при среднеквадратичной ошибке  $\sigma_{квс}^2 = 0,05$ .

Таким образом, используя метод «конечного фрагмента» можно восстановить зависимость  $\{\Gamma(\psi)\}$  с погрешностью, обуслов-

ленной ошибкой измерений:  $0,05$  по модулю и  $14^0$  по фазе — для РТС простой конфигурации при 10-и элементном фрагменте;  $0,06\dots 0,09$  по

Таблица 1.

	$D = 0,6\lambda; d = 0,45\lambda; N = 10$		
$\sigma_{квс}^2$	0,1	0,07	0,05
$\Delta  S_{макс} $ , дБ	5,7	3	2,1
$\Delta \arg S_{макс}$ , град.	21	14	9
$\Delta  \Gamma_{макс} $	0,1	0,055	0,047
$\Delta \arg \Gamma_{макс}$ , град.	29	23	14

Таблица 2.

	$D = 0,6\lambda; d = 0,45\lambda; N = 10; \varepsilon = 4; d_{\varepsilon}^3 = 0,35\lambda; N = 50$		
$\sigma_{квс}^2$	0,1	0,07	0,05
$\Delta  S_{макс} $ , дБ	5,5	3	2
$\Delta \arg S_{макс}$ , град.	20	13	9
$\Delta  \Gamma_{макс} $	0,14	0,11	0,09
$\Delta \arg \Gamma_{макс}$ , град.	29	20	16

модулю и  $12^0 \dots 16^0$  по фазе — для решёток с радиопрозрачным укрытием при 50-и элементах на фрагменте.

#### Анализ влияния точности изготовления фрагмента РТС

Изготовление конечного фрагмента РТС предполагает задание технологических допусков, в том числе на расстояние между элементами. С помощью математической модели конечного фрагмента РТС из плоскопараллельных волноводов [9] проведена оценка ошибки определения КО при сканировании, обусловленной неточностью размещения элементов на фрагментах РТС различных конфигураций.

При постоянной ширине волноводов, погрешность расстояния между элементами на фрагменте задавалась изменением толщины стенок волноводов. Для упрощения полагалось, что элементы матрицы КВС по модулю и фазе являются непрерывными функциями расстояния между элементами РТС и при малых величинах смещения общий вид зависимостей от расстояния не изменяется [11]. Это позволило для вычисления элементов матрицы КВС в РТС со смещёнными элементами применить линейные интерполяционные формулы, где в качестве узловых точек использовались значе-

ния КВС, соответствующие бесконечной периодической РТС с шагом  $D$  [7]. Погрешность положения элементов на фрагменте задавалась равномерным распределением на интервале  $\pm \Delta_{макс}/2$  [6]. Моделирование влияния погрешности смещения на ошибки в определении КО проводилось по следующему алгоритму [12]:

- электродинамический расчёт зависимости  $\{\Gamma(\psi)\}$  бесконечной периодической РТС заданной конфигурации;
- расчёт матрицы  $[S_{11}]$  бесконечной периодической РТС;
- внесение случайного, равномерно распределённого в интервале  $\pm \Delta_{макс}/2$  смещения в расположение элементов на конечном фрагменте РТС;
- вычисление путём линейной интерполяции значений КВС смещённых элементов на конечном фрагменте РТС с последующей экстраполяцией КВС на 100-элементную РТС;
- восстановление зависимости  $\{\Gamma(\psi)\}$  по матрице КВС 100-элементной РТС, включающей элементы, определённые с погрешностью.

На рис. 4 и рис. 5 представлены два частных случая зависимостей  $\{\Gamma(\psi)\}$ , восстановленных по матрице КВС фрагмента со смещёнными случайным образом элементами.

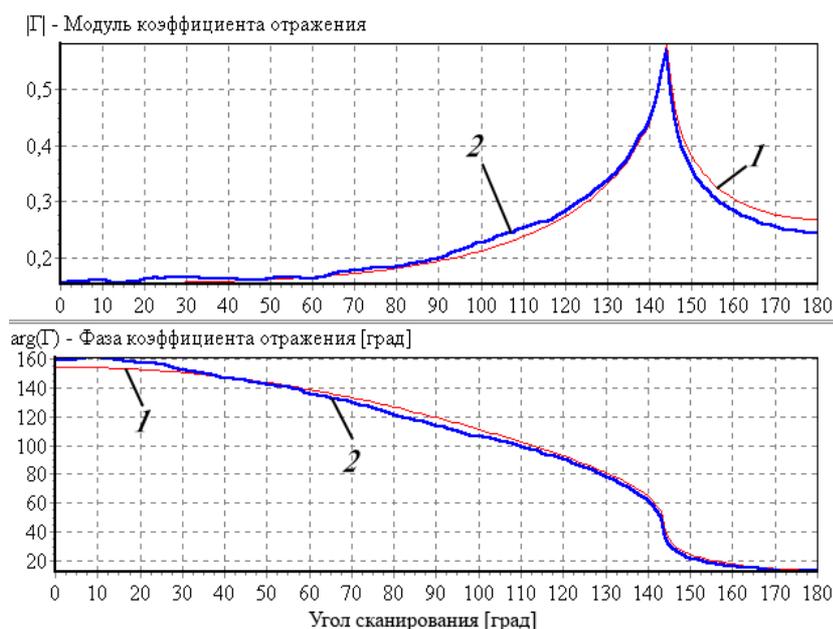


Рис. 4. Зависимости КО от угла сканирования в Е-плоскости ( $D = 0,6\lambda$ ,  $d = 0,45\lambda$ );

1 — КВС без погрешности, 2 — КВС с погрешностью при  $\Delta_{\max} = 0,1$

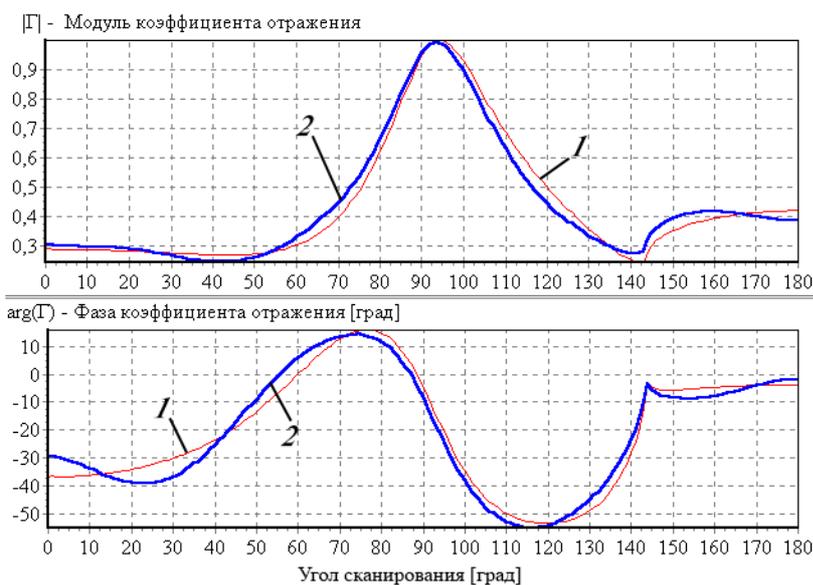


Рис. 5. Зависимости КО от угла сканирования в Е-плоскости с радиопрозрачным укрытием ( $D = 0,6\lambda$ ;  $d = 0,45\lambda$ ;  $\epsilon = 4$ ;  $d_\epsilon^\circ = 0,35\lambda$ )

1 — КВС без погрешности, 2 — КВС с погрешностью при  $\Delta_{\max} = 0,1$

ных по ограниченной матрице КВС для фрагмента РТС со смещёнными случайным образом элементами с последующей экстраполяцией КВС на 100-элементную РТС.

Из таблиц 3 и 4 следует, что максимальная погрешность КВС для РТС со смещёнными элементами, сопоставимая с аппаратной погрешностью современных измерительных средств (на уровне  $-40$  дБ:  $-2,0$  дБ по модулю и  $10^0$  по фазе), для РТС простой конфигурации составляет  $0,65$  дБ,  $12,6^0$  — наблюдается при  $\Delta_{\max}/\lambda = 0,06$  и приводит к погрешности  $\{\Gamma(\psi)\}$ :

$$\Delta|\Gamma_{\max}| = 0,039, \Delta \arg(\Gamma_{\max}) = 16,5^0.$$

Для решётки с радиопрозрачным укрытием погрешность КВС, сопоставимая с аппаратной:  $-1,4$  дБ,  $-11,2^0$  — получается при максимальном смещении элементов на 50-и элементном фрагменте  $\Delta_{\max}/\lambda = 0,04$ . При этом максимальная погрешность восстановленной зависимости  $\{\Gamma(\psi)\}$  составляет  $0,048$  по модулю и  $8,2^0$  по фазе.

### Заключение

Представленные результаты позволяют сделать следующие выводы. С помощью метода «конечного фрагмента» можно восстановить

В таблицах 3 и 4 приведены результаты обработки зависимостей  $\{\Gamma(\psi)\}$ , восстановлен-

зависимость  $\{\Gamma(\psi)\}$  многоэлементной РТС с погрешностью, обусловленной ошибкой изме-

Таблица 3.

	$D = 0,6\lambda; d = 0,45\lambda; N = 10 \Rightarrow 100$		
$\Delta_{\text{макс}} / \lambda$	0,1	0,06	0,04
$\Delta  S_{\text{макс}} $ , дБ	1,1	0,65	0,43
$\Delta \arg S_{\text{макс}}$ , град.	-21,0	12,6	-8,5
$\Delta  \Gamma_{\text{макс}} $	0,076	0,039	0,025
$\Delta \arg \Gamma_{\text{макс}}$ , град.	25,7	16,5	12,3

Таблица 4.

	$D = 0,6\lambda; d = 0,45\lambda; \varepsilon = 4; d_z^2 = 0,35\lambda; N = 50 \Rightarrow 100$		
$\Delta_{\text{макс}} / \lambda$	0,1	0,06	0,04
$\Delta  S_{\text{макс}} $ , дБ	2,5	-1,9	-1,4
$\Delta \arg S_{\text{макс}}$ , град.	-26,5	16,3	-11,2
$\Delta  \Gamma_{\text{макс}} $	0,12	0,066	0,048
$\Delta \arg \Gamma_{\text{макс}}$ , град.	22,1	13,5	8,2

рения матрицы КВС: 0,05 по модулю и  $14^\circ$  по фазе — для РТС простой конфигурации при 10-и элементном фрагменте; 0,06...0,09 по модулю и  $12^\circ \dots 16^\circ$  по фазе — для РТС с радио-прозрачным укрытием при 50-и элементном фрагменте. При ошибке матрицы КВС, обусловленной смещением случайным образом элементов на фрагменте, погрешность восстановленной зависимости  $\{\Gamma(\psi)\}$  многоэлементной РТС достигает значений 0,039 по модулю и  $16,5^\circ$  по фазе при максимальном смещении элемента  $0,06\lambda$  на 10-и элементном фрагменте РТС простой конфигурации. Для РТС с радио-прозрачным укрытием максимальная погрешность зависимости  $\{\Gamma(\psi)\}$  составляет 0,048...0,055 по модулю и  $8,20 \dots 11,50^\circ$  по фазе при максимальном смещении на 50-и элементном фрагменте  $0,04 \dots 0,06\lambda$ .

**Литература**

1. *Diamond B.L.* Small arrays – Their analysis and their use for the design of array elements // PAA Symposium Digest. 1970. Pp. 52–55.
2. *Виниченко Ю.П., Леманский А.А., Митяшев М.Б.* К расчету конечных антенных решеток. Радиотехника и электроника. Т. 24. № 7. 1980. С. 1397–1404.

3. *Шифрин Я.С.* Вопросы статистической теории антенн. М.: Советское радио. 1970. 384 с.
4. *Сазонов Д.М.* Основы матричной теории антенных решеток // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. 1983. № 6. С. 111–162.
5. *Сазонов Д.М.* Многоэлементные антенны системы. Матричный подход. Монография. М.: Радиотехника. 2015. 144 с.
6. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское Радио, 1971. 328 с.
7. *Гаврилов В.М., Никитин О.Р., Смирнов Д.С.* Исследование влияния радиопрозрачного укрытия на характеристики многоэлементных радиотехнических систем // Проектирование и технология электронных средств. 2021. № 3. С. 53–57.
8. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток: пер. с англ. М.: Мир. 1974. 455 с.
9. *Гаврилов В.М.* Расчет фазированной антенной решетки комбинированным методом // Антенны. № 6. 2004. С. 3–8.
10. *Skolnik M.I.* Introduction to Radar Systems. 2nd Edition., New York: McGraw-Hill, 1980. 581 p.
11. *Каплун В.А.* Обтекатели антенн СВЧ (радиотехнический расчет и проектирование). М.: Советское радио, 1974. 240 с.
12. *Красюк В.Н.* Антенны СВЧ с диэлектрическими покрытиями (особенности расчета и проектирования). Л.: Судостроение, 1986. 164 с.

Поступила 30 ноября 2023 г.

English

## ERROR ANALYSIS OF PERFORMANCE SIMULATION FOR MULTI-ELEMENT RADIO ENGINEERING SYSTEMS WITH RADAR DOME

**Valerian Mihailovich Gavrilov** — PhD, the Professor of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”<sup>1</sup>.

**Oleg Rafailovich Nikitin** — Grand Dr. in Engineering, the Professor of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”<sup>1</sup>.

**Danila Sergeevich Smirnov** — the Postgraduate Student of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”<sup>1</sup>; the Leading Design Engineer of the Department for the Development and Manufacture of Radioelectronic Devices of JSC “VPO Tochmash”<sup>2</sup>.

E-mail: [dansmirnovich@gmail.com](mailto:dansmirnovich@gmail.com)

<sup>1</sup>Address: 600000, Russian Federation, Vladimir, Gorky St., 87.

<sup>2</sup>Address: 600007, Russian Federation, Vladimir, Severnaya St., 1a.

*Abstract:* The present article presents analysis of error caused by measurement and technological errors in evaluating radar dome effect on performance of multi-element radio engineering systems composed of plane-parallel waveguides during scanning. It was done by finite fragment method through computer-generated simulation. The software of mathematical model for a bounded fragment of radio engineering system was developed for differential assessment of the error impact. Fragment dimension impact of radio engineering system on the accuracy of the simulated performance of multi-element systems was evaluated also as a part of the radar dome. There was considered possibility of using asymptotic regularities to extrapolate mutual coupling factors of the fragment in the radio engineering system with a small number of elements per fragment of large dimension. Recommendations were elaborated on the selection of fragment dimension to obtain optimal accuracy of the simulated performance of multi-element radio engineering systems also as a part of the radar dome.

*Keywords:* "finite fragment" method, multi-element radio engineering system, dielectric radar dome, mutual coupling factor, reflection coefficient, scanning angle, measurement error, technological error.

### References

1. *Diamond B.L.* Small arrays – Their analysis and their use for the design of array elements. PAA Symposium Digest. 1970. Pp. 52–55.
2. *Vinichenko Yu.P., Lemansky A.A., Mityashev M.B.* On the calculation of finite antenna arrays. Radiotekhnika i Elektronika. Vol. 24. No. 7. 1980. Pp. 1397–1404.
3. *Shifrin Ya.S.* Questions of the statistical theory of antennas. Moscow: Soviet radio. 1970. 384 p.
4. *Sazonov D.M.* Fundamentals of the matrix theory of antenna arrays. Collection of scientific and methodological articles on applied electrodynamics. 1983. No. 6. Pp. 111–162.
5. *Sazonov D.M.* Multi-element antennas of the system. The matrix approach. Monograph. Moscow: Radiotekhnika. 2015. 144 p.
6. *Bykov V.V.* Digital modeling in statistical radio engineering. Moscow: Sovetskoe Radio, 1971. 328 p.
7. *Gavrilov V.M., Nikitin O.R., Smirnov D.S.* Investigation of the effect of a radio-transparent shelter on the characteristics of multi-element radio engineering systems. Design and technology of electronic means. 2021. No. 3. Pp. 53–57.
8. *Amitej N., Galindo V., Vu C.* Theory and analysis of phased antenna arrays. Moscow: Mir. 1974. 455 p.
9. *Gavrilov V.M.* Phased array combine calculation method. Antenny. 2004. No. 6. Pp. 3–8.
10. *Skolnik M.I.* Introduction to Radar Systems. 2-nd Edition., New York: McGraw-Hill, 1980. 581 p.
11. *Kaplun V.A.* UHF antenna radomes (radiotechnical calculation and design). Moscow: Sovetskoe Radio, 1974. 240 p.
12. *Krasyuk V.N.* UHF antennas with dielectric surfaces (calculation and design features). Leningrad: Sudostroenie, 1986. 164 p.