

Навигационно-баллистическое обеспечение малого космического аппарата  
«Кондор-Э» как носителя РСА радиовидения

**Зайцев Сергей Эдуардович**

кандидат технических наук, Главный конструктор по направлению,  
директор Объединенной дирекции космических систем АО «ВПК «НПО машиностроения».

*E-mail:* zaisergeri@mail.ru.

*Адрес:* 143966, г. Реутов, Московская область, ул.Гагарина, д.33.

*Аннотация:* В работе представлен метод повышения качества синтеза радиолокационного изображения, получаемого с помощью радиолокационной станции (РЛС) с синтезированием апертуры антенны (РСА) космического базирования. На основе предложенной системы координат синтезирования построена аппроксимация траектории космического аппарата и проведена линеаризация модели, основанная на понятии приведенной скорости для фокусировки в заданную точку. Это позволяет точнее сформировать опорную функцию для согласованной фильтрации траекторного сигнала и синтеза радиолокационного изображения, а также упростить все расчёты, связанные с автофокусировкой и определением местоположения объектов. Разработана методика вычисления приведенной скорости на основе дополнительных навигационно-баллистических расчётов. Приведены результаты расчётов и синтеза радиолокационных изображений, полученных при обработке траекторных сигналов РСА космического аппарата «Кондор-Э» в процессе лётных испытаний. Показано, что предложенная методика измерения приведенной скорости в комплексе с автофокусировкой даёт более точные оценки, чем расчёты по навигационным данным, и обеспечивает высокое качество синтезируемому радиолокационному изображению.

*Ключевые слова:* радиолокационная станция с синтезированием апертуры, малый космический аппарат, радиолокационное изображение, прожекторный режим, аппроксимация траектории, навигационно-баллистический расчёт, разрешающая способность.

### Введение

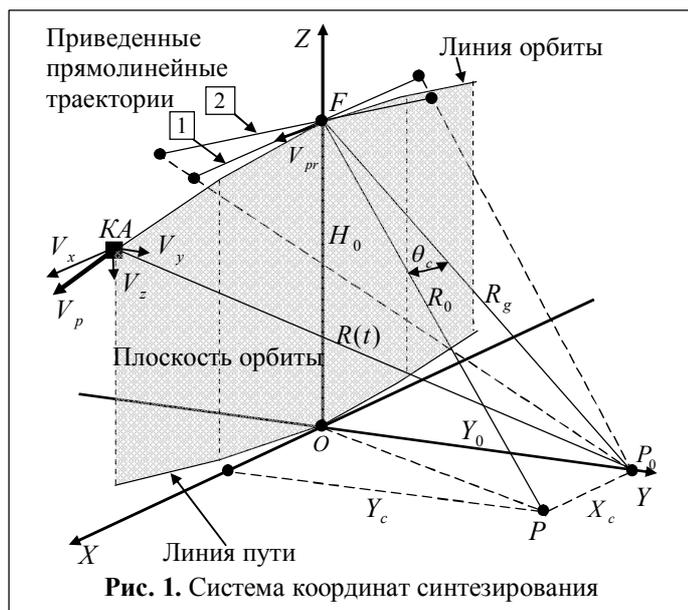
Известно, что в России разработаны, выведены на орбиту и успешно испытаны две космических РСА [1-3] с характеристиками, близкими к работающим на орбитах зарубежным РСА. Кроме того, очевидно, что возможно совершенствование РСА этого ряда с малыми аппаратными доработками не только в отношении улучшения параметров штатных режимов, но и в отношении введения новых режимов работы, включая скошенный обзор и интерферометрию. Итоги и уроки лётных испытаний этих РСА весьма подробно описаны в работе [2].

В данной статье, также имеющей прямое отношение к лётным испытаниям РСА малого космического аппарата (МКА) «Кондор-Э», рассматриваются вопросы навигационно - баллистического обеспечения (НБО) РСА, которое было использовано как для формирования ра-

диолокационных изображений (РЛИ) [2, 4], так и для интерферометрической обработки, в частности, с целью оценки рельефа местности [5].

### 1 Система координат синтезирования

Для удобства описания процесса синтезирования апертуры антенны в РЛС космического базирования введем систему координат синтезирования (СКС), ось  $OZ$  которой соединяет центр земли  $O_3$  и точку положения космического аппарата (КА) в середине интервала синтезирования (ИС)  $-T_c/2 \leq t < T_c/2$  (точка  $F$ ), ось  $OY$  проходит через точку прицеливания  $P_0$  на земной поверхности, а ось  $OX$  образует с ними правую прямоугольную систему координат и по направлению совпадает с направлением движения КА, как это показано на рис. 1.



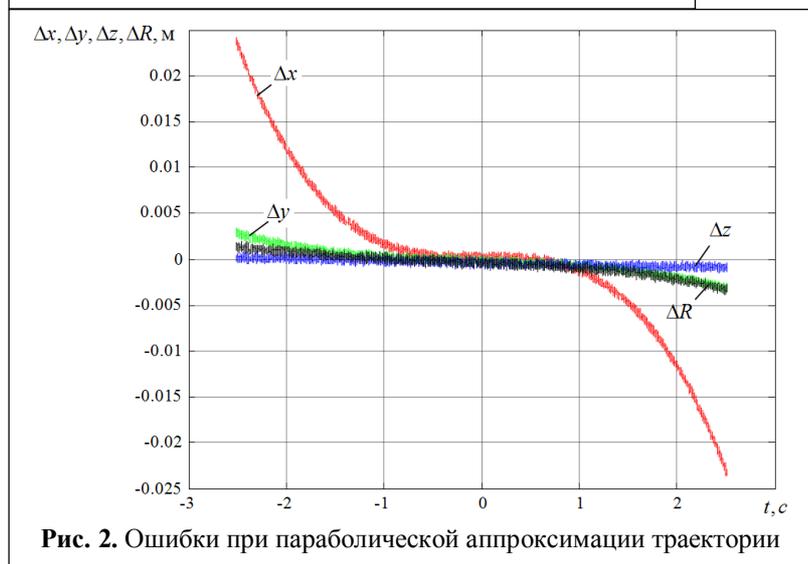
кость  $XOY$  СКС совпадает с локальным положением плоскости орбиты КА, в противном случае плоскость  $XOY$  развёрнута относительно плоскости орбиты на небольшой угол, компенсирующий вертикальную составляющую скорости КА.

## 2 Разложение в степенной ряд функции наклонной дальности

На ИС длительностью до 5...7 с траекторию КА в СКС с необходимой для расчётов фазы сигнала точностью можно аппроксимировать квадратичной параболой [1, 6-8]

$$\begin{cases} x(t) = V_x t + \frac{1}{2} a_x t^2, \\ y(t) = V_y t + \frac{1}{2} a_y t^2, \\ z(t) = H_0 + V_z t + \frac{1}{2} a_z t^2, \\ t = -T_c/2 \dots T_c/2. \end{cases}$$

Справедливость такого утверждения подтверждает рис. 2, на котором показаны отклонения  $\Delta x(t) = \tilde{x}(t) - x(t)$ ,  $\Delta y(t) = \tilde{y}(t) - y(t)$ ,  $\Delta z(t) = \tilde{z}(t) - z(t)$  координат КА при параболической аппроксимации траектории от данных  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{y}(t)$ ,  $\tilde{z}(t)$ , полученных прямым баллистическим расчётом движения реального КА.



Обычно точка прицеливания  $P_0$  (центр формируемого кадра РЛИ) выбирается так, что расстояние  $R(t)$  между ней и положением КА в середине ИС (точка  $F$ ) было минимально, т.е.  $R(0) = \min$ . Другим признаком такой ориентации СКС относительно точки  $P_0$  может служить равенство нулю первой производной функции  $R(t)$  в нулевой момент времени  $R'(0) = 0$ . Функция  $R'(t)$  имеет физический смысл радиальной составляющей скорости КА  $V_R(t)$ .

Необходимо отметить, что при строго круговой орбите, когда вертикальная составляющая земной скорости КА  $V_z$  равна нулю, плос-

На этом же рисунке показано отклонение  $\Delta R(t) = \tilde{R}(t) - R(t)$  значений текущего расстояния от КА до точки прицеливания  $P$  с координатами  $X_c, Y_c$ , вычисленного непосредственно по баллистическим расчётам

$$\Delta \tilde{R}(t) = \sqrt{(\tilde{x}(t) - X_c)^2 + (\tilde{y}(t) - Y_c)^2 + \tilde{z}^2(t)}$$

и по приближённой формуле

$$R(t) = \left[ \left( V_x t + \frac{1}{2} a_x t^2 - X_c \right)^2 + \left( V_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 - Y_c \right)^2 + \left( H_0 + V_z t + \frac{1}{2} a_z t^2 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

использующей параболическую аппроксимацию траектории.

Собственно именно небольшие значения ошибки расчёта текущего расстояния КА – точка фокусировки  $\Delta R(t)$ , которые не превышают единиц миллиметров (см. рис. 2) и позволяют судить о применимости формулы (1) к расчёту фазы сигнала для РЛС космического базирования.

Разложение (1) в степенной ряд Тейлора по переменной  $t$  в окрестности точки  $t=0$ , соответствующей середине ИС, даёт следующий ряд из пяти первых членов

$$R(t) = R_0 + R'(0)t + \frac{1}{2}R''(0)t^2 + \frac{1}{6}R'''(0)t^3 + \frac{1}{24}R''''(0)t^4. \quad (2)$$

Здесь:  $R_0 = R(0) = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + H_0^2}$  – расстояние от КА до точки  $P$  в середине ИС,

$$R'(t) = \frac{1}{2} \frac{\rho'(t)}{\sqrt{\rho(t)}} = V_R(t)$$

– первая производная функции, имеет смысл радиальной скорости относительно точки  $P$ ,

$$R''(t) = \frac{1}{2} \frac{\rho''(t)}{\sqrt{\rho(t)}} - \frac{1}{4} \frac{[\rho'(t)]^2}{[\sqrt{\rho(t)}]^3} = a_R(t)$$

– вторая производная функции, имеет смысл радиального ускорения,

$$R'''(t) = \frac{1}{2} \frac{\rho'''(t)}{\sqrt{\rho(t)}} - \frac{3}{4} \frac{\rho''(t)\rho'(t)}{[\sqrt{\rho(t)}]^3} + \frac{3}{8} \frac{[\rho'(t)]^3}{[\sqrt{\rho(t)}]^5}$$

– третья производная, имеет смысл скорости изменения радиального ускорения,

$$R''''(t) = \frac{1}{2} \frac{\rho''''(t)}{\sqrt{\rho(t)}} - \frac{\rho'''(t)\rho'(t)}{[\sqrt{\rho(t)}]^3} - \frac{3}{4} \frac{[\rho''(t)]^2}{[\sqrt{\rho(t)}]^3} + \frac{9}{4} \frac{\rho''(t)[\rho'(t)]^2}{[\sqrt{\rho(t)}]^5} - \frac{15}{16} \frac{[\rho'(t)]^4}{[\sqrt{\rho(t)}]^7}$$

– четвертая производная,

$$\rho(t) = \left( V_x t + \frac{1}{2} a_x t^2 - X_c \sin \theta \right)^2 + \left( V_y t + \frac{1}{2} a_y t^2 - Y_c \right)^2 + \left( H_0 + V_z t + \frac{1}{2} a_z t^2 \right)^2$$

– подкоренное выражение в (1) – квадрат текущего расстояния, и его производные

$$\rho'(t) = 2[V_x^2 t + \frac{3}{2} a_x V_x t^2 + \frac{1}{2} a_x^2 t^3 - X_c V_x - X_c a_x t + V_y^2 t + \frac{3}{2} a_y V_y t^2 + \frac{1}{2} a_y^2 t^3 - Y_c V_y - Y_c a_y t + V_z^2 t + \frac{3}{2} a_z V_z t^2 + \frac{1}{2} a_z^2 t^3 + H_0 V_z + H_0 a_z t],$$

$$\rho''(t) = 2[V_x^2 + 3a_x V_x t + \frac{3}{2} a_x^2 t^2 - X_c a_x + V_y^2 + 3a_y V_y t + \frac{3}{2} a_y^2 t^2 - Y_c a_y + V_z^2 + 3a_z V_z t + \frac{3}{2} a_z^2 t^2 + H_0 a_z],$$

$$\rho'''(t) = 2[3a_x V_x + 3a_x^2 t + 3a_y V_y + 3a_y^2 t + 3a_z V_z + 3a_z^2 t],$$

$$\rho''''(t) = 2[3a_x^2 + 3a_y^2 + 3a_z^2].$$

Приведённые выше формулы позволяют записать выражения для коэффициентов ряда (2) через параметры траектории КА  $H_0, V_x, V_y, V_z, a_x, a_y, a_z$  и координаты точки прицеливания  $Y_c, X_c$  в следующем виде:

$$R'(0) = V_R = \frac{H_0 V_z - X_c V_x - Y_c V_y}{R_0}, \quad (3)$$

$$R''(0) = a_R = \frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 - V_R^2 + H_0 a_z - X_c a_x - Y_c a_y}{R_0}, \quad (4)$$

$$R'''(0) = \beta_R = 3 \frac{a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z - a_R V_R}{R_0}, \quad (5)$$

$$R''''(0) = 3 \frac{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - a_R^2}{R_0} - 12 \frac{(a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z - a_R V_R) V_R}{R_0^2}. \quad (6)$$

СКС, в которой производятся расчёты, можно развернуть в горизонтальной плоскости так, чтобы выполнялось условие

$$\frac{H_0 V_z}{R_0} = \frac{Y_c V_y}{R_0}. \quad (7)$$

Физически это означает, что ось  $OY$  СКС будет проходить через точку  $P_0$  с координатами  $X_c = 0, Y_c = Y_0$  относительно которой радиальная скорость КА в момент пролёта середины ИС  $t = 0$  будет равна нулю. В этом случае радиальная скорость (3) относительно точки фокусировки  $P$  с координатами  $X_c, Y_c$  будет

определяться только азимутальным смещением этой точки – смещением  $X_c$  по оси  $OX$  :

$$R'(0) = V_R = -\frac{X_c V_x}{R_0}. \quad (8)$$

С учётом полученных формул (3)-(8) разложение исходной формулы (1) в ряд Тейлора четвёртого порядка будет иметь вид

$$R(t) = R_0 + V_R t + \frac{1}{2} a_R t^2 + \frac{1}{6} \beta_R t^3 + \frac{3(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - a_R^2) - 4\beta_R V_R}{24R_0} t^4. \quad (9)$$

Как показывают расчёты для детального прожекторного режима (ДПР), ошибка аппроксимации формулы (1) выражением (9) не превышает 1 мм и ею можно пренебречь. Необходимо отметить, что для режима ДПР важен учёт в (1), (9) не только вертикального ускорения КА  $a_z \approx V_x^2 / R_{KA} \approx 8,165 \text{ м/с}^2$ , но и горизонтальных составляющих  $a_x, a_y$  (особенно  $a_y$ , которое имеет величину порядка  $0,7 \dots 0,9 \text{ м/с}^2$ ). Эти ускорения образуются за счёт изменения линейной скорости Земли при движении КА с севера на юг или с юга на север и их не учёт в формулах (1), (9) даёт ошибку порядка единиц метров, что недопустимо для фокусировки РЛИ.

Основным критерием, позволяющим оценить применимость приближенных формул расчёта текущего расстояния «КА - точка фокусировки», является отклонение расчётных значений  $R(t)$  от их истинных величин на концах ИС. Для получения фокусировки РЛИ приемлемого качества эти отклонения не должны превышать 1/8 части длины волны излучения. Этот же критерий позволяет оценить необходимую точность измерения (расчёта) параметров движения КА на ИС.

Так, расчёты по формулам (1), (9) показывают, что для режима ДПР точность (СКО) измерения составляющих ускорения КА должна быть не хуже  $0,001 \text{ м/с}^2$ , а точность (СКО) измерения составляющих скорости – не хуже  $0,1 \text{ м/с}$ . Кроме того, ошибка определения высоты КА над участком съёмки  $H_0$  более чем

на 300 м, например из-за неучтённого превышения местного рельефа над эллипсоидом, даёт заметную расфокусировку РЛИ.

### 3 Приведение к прямолинейной траектории

Для удобства расчёта опорной функции при синтезе РЛИ рассмотрим гипотетическую прямолинейную траекторию (см. прямую 1 на рис. 1)

$$\begin{cases} x(t) = V_{pr} t, \\ y(t) = 0, \\ z(t) = H_0, \\ t = -T_c/2 \dots T_c/2, \end{cases}$$

при полете по которой текущее расстояние

$$R(t) = \sqrt{(V_{pr} t - X_{cpr})^2 + R_{pr}^2} \quad (10)$$

минимально отличается от рассчитанного по формуле (1).

Для (10) справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \rho'(t) &= 2[V_{pr}^2 t - X_{cpr} V_{pr}], \quad \rho''(t) = 2V_{pr}^2, \\ \rho'''(t) &= 0, \quad \rho''''(t) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(0) &= R_{0pr} = \sqrt{X_{cpr}^2 + R_{pr}^2} \\ R'(0) &= V_{Rpr} = -\frac{V_{pr} X_{cpr}}{R_{0pr}}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$R''(0) = a_{Rpr} = \frac{V_{pr}^2}{R_{0pr}} - \frac{V_{pr}^2 X_{cpr}^2}{R_{0pr}^3} = \frac{V_{pr}^2 - V_{Rpr}^2}{R_{0pr}}, \quad (12)$$

$$R'''(0) = -3 \frac{a_{Rpr} V_{Rpr}}{R_{0pr}} = -3 \frac{V_{pr}^2 V_{Rpr}}{R_{0pr}^2}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} R''''(0) &= -3 \frac{a_{Rpr}^2}{R_{0pr}} + 12 \frac{a_{Rpr} V_{Rpr}^2}{R_{0pr}^2} = \\ &= -3 \frac{V_{pr}^4}{R_{0pr}^3} + 12 \frac{V_{pr}^2 V_{Rpr}^2}{R_{0pr}^3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для минимального отличия (10) от (1) и (9) необходимо положить  $R_{0pr} = R_0, V_{Rpr} = V_R, a_{Rpr} = a_R$ , откуда

$$\begin{aligned} R_{pr} &= \sqrt{Y_c^2 + H_0^2 + X_c^2 - X_{cpr}^2} = \sqrt{R_0^2 - X_{cpr}^2}, \\ X_{cpr} &= X_c V_x / V_{pr} = -V_R R_0 / V_{pr}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$V_{pr} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 + H_0 a_z - X_c a_x - Y_c a_y}. \quad (16)$$

Альтернативным выражением для описания движения КА по приведённой прямолинейной траектории является выражение вида

$$R(t) = \sqrt{(V_{pr1}t)^2 + (R_0 + V_R t)^2}. \quad (17)$$

Приведённая траектория, описываемая формулой (17) показана на рис. 1 прямой 2. Геометрически её отличие от траектории (10) заключается в том, что она перпендикулярна вектору  $R_0$ , а не вектору  $R_g$ , как в первом случае.

Для (17) справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \rho'(t) &= 2[V_{pr1}^2 t + V_R^2 t + R_0 V_R], \quad \rho''(t) = 2[V_{pr1}^2 + V_R^2], \\ \rho'''(t) &= 0, \quad \rho''''(t) = 0, \\ R'(0) &= V_R, \end{aligned} \quad (18)$$

$$R''(0) = a_R = \frac{V_{pr1}^2}{R_0}, \quad (19)$$

$$R'''(0) = -3 \frac{a_R V_R}{R_0} = -3 \frac{V_{pr1}^2 V_R}{R_0^2}, \quad (20)$$

$$R''''(0) = -3 \frac{a_R^2}{R_0} + 12 \frac{a_R V_R^2}{R_0^2} = -3 \frac{V_{pr1}^4}{R_0^3} + 12 \frac{V_{pr1}^2 V_R^2}{R_0^3}. \quad (21)$$

Для минимального отличия (17) от (1) достаточно положить

$$V_{pr1} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 - V_R^2 + H_0 a_z - X_c a_x - Y_c a_y}. \quad (22)$$

Сравнивая (22) и (16), видим, что квадраты приведённых скоростей для формул (10) и (17)

остались на уровне коэффициентов разложения 3 и 4 порядка. Они описываются формулами

$$\Delta R'''(0) = 3 \frac{a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z}{R_0},$$

$$\begin{aligned} \Delta R''''(0) &= 3 \frac{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}{R_0} - 12 \frac{(a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z) V_R}{R_0^2} = \\ &= 3 \frac{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}{R_0} - 4 \frac{\Delta R'''(0) V_R}{R_0}. \end{aligned}$$

Суммарная ошибка вычисления функции  $R(t)$  по приведённым формулам (10), (17) будет иметь вид.

$$\Delta R(t) = \frac{1}{6} \Delta R'''(0) t^3 + \frac{1}{24} \Delta R''''(0) t^4. \quad (23)$$

Графики функции  $\Delta R(t)$ , рассчитанные для одного из маршрутов, показаны на рис. 3.

Как видно из рисунка, ошибка расчётов текущего расстояния по приведённым формулам (10), (17) имеет порядок единиц миллиметров и ею можно пренебречь. С точки зрения удобства расчёта опорной функции наиболее предпочтительной выглядит формула (17).

Для расчёта координат  $X_c, Y_c$  точки фокусировки  $P$ , которые используются во всех приведённых выше формулах расчёта дальности, можно воспользоваться значением радиальной скорости  $\hat{V}_R$ , оценённым по реальной радиоголограмме и значением наклонной дальности  $R_g = \sqrt{Y_0^2 + H_0^2}$ , определяемым известной задержкой строка приёма РЛС.

На основании (7) получим уравнение

$$X_c = -\frac{\hat{V}_R R_0}{V_x} = -\frac{\hat{V}_R}{V_x} \sqrt{R_g^2 + X_c^2},$$

решением которого будет

$$X_c = R_g \sqrt{\frac{\hat{V}_R^2}{V_x^2 - \hat{V}_R^2}} = R_g \operatorname{tg} \theta_c.$$

Тогда

$$R_0 = \sqrt{R_g^2 + X_c^2} = R_g \sqrt{\frac{V_x^2}{V_x^2 - \hat{V}_R^2}} = \frac{R_g}{\cos \theta_c}.$$

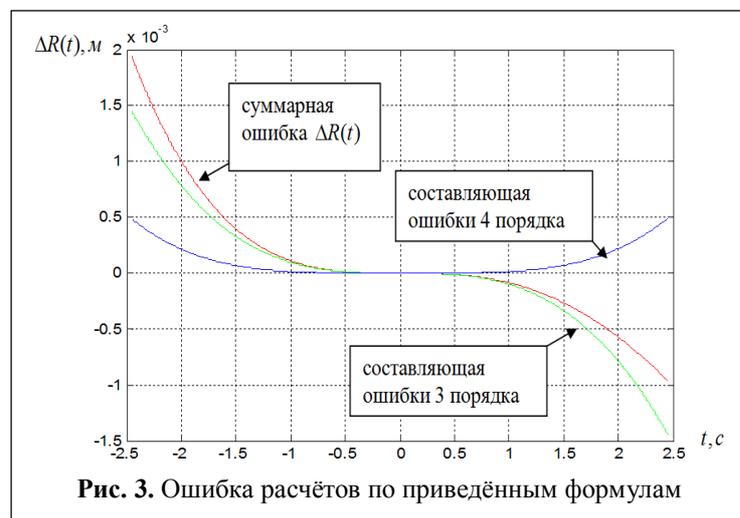


Рис. 3. Ошибка расчётов по приведённым формулам

отличаются на величину  $V_R^2$ :

$$V_{pr1}^2 = V_{pr}^2 - V_R^2.$$

Проанализировав (11)...(16) и (18)...(22), можно убедиться, что отличия приведённых формул (10) и (17) от исходной (1) одинаковы и

Здесь введён угол

$$\theta_c = -\arctg \frac{\hat{V}_R}{\sqrt{V_x^2 - \hat{V}_R^2}} = \arccos \frac{\sqrt{V_x^2 - \hat{V}_R^2}}{V_x} = -\arcsin \frac{\hat{V}_R}{V_x},$$

имеющий смысл углового отклонения точки фокусировки  $P$  в плоскости наклонной дальности (см. рис. 1).

Вариант формулы (17) с использованием угла  $\theta_c$  имеет вид

$$R(t) = \sqrt{(V_{pr1}t)^2 + (R_g/\cos\theta_c + \hat{V}_R t)^2}. \quad (24)$$

Его разложение в ряд

$$R(t) = \frac{R_g}{\cos\theta_c} + V_{pr}t + \frac{\cos^3\theta_c V_{pr}^2}{2R_g} t^2 - \frac{\cos^5\theta_c V_{pr}^4}{8R_g^3} + \frac{\cos^3\theta_c V_{pr}^2 \hat{V}_R^2}{2R_g^3} t^3 - \frac{\cos^7\theta_c V_{pr}^4}{8R_g^3} + \frac{\cos^5\theta_c \sin^2\theta_c V_{pr}^4}{2R_g^3} t^4. \quad (25)$$

Учитывая, что  $V_x - V_{pr} \ll V_x$  можно приближённо считать, что  $\theta_c \approx \arcsin \hat{V}_R/V_{pr}$ . Тогда  $\hat{V}_R \approx -V_{pr} \sin\theta_c$ ,  $V_{pr1} \approx V_{pr} \cos\theta_c$  и получим формулу

$$R(t) \approx \frac{R_g}{\cos\theta_c} - V_{pr}t \sin\theta_c + \frac{\cos^3\theta_c V_{pr}^2}{2R_g} t^2 - \frac{\cos^5\theta_c \sin\theta_c V_{pr}^3}{2R_g^2} t^3 - \frac{\cos^7\theta_c V_{pr}^4}{8R_g^3} + \frac{\cos^5\theta_c \sin^2\theta_c V_{pr}^4}{2R_g^3} t^4. \quad (26)$$

Отметим, что (26) не является единственным вариантом описания текущего расстояния  $R(t)$ . Это разложение по совокупности параметров съёмки представляется наиболее приемлемым для ДПП, поскольку используется телескопический (прожекторный) вид обзора [7,8]. В случае использования других видов обзора разложение может быть иным. Например, в детальном непрерывном режиме [4], где используется боковой обзор, разложение имеет следующий вид:

$$R(t) \approx R_g - V_{pr} \sin\theta_c \frac{\cos^2\theta_c V_{pr}^2}{2R_g} t^2 + \frac{\cos^2\theta_c \sin\theta_c V_{pr}^3}{R_g^2} t^3 - \frac{\cos^7\theta_c V_{pr}^4}{8R_g^3} t^4. \quad (27)$$

Удобство формул (24)...(27) заключается в том, что используемые в них переменные –

время наблюдения  $t$  и наклонная дальность  $R_g$  – являются координатами радиоголограммы. Необходимо отметить, что приведённые скорости  $V_{pr}$  и  $V_{pr1}$ , используемые в приведённых формулах (10) и (17), различаются только при фокусировке по отклонённому лучу, т.е. когда  $\hat{V}_R \neq 0$ ,  $\theta_c \neq 0$ .

При  $\hat{V}_R = 0$ ,  $\theta_c = 0$  (т.е. когда фокусировка осуществляется в заданную точку)  $V_{pr1} = V_{pr}$ . Таким образом, можно считать, что  $V_{pr}$  – это приведённая скорость для фокусировки в заданную точку, а  $V_{pr1}$  – приведённая скорость для фокусировки по ДНА, отклонённой на угол  $\theta_c$  от нормали к путевой скорости.

#### 4 Способы вычисления приведённой скорости

Один из способов вычисления приведённой скорости  $V_{pr}$ , используемой в расчётах текущего расстояния по формулам (24)...(27), заключается в непосредственном использовании формулы (16). С учётом некоторых полученных выше соотношений её можно переписать в виде

$$\hat{V}_{pr} = \sqrt{V_p^2 + a_z H_0 - a_x R_g \operatorname{tg}\theta_c - a_y Y_c}. \quad (28)$$

где  $V_p = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$  – полная Земная скорость КА в середине ИС (точка  $F$  на рис. 4);  $a_x, a_y, a_z$  – значения ускорений ЦМ КА по осям СКС в середине ИС;  $H_0 = R_{KA} - R_3 \cos\alpha + h_0$  – превышение КА над точкой фокусировки с учётом отклонения местного рельефа от геоида  $h_0$ ;  $Y_c = \pm\sqrt{R_g^2 - H_0^2}$  – координата точки фокусировки, «-» – для правого борта, «+» – для левого;  $\alpha = \arccos((R_{KA}^2 + R_3^2 - R_g^2)/(2R_{KA}R_3))$ ,  $R_{KA} = \sqrt{X_{KA}^2 + Y_{KA}^2 + Z_{KA}^2}$  – локальный радиус орбиты КА в точке  $F$ ;  $R_3 = \frac{a_e \sqrt{1-e_e^2}}{\sqrt{1-e_e^2 \cos^2\phi_p}}$  – локальный радиус Земли в точке фокусировки

$P$ ;  $a_e = 6378136$ ,  $b_e = 6356751$  и  $e_e = \sqrt{(a_e^2 - b_e^2)/a_e^2} = 0,08181979739$  – большая полуось, малая полуось и первый эксцентриситет земного эллипсоида;

$$R_g = (T_p N_p + \tau_3 + n \Delta t_{\text{АЦП}}) c / 2 \quad (29)$$

– фактическая дальность до  $n$ -ой строки радиоголограммы, которая определяется задержкой строка приёма  $(T_p N_p + \tau_3)$  и её положением внутри строка. Здесь  $N_p$  – целое число периодов в задержке,  $\tau_3$  – задержка сигнала внутри периода.  $\Delta t_{\text{АЦП}} = 1/F_{\text{АЦП}}$  – период дискретизации АЦП,  $c = 2,9979246 \times 10^8$  м/с – скорость распространения радиоволн.

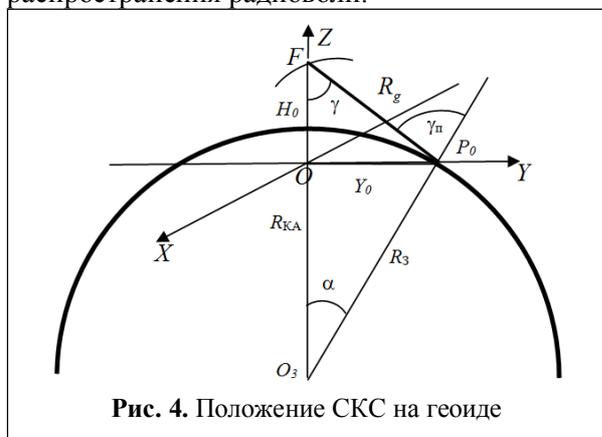


Рис. 4. Положение СКС на геоиде

Ещё один способ вычисления приведённой скорости вытекает из равенства выражений (1) и (17) внутри интервала  $-T_c/2 \leq t < T_c/2$ . Здесь  $T_c = M T_p$  – длительность интервала синтезирования, определяемая периодом повторения и фактической длиной радиоголограммы по азимуту в пикселях  $M$ . Поэтому при фокусировке в заданную точку  $P_0$  ( $\hat{V}_R = 0$ ,  $\theta_c = 0$ ,  $X_c = 0$ ) для точки конца ИС (при  $t = T_c/2$ ) можно записать

$$R(T_c/2) = \sqrt{x^2(T_c/2) + (y(T_c/2) - Y_0)^2 + (H_0 + z(T_c/2))^2} = \sqrt{(V_{pr}(T_c/2))^2 + R_g^2}, \quad (30)$$

где  $x(T_c/2)$ ,  $y(T_c/2)$ ,  $z(T_c/2)$  – вычисленные по баллистическим данным координаты КА в СКС. Из (30) получим

$$\hat{V}_{pr(T_c/2)} = \frac{\sqrt{R^2(T_c/2) - R_g^2}}{T_c/2} = \frac{\sqrt{x^2(T_c/2) + (y(T_c/2) - Y_0)^2 + (H_0 + z(T_c/2))^2 - R_g^2}}{T_c/2}. \quad (31)$$

Ещё одно независимое измерение  $V_{pr}$  можно получить, используя координаты КА в начале ИС (при  $t = -T_c/2$ ):

$$\hat{V}_{pr(-T_c/2)} = \frac{\sqrt{R^2(-T_c/2) - R_g^2}}{T_c/2} = \frac{\sqrt{x^2(-T_c/2) + (y(-T_c/2) - Y_0)^2 + (H_0 + z(-T_c/2))^2 - R_g^2}}{T_c/2}. \quad (32)$$

Тогда окончательную оценку приведённой скорости можно вычислить путём усреднения двух измерений

$$\hat{V}_{pr} = \frac{V_{pr(T_c/2)} + V_{pr(-T_c/2)}}{2}. \quad (33)$$

Для фокусировки в отклонённую на угол  $\theta_c$  точку  $P$  при расчёте текущего расстояния по формуле (24) можно вычислить

$$\hat{V}_{pr1} = \sqrt{\hat{V}_{pr}^2 - \hat{V}_R^2}, \quad (34)$$

где  $\hat{V}_R$  – значение радиальной скорости КА, оценённое по средней доплеровской частоте отражённого сигнала.

Таким образом, для расчёта значений приведённой скорости  $\hat{V}_{pr}$ ,  $\hat{V}_{pr1}$  по формуле (28) необходимо иметь следующие баллистические данные:

1. Координаты КА  $X_{КА}$ ,  $Y_{КА}$ ,  $Z_{КА}$  в середине ИС (в точке  $F$ ). Момент времени  $t = 0$ , в который рассчитываются эти координаты, должен соответствовать моменту приёма сигнала от  $M/2$  зондирующего импульса РЛС. Координаты  $X_{КА}$ ,  $Y_{КА}$ ,  $Z_{КА}$  используются для расчёта параметров взаимного положения КА и точки фокусировки  $P_0$  в СКС, т.е. значений  $H_0$  и  $Y_0 = \sqrt{R_g^2 - H_0^2}$ . Координаты КА могут быть заданы в любой земной геоцентрической системе координат.

2. Значения составляющих земных скорости  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  и ускорения  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  КА, пересчитанные в СКС.

Для вычисления значений приведённой скорости  $\hat{V}_{pr}$ ,  $\hat{V}_{pr1}$  по формулам (31)...(33) необходимо иметь следующие баллистические данные:

1. Координаты  $X_{КА}$ ,  $Y_{КА}$ ,  $Z_{КА}$  в середине ИС, которые используются для расчёта параметров взаимного положения КА и точки фокусировки  $P_0$  в СКС  $H_0$ ,  $Y_0 = \sqrt{R_g^2 - H_0^2}$ . Координаты могут быть заданы в любой земной геоцентрической системе координат.

2. Координаты  $x(T_c/2)$ ,  $y(T_c/2)$ ,  $z(T_c/2)$  и  $x(-T_c/2)$ ,  $y(-T_c/2)$ ,  $z(-T_c/2)$  КА в начале и конце ИС, пересчитанные в СКС.

3. Значение составляющей  $V_x$  скорости КА в середине ИС в СКС, которая необходима для расчёта угла отклонения точки фокусировки  $\theta_c$ . Ввиду того, что в СКС выполняются условия  $V_x \gg V_y$ ,  $V_x \gg V_z$ , в качестве оценочного значения  $V_x$  можно выбрать значение полной земной скорости КА

$$\hat{V}_x = V_p = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (35)$$

При этом составляющие земной скорости КА в формуле (35) могут быть взяты в любой земной системе координат, а не только в СКС.

Дополнительными параметрами в обоих способах служат географические координаты заданной точки прицеливания  $\lambda_p$ ,  $\phi_p$ , которые служат для определения локального радиуса земного эллипсоида и, по возможности, превышении местного рельефа над геоидом  $h_0$ .

### 5 Результаты расчётов для РСА КА «Кондор-Э»

Для проверки правильности полученных соотношений были проведены расчёты приведённой скорости  $V_{pr}$  для ближней кромки полосы и её градиента  $\Delta V_{pr1}$  для нескольких маршрутов съёмки. Критерием качества расчётов служила близость полученных расчётных значений с аналогичными параметрами  $\hat{V}_{pr}$ ,  $\Delta \hat{V}_{pr1}$ , полученными методом автофокусировки.

Исходными данными служили баллистические параметры – положение  $X_{КА}$ ,  $Y_{КА}$ ,  $Z_{КА}$ , скорости  $V_{3x}$ ,  $V_{3y}$ ,  $V_{3z}$  КА в ГСК в середине

ИС и координаты заданной точки съёмки, зафиксированные в репортах. Дополнительно к данным, указанным в репортах, проводились баллистические расчёты ускорений КА  $a_{3x}$ ,  $a_{3y}$ ,  $a_{3z}$  в ГСК, алгоритмы которых здесь не описаны. Часть результатов расчётов сведена в таблицу 1.

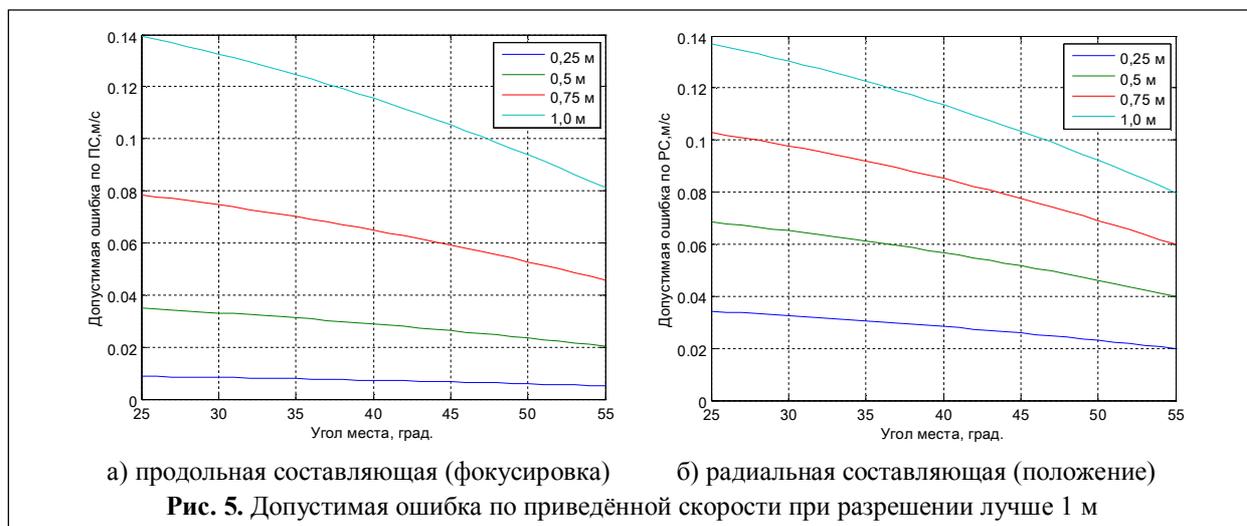
При анализе результатов первое, что привлекает внимание, это отличие оценки приведённой скорости, рассчитанной по НБО, от приведённой скорости, сформированной при автофокусировке. Кроме того, дело не обходится без выбросов этого отличия (см., например, столбец «Сингапур»). Следует сразу же отметить, что в ходе анализа выяснилось, что оценка приведённой скорости по автофокусировке для всех проанализированных данных всегда, судя по качеству РЛИ, точнее, чем по данным НБО. Если отбросить выброс из набора в 11 проанализированных данных, то для отличия значение среднего оказывается равным 0,2836, а среднеквадратического отклонения 0,1466.

Если предположить, что при разрешающей способности 1 м и лучше, допустимой параболической ошибкой на краях ИС для фокусировки РЛИ выбрано значение  $\pi/4$  [8], а смещение РЛИ (ошибка в положении объектов на РЛИ) равным десяти разрешениям, то можно рассчитать допустимую ошибку приведённой скорости по отношению к продольной (см. рис.5,а) и к радиальной (см. рис.5,б) составляющим. Графики на рис.5 для разрешения в ДПР примерно 0,75 м показывают, что ошибка расчёта приведённой скорости не должна превышать значение примерно 0,1 м/с. Это означает, что НБО РСА КА «Кондор-Э» по уровню ошибок находится на границе допустимого. Тем не менее, в ходе лётных испытаний, используя три варианта алгоритмов формирования РЛИ (1 – по НБО; 2 – параметрическая автофокусировка; 3 – эквивалент одиночной точечной цели), удалось решить все задачи испытаний штатных режимов.

Таблица 1. Результаты расчётов

Кадр		Таксон	Сингапур	Норфолк	Перл Харбор
Широта точки прицеливания, градусы (радианы)	Исходные данные	32,150839 (0,5611380)	1,30061419 (0,022700)	32,15083912 (0,5611380)	36,93629722 (0,6446600)
Долгота точки прицеливания, градусы (радианы)		-110,859387 (4,348324)	103,654138 (1,809106)	249,1406131 (4,3483240)	-76,32298064 (4,9510980)
Координата $X_{КА}$ КА в ГСК, м		-2526334,88	-1886040,85	-1804819,25	893023,10
Координата $Y_{КА}$ КА в ГСК, м		-5156030,41	6602798,80	-5580950,48	-5497417,10
Координата $Z_{КА}$ КА в ГСК, м		3762466,58	215292,34	3566937,52	4011963,05
Скорость $V_{3x}$ в ГСК, м/с		3525,72394	-1511,9868	2988,3512	2716,03455
Скорость $V_{3y}$ в ГСК, м/с		2696,74926	-186,06546	2999,63333	-3833,79329
Скорость $V_{3z}$ в ГСК, м/с		6045,36018	-7345,9239	6191,06408	-5844,96857
Ускорение $a_{3x}$ в ГСК, м/с <sup>2</sup>	Доп. баллистический расчёт	3,48660	2,28474	2,64810	-1,65225
Ускорение $a_{3y}$ в ГСК, м/с <sup>2</sup>		5,80287	-7,87183	6,40408	6,33999
Ускорение $a_{3z}$ в ГСК, м/с <sup>2</sup>		-4,65445	-0,26130	-4,41066	-4,95911
Высота над уровнем моря, м		806	23	3	2
Приведённая скорость $\hat{V}_{pr\ min}$ (автофокус), м/с		<b>7193,44</b>	<b>7224,92</b>	<b>7235,75</b>	<b>7231,15</b>
Приведённая скорость $V_{pr\ min}$ (расчётная), м/с		7193,16	7214,26	7235,54	7231,00
Градиент приведённой скорости (расчётный), м/с/пикс		$-5,7748 \cdot 10^{-5}$			$-1,092 \cdot 10^{-5}$
$\Delta V_{pr} = (\hat{V}_{pr\ min} - V_{pr\ min})$		0,28	10	0,21	0,15

В качестве примеров на рис. 6 и 7 пред-





**Рис. 6.** РЛИ базы ВМФ США, Норфолк, штат Вирджиния и увеличенные изображения фрагментов базы

ставлены РЛИ, сформированные на основе НБО (рис. 6) и с помощью параметрической автофокусировки (рис. 7). Оба изображения по характеристикам пространственного разрешения соответствуют техническим требованиям. На рис. 6 показано РЛИ базы ВМФ США, Норфолк, штат Вирджиния и увеличенные изображения фрагментов этой базы. РЛИ города-государства Сингапур и его окрестностей показано на рис. 7.

### Заключение

1. Введение системы координат синтезирования позволяет на основе данных НБО корректно вычислять приведённую скорость КА как единственный параметр фокусировки РЛИ при радиовидении.
2. Приведение движения КА на интервале синтезирования к прямолинейному с постоянной приведённой скоростью упрощает все расчёты, связанные с фокусировкой РЛИ и определением положения объектов в системе коор-

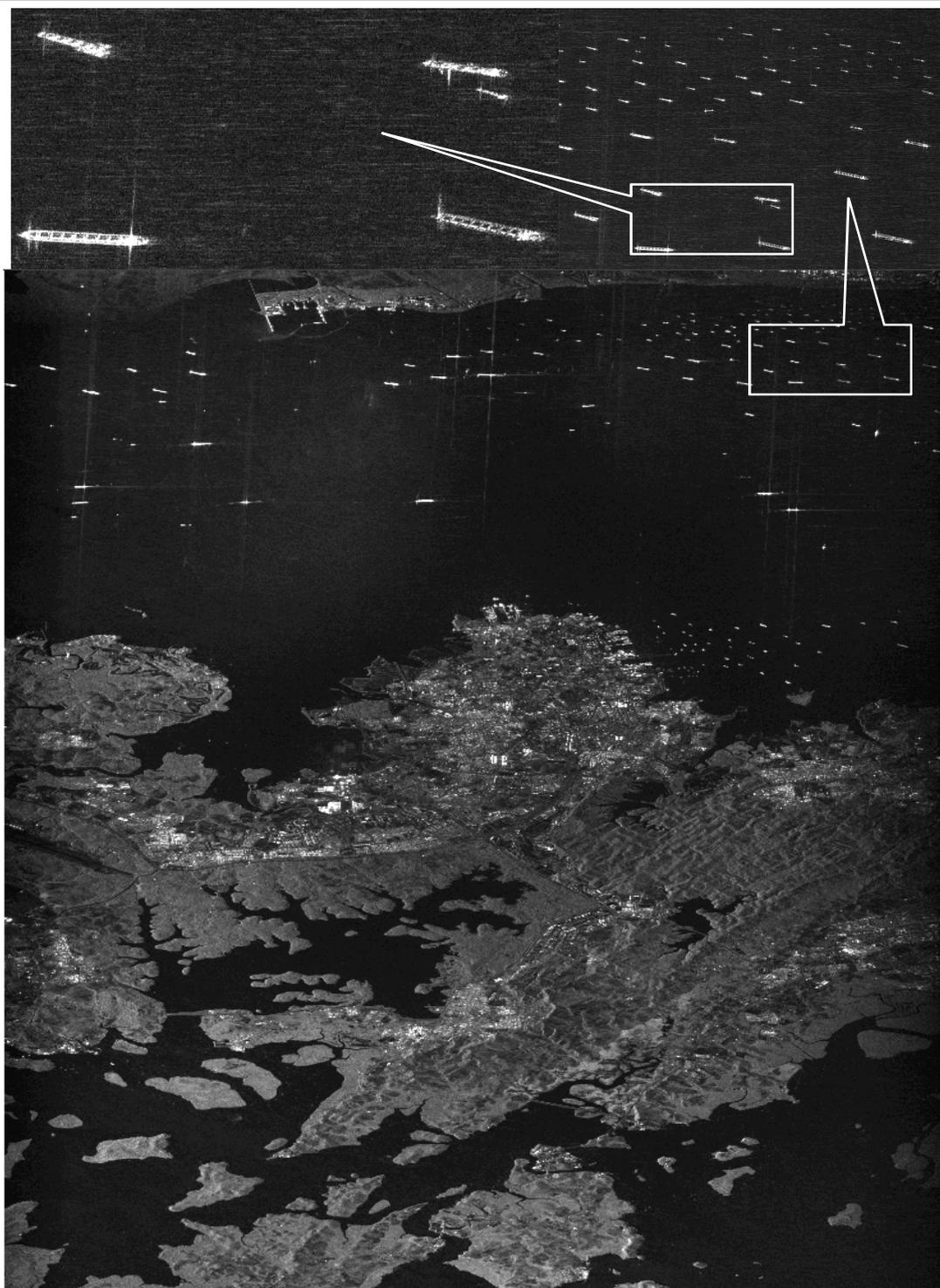


Рис. 7. РЛИ Сингапура и фрагмента залива с множеством судов

динат синтезирования, а также пересчёт координат объектов в другие системы координат.

3. Ошибки оценки приведённой скорости можно представить в виде двух составляющих: продольной и радиальной. Продольная составляющая ошибки приводит к расфокусировке

РЛИ, радиальная составляющая ошибки вызывает смещение РЛИ относительно заданного к съёмке фрагмента местности.

4. Если допустить, что ошибка по фазе на концах интервала синтезирования при параболическом её изменении из-за продольной

ошибки оценки приведённой скорости может составлять  $\pi/4$ , а ошибка определения координат объектов из-за радиальной составляющей достигнет 10 значений разрешения (примерно 10 м), то допустимые ошибки расчёта приведённой скорости составят значение 0,1 м/с.

5. Анализ показывает, что НБО РСА КА «Кондор-Э» по уровню ошибок находится на границе допустимого. В связи с этим, в РСА КА ряда «Кондор-Э» при формировании РЛИ рекомендуется использовать три варианта алгоритмов: 1) по НБО; 2) по параметрической автофокусировке; 3) с помощью эквивалента одиночной точечной цели.

### Литература

1. Верба В.С., Неронский Л.Б., Осипов И.Г., Турук В.Э. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования / Под ред. В.С. Вербы. – М.: Радиотехника, 2010. – 676 с.

2. Бабокин М.И., Ефимов А.В., Зайцев С.Э., Карпов О.А., Костров В.В., Неронский Л.Б., Савосин Г.В., Титов М.П., Толстов Е.Ф., Турук В.Э., Цветков О.Е. Итоги и уроки лёгких испытаний РСА малого космического аппарата «Кондор-Э» // VI Всероссийские Армандовские чтения: Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред: VII Всероссийская научная конференция

(31.05–2.06. 2016 г., Муром). – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2016. – С.16-36.

3. Зайцев С.Э. Космический аппарат – носитель РСА «Кондор-Э» как основа радиолокационной космической системы «Кондор-ФКА» // VI Всероссийские Армандовские чтения: Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред: VII Всероссийская научная конференция (31.05–2.06. 2016 г., Муром). – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2016. – С.431-442.

4. Цветков О.Е. Особенности формирования РЛИ в детальных непрерывных режимах съёмки РСА космического аппарата «Кондор-Э» // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017, №3. С. 50-59.

5. Бабокин М.И., Ефимов А.В., Костюк Е.А., Ракитин А.В. Оценка рельефа местности в РСА КА ряда «Кондор-Э» // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017, №3. С. 4-16.

6. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. – М.: Радиотехника, 2005. – 368 с.

7. Радиолокационные системы воздушной разведки, дешифрирование радиолокационных изображений / Под ред. Л.А. Школьного. – М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008. – 531 с.

8. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / Под ред. В.Т. Горяинова. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.

Поступила 15 июня 2017 г.

English

## Navigation and ballistic support for the small-size space vehicle Kondor-E as SAR radio vision carrier

**Stanislav Eduardovich Zaytsev** – Candidate of Technical Sciences, Director, Joint Directorate of Space Vehicles of JSC “MIC NPO Mashinostroyeniya”.

*E-mail:* zaiserger@mail.ru.

*Address:* 143966, Reutov, Moscow Region, Gagarin St., 33.

*Abstract:* One of key problems with the radar images synthesis that are synthesized when surveying the area via synthetic aperture radar (SAR) is providing support function. All factors must be considered that cause deviation of variation law in regard to changing the flight path signal phase from square-law wave in systems with the high spatial resolution (less than 1 m). The article examines thoroughly the effect of the SAR carrier orbit (space vehicle) differed from the circular one. The theoretical analysis is made with the innovative coordinate system for synthesizing which is introduced and considered and provides the background for the error analysis of parabolic approximation in live space vehicle travel path. Current slant range ratios are obtained the analysis of which enabled to define high resolution spotlight mode requirements to the measuring accuracy of space vehicle acceleration components (the mean square error should not exceed 0,001 m/s<sup>2</sup>) and to the measuring accuracy of speed components (not less than 0,1 m/s). Besides, the estimation error of the space vehicle altitude over the survey area should not exceed 300 m. For ease of providing support function the method of rendering a curved path into a linear path is proposed, which involves digital processing of flight path signal in radio frequency hologram coordinates (slant range and the current time observation). Two different calculation methods of the specified focusing speed are examined, which is also required for generating support function. Both calculation methods employ navigation and ballistic data and differ in the choice of coordinate systems: one of the

methods uses the synthesis coordinate system, the other method uses any Earth-based coordinate system. Using the obtained ratios, the calculations are performed of the specified speed for different radio frequency holograms obtained via SAR Kondor-E space vehicle and target radar images are synthesized. Data analysis showed that assessment errors of the specified speed with autofocusing use is a little below than calculated through navigation and ballistic parameters that go along with radio frequency holograms. Despite it, the synthesized images using this approach manifested the required resolution (not less than 1 m) and of high quality.

*Key words:* synthetic aperture radar, small-size space vehicle, radar image, path approximation, navigation and ballistic calculation, resolution capacity.

### References

1. Verba V.S., Neronskiy L.B., Osipov I.G., Turuk V. E. Space-based Earth viewing radar systems. - Ed. by V.S. Verba. - M.: Radiotekhnika, 2010. - 676 p.
2. Kondratenkov G. S., Frolov A.Yu. Radio vision. Radar systems of Earth remote probing. - M.: Radiotekhnika, 2005. - 368 p.
3. Air reconnaissance radar systems, radar image interpretation. - Ed. by L.A. Shkolny. - M.: VVIA publ.h. named after N. E. Zhukovsky, 2008. - 531 p.
4. Digital synthetic aperture radars. - Ed. by V. T. Goryainov. - M.: Radio i svyaz, 1988. - 304 p.
5. Babokin M. I., Yefimov A.V., Zaytsev S.E., Karpov O. A., Kostrov V. V., Neronskiy L.B., Savosin G.V., Titov M.P., Tolstov E.F., Turuk V.E., Tsvetkov O.E. Flight test results and lessons of SAR small-size Kondor-E space vehicle. - VI All-Russian Armand readings: Radio physical methods in media remote sensing: VII All-Russian scientific conference (31.05-2.06. 2016, Murom). - Murom: Izdatelsko-poligrafichesky tsentr MI VIGU, 2016. - P. 16-36.
6. Babokin M. I., Yefimov A.V., Kostyuk E.A., Rakitin A.V. Terrain estimation by SAR of Kondor-E SV model family. - Radiotekhnicheskiye i telekommunikatsionnyye sistemy. 2017, No. 3. C.4-16.
7. S.E. Zaitsev. The space vehicle - SAR carrier Kondor-E as a basis of the radar-tracking space system Kondor-FKA. - the VI All-Russian Armand readings: Radio physical methods in media remote sensing: VII All-Russian scientific conference (31.05-2.06. 2016, Murom). - Murom: Izdatelsko-poligrafichesky tsentr MI VIGU, 2016. - P. 431-442.