

**РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ ДЛЯ ПРИЁМНИКА
НА БАЗЕ ИНВЕРСНОГО ФИЛЬТРА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ****Григорьевых Елена Андреевна**

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиотехнических и медико-биологических систем Поволжского государственного технологического университета.

E-mail: GrigorevyhEA@volgatech.net**Мелешко Алексей Викторович**

начальник учебной части – заместитель начальника военного учебного центра при Поволжском государственном технологическом университете.

E-mail: rtmbs@volgatech.net**Хафизов Ринат Гафиятуллович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехнических и медико-биологических систем Поволжского государственного технологического университета.

E-mail: KhafizovRG@volgatech.net

Адрес: 424000, Российская Федерация, Республика Марий-Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, д.3.

Аннотация: Произведён расчёт характеристик обнаружения сигнала приёмником на базе инверсного фильтра в условиях неопределённости, вызванной наличием в спектре сигнала нулевых значений. Рассмотрены инверсные фильтры с ограничением спектра сигнала по уровню и с коррекцией критических компонент спектра сигнала.

Ключевые слова: инверсный фильтр, характеристика обнаружения сигнала, эффективность фильтрации, фильтрация в условиях неопределённости, амплитудный спектр.

Введение

Инверсная фильтрация находит своё применение как в системах обработки сигналов при решении задачи разрешения сигналов [1–5], так и в системах обработки изображений при решении задачи восстановления изображений [6]. Основным достоинством инверсной фильтрации является сжатие обрабатываемого сигнала во временной области до протяжённости в один дискрет. В работе [7] предложена оценка эффективности инверсного фильтра, определяемая как отношение выходного отношения сигнал/шум к отношению сигнал/шум на входе. Показано, что коэффициент шума инверсного фильтра в $D = \|s\|^2 / \|v\|^2$ раз хуже, чем согласованного фильтра, где $\|s\|$ и $\|v\|$ — нормы исходного и сопряжённого сигналов. При этом величина D характеризует степень равномерности спектра сигнала. Для сигнала с равномерным спектром величина D равна единице и эффективность согласованного и инверсного

фильтров одинакова. С увеличением разницы между компонентами спектра сигнала параметр D возрастает. В том случае, когда одна из компонент спектра равна нулю, величина D стремится к бесконечности.

В работах [8, 9] на основе оценки эффективности инверсного фильтра рассчитаны характеристики разрешения-обнаружения перекрывающихся радиосигналов приемника на базе инверсного фильтра. Показано, что «платой» за подавление боковых лепестков сжатого сигнала на выходе устройства разрешения-обнаружения является снижение вероятности правильного обнаружения по отношению к потенциально достижимой. При этом характеристики разрешения-обнаружения для сигналов с нулями в спектре не рассчитывались.

К недостатку инверсной фильтрации сигналов относится возможность возникновения неопределённости в виде деления на ноль и усиление спектральных составляющих шума в том случае, если в спектре сигналов имеются нуле-

вые значения. Для исключения таких ситуаций используют различные способы регуляризации [6, 10]. Так, в работах [11, 12] предложен подход к повышению разрешающей способности по дальности в импульсном дальномере, основанный на применении инверсной фильтрации сигналов. При этом проблема неопределённости при синтезе инверсного фильтра, вызванная наличием нулей в спектре сигнала, решалась применением инверсной фильтрации с ограничением спектра сигнала по уровню.

В работе [13] для устранения неопределённости при синтезе инверсного фильтра предложен метод коррекции критических компонент спектра сигнала, а в работе [14] — подход к оптимизации процедуры коррекции критической компоненты спектра сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации. В работе [13] также показано, что значение пикового отсчёта выходного сжатого сигнала определяется только количеством критических компонент в спектре сигнала. Получено общее выражение, связывающее значение выходного сигнала с количеством критических компонент в спектре сигнала.

1. Характеристики обнаружения сигналов при использовании инверсного фильтра

Определим отношение сигнал/шум на выходе инверсного фильтра (ИФ) как отношение мощности сигнала к мощности шума на выходе $q_{вых} = P_S/P_{ш}$. Мощность сигнала на выходе инверсного фильтра $P_S = 1$. Пусть $\mathbf{z} = \{z(n)\}$, $n = 0, 1, \dots, k-1$, представляет собой случайную последовательность на входе ИФ с равномерным энергетическим спектром $|\rho_z(m)|^2 = k\sigma_z^2$, $m = 0, 1, \dots, k-1$, где $\sigma_z^2 = \sigma_z^2$ — дисперсия случайной последовательности \mathbf{z} . На выходе фильтра наблюдаем случайный процесс с АКФ при $n=0$:

$$R_{вых}(0) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} |\rho_{вых}(m)|^2 = k\sigma_{вых}^2,$$

где $\mathbf{P}_{вых} = \{\rho_{вых}(m)\}$ — спектр отклика фильтра, $\sigma_{вых}^2$ — дисперсия случайного процесса на выходе ИФ. Откуда, с учётом выражения (1), получаем:

$$\sigma_{вых}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{ex}^2 \sum_{m=0}^{k-1} |H(m)|^2,$$

где $H(m)$ — частотная характеристика ИФ. При отсутствии в спектре сигнала критических компонент мощность шума на выходе ИФ:

$$P_{ш} = \sigma_{вых}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{ex}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}, \quad (1)$$

где $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}$ — спектр опорного сигнала \mathbf{s} . Тогда отношение сигнал/шум на выходе фильтра:

$$q_{вых} = \frac{k}{\sigma_{ex}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}},$$

а эффективность фильтра, определяемая как отношение выходного отношения сигнал/шум $q_{вых}$ к входному отношению сигнал/шум

$$q_{ex} = \frac{\|\mathbf{s}\|^2}{k\sigma_{ex}^2} = \frac{\|\mathbf{P}\|^2}{k^2\sigma_{ex}^2},$$

где

$$\|\mathbf{s}\|^2 = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} |\rho(m)|^2 = \frac{1}{k} \|\mathbf{P}\|^2,$$

равна

$$\frac{q_{вых}}{q_{ex}} = \frac{k}{\sigma_{ex}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}} \frac{k^2\sigma_{ex}^2}{\|\mathbf{P}\|^2} = \frac{k^3}{\|\mathbf{P}\|^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}}. \quad (2)$$

Полученное выражение отличается от эффективности согласованного фильтра на величину $\frac{k^2}{\|\mathbf{P}\|^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}}$, что совпадает с ранее

полученным результатом [7–9]. Таким образом, связь между отношениями сигнал/шум на выходах согласованного и инверсного фильтров:

$$q_{сф} = \frac{1}{k^2} q_{иф} \|\mathbf{P}\|^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}.$$

Если флуктуационный шум $\mathbf{z}=\{z(n)\}$, $n = 0, 1, \dots, k-1$, на входе фильтра является комплекснозначным, то выражение (2) принимает вид:

$$\sigma_{\text{вых}}^2 = \frac{2}{k} \sigma_{\text{ex}}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2},$$

а отношение сигнал/шум на выходе ИФ равно

$$q_{\text{вых}} = \frac{k}{2\sigma_{\text{ex}}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}}.$$

С учётом того, что отношение сигнал/шум на входе фильтра при комплекснозначном характере шума равно [7]:

$$q_{\text{ex}} = \frac{\|\mathbf{s}\|^2}{2k\sigma_{\text{ex}}^2} = \frac{\|\mathbf{P}\|^2}{2k^2\sigma_{\text{ex}}^2},$$

эффективность ИФ:

$$\frac{q_{\text{вых}}}{q_{\text{ex}}} = \frac{k}{2\sigma_{\text{ex}}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}} \frac{2k^2\sigma_{\text{ex}}^2}{\|\mathbf{P}\|^2} = \frac{k^3}{\|\mathbf{P}\|^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}}.$$

Таким образом, эффективность фильтрации при комплекснозначном характере шума остается неизменной.

Примем, что

$$d = \frac{\|\mathbf{P}\|^2 \|\mathbf{H}\|^2}{k^2} = \frac{\|\mathbf{P}\|^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}}{k^2}.$$

Тогда для нормированного опорного сигнала, когда $\|\mathbf{s}\|=1$ и $\|\mathbf{P}\|^2 = k$, получим

$$d = \frac{1}{k} \|\mathbf{H}\|^2 = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}. \quad (3)$$

Выражение для вероятности пропуска сигнала с учётом соотношения между отношениями сигнал/шум на выходах согласованного и ИФ:

$$p_{\text{пс}} = \Phi\left(h - \frac{q}{\sqrt{d}}\right),$$

где $\Phi(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^h \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt$ — интеграл вероятности; h — норми-

рованный пороговый уровень, определяемый из выражения $p_{\text{лт}} = 1 - \Phi(h)$ при заданном уровне вероятности ложной тревоги $p_{\text{лт}}$. На рис. 1 представлены характеристики обнаружения сигнала обнаружителем на базе инверсного фильтра при $p_{\text{лт}} = 10^{-3}$ и $d = 2, 3$ и 4 . На рис. 1 для сравнения представлена характеристика обнаружения сигнала обнаружителем на базе согласованного фильтра.

Как и следовало ожидать, обнаружитель сигналов на базе инверсного фильтра уступает в эффективности обнаружителю на базе согласованного фильтра и с увеличением параметра d характеристики обнаружения ухудшаются.

2. Обнаружение сигналов на базе инверсного фильтра в условиях неопределённости

Если спектре $\rho(m)$ сигнала \mathbf{s} имеются нулевые значения, максимальное значение сигнала на выходе ИФ определяется количеством $k_{\text{кр}}$ критических компонент в спектре сигнала. Мощность сигнала на выходе ИФ в этом случае равна $P_s = \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2$ и при наличии критиче-

ских компонент в спектре сигнала будет определяться способом устранения неопределённости. Спектр $\mathbf{P}_{\text{кор}}$ скорректированного сигнала

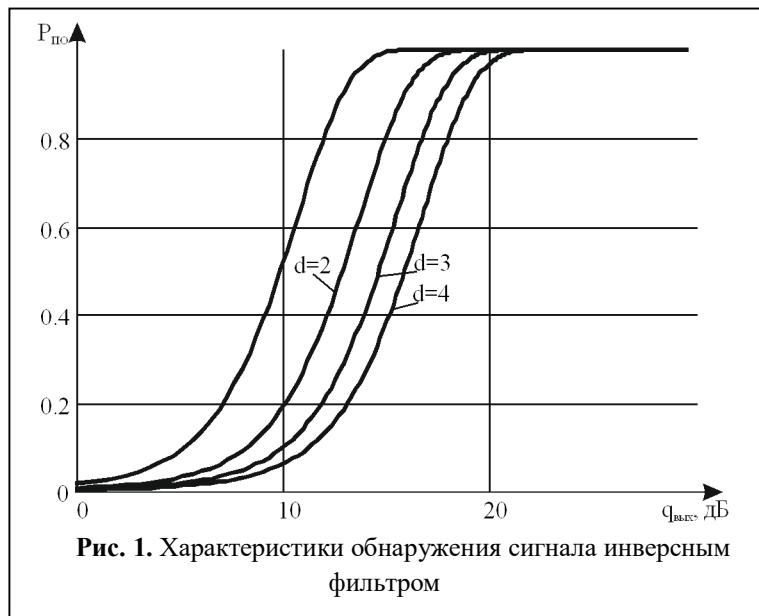
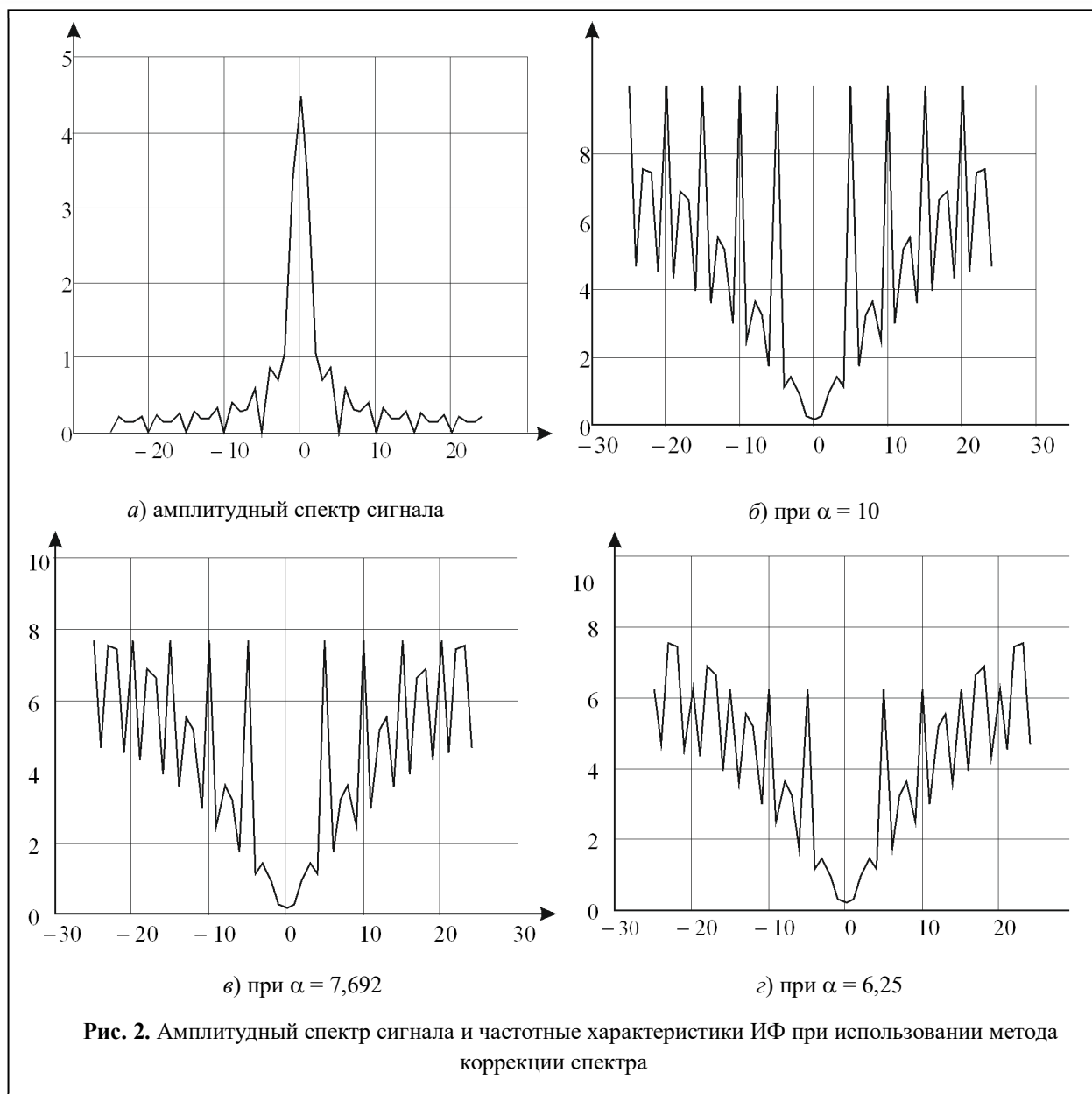


Рис. 1. Характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром



при использовании метода коррекции критических компонент отличается от спектра \mathbf{P} сигнала наличием $k_{кр}$ ненулевых критических компонент. Частотная характеристика ИФ в этом случае:

$$H_{кор}(m) = \begin{cases} \alpha & \text{при } m = m_{кр,r}, \\ 1/\rho(m) & \text{при } m \neq m_{кр,r}, \end{cases} \quad (4)$$

где $m_{кр,r}$ — критическая компонента спектра $\mathbf{P} = \{\rho(m)\}$ опорного сигнала; $r = 1, 2, \dots, k_{кр}$; α — параметр регуляризации. На рис. 2, а) в качестве примера представлен амплитудный спектр опорного сигнала с размерностью

$k = 50$ и количеством критических компонент в спектре $k_{кр} = 9$. На рис. 2, б) – г) приведены примеры частотных характеристик ИФ с использованием метода коррекции спектра с параметром регуляризации $\alpha = 10, 7,692$ и $6,25$.

Мощность шума на выходе ИФ с использованием метода коррекции спектра:

$$P_{ш} = \sigma_{вых}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{ex}^2 \left[\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{кр,r}}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2} + k_{кр} \alpha^2 \right],$$

а отношение сигнал/шум на выходе фильтра:

$$q_{\text{вых}} = \frac{k \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2}{\sigma_{\text{ex}}^2 \left[\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{\text{кр},r}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2} + k_{\text{кр}} \alpha^2 \right]}.$$

Эффективность ИФ при использовании метода коррекции спектра:

$$\frac{q_{\text{вых}}}{q_{\text{ex}}} = \frac{k^3 \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2}{\|S\|^2 \left[\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{\text{кр},r}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2} + k_{\text{кр}} \alpha^2 \right]}.$$

Параметр d в этом случае равен:

$$d = \frac{\|H\|^2}{k \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2} = \frac{1}{k \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2} \times \left[\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{\text{кр},r}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2} + k_{\text{кр}} \alpha^2 \right].$$

На рис. 3 представлены характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром в условиях неопределённости при использовании метода коррекции спектра с параметрами регуляризации $\alpha = 10, 7,692$ и $6,25$ ($p_{\text{лт}} = 10^{-3}$).

Ухудшение характеристик обнаружения сигнала приёмником на базе инверсного фильтра обусловлено особенностями частотной характеристики, задаваемой выражением (4). Замена критических компонент в спектре сигнала конечным значением α вызывает повышение уровня шума на выходе фильтра. При этом, несмотря на наличие нулевых компонент в спектре сигнала, использование метода коррекции спектра дает возможность синтезировать ИФ.

При использовании метода ограничения спектра по уровню, когда в обработке участвует только та часть спектра, которая находится выше заданного порога ρ_0 , выражение (4) принимает вид:

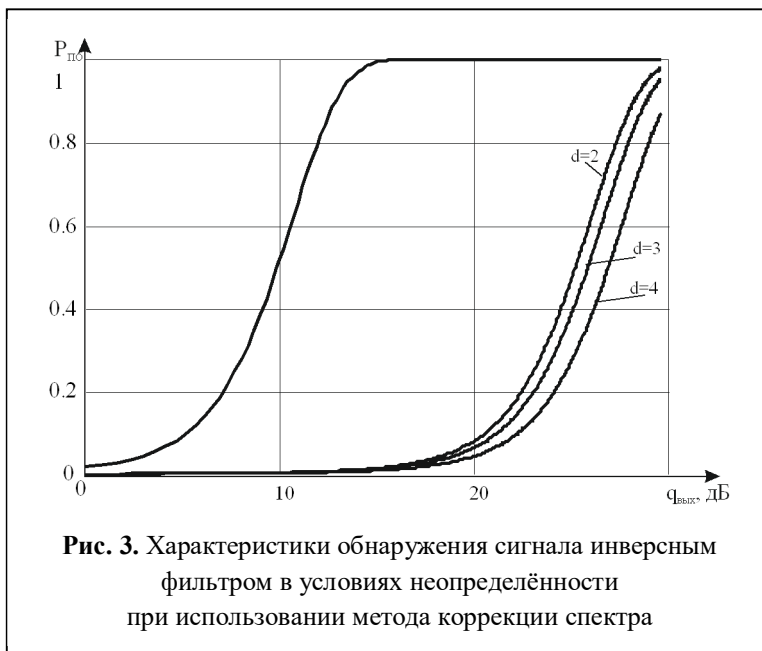


Рис. 3. Характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром в условиях неопределённости при использовании метода коррекции спектра

$$H_{\text{кор}}(m) = \begin{cases} 0 & \text{при } |\rho(m)| \leq \rho_0, \\ 1/\rho(m) & \text{при } |\rho(m)| > \rho_0. \end{cases}$$

В этом случае количество критических компонент $k_{\text{кр}}$ в спектре определяется количеством компонент спектра P не превысивших пороговое значение ρ_0 . На рис. 4, а) – 4, в) приведены примеры частотных характеристик ИФ с использованием метода ограничения спектра с параметром регуляризации $\rho_0 = 0,10, 0,18$ и $0,26$.

Мощность шума на выходе ИФ при использовании метода ограничения спектра:

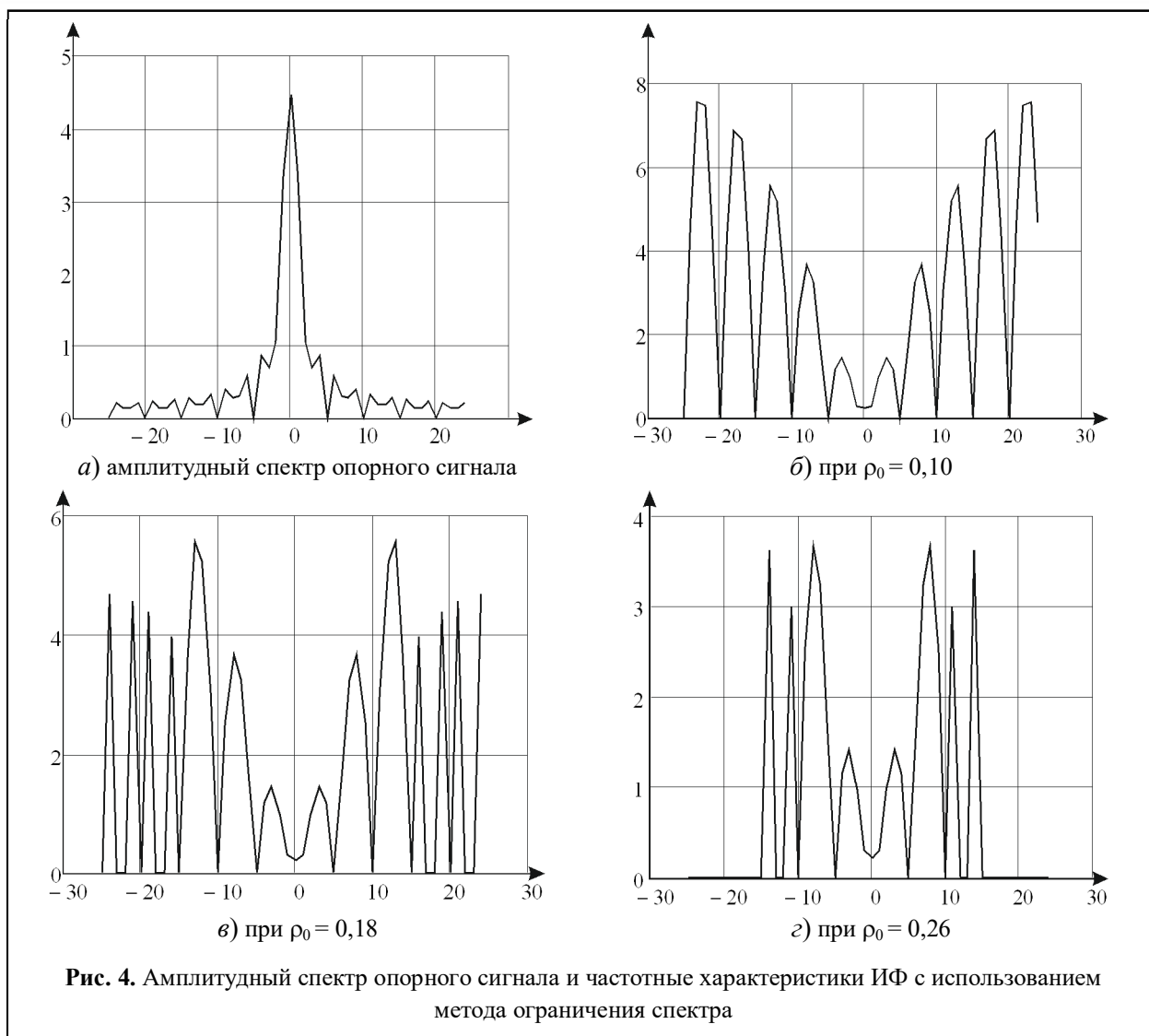
$$P_{\text{ш}} = \sigma_{\text{вых}}^2 = \frac{1}{k} \sigma_{\text{ex}}^2 \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{\text{кр},r}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2}.$$

Параметр d в этом случае равен:

$$d = \frac{\|H\|^2}{k \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2} = \frac{1}{k \left(1 - \frac{k_{\text{кр}}}{k}\right)^2} \left[\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq m_{\text{кр},r}}^{k-1} \frac{1}{|\rho(m)|^2} \right].$$

На рис. 5 представлены характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром в условиях неопределённости при использовании метода ограничения спектра с параметрами регуляризации $\alpha = 0,1, 0,18$ и $0,26$ ($p_{\text{лт}} = 10^{-3}$).

Характеристики обнаружения сигнала при-



ёмником на базе инверсного фильтра при использовании метода ограничения спектра по уровню так же хуже характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром при отсутствии нулевых компонент в спектре сигнала. Однако использование метода ограничения спектра так же даёт возможность синтезировать ИФ.

Заключение

Возникновение неопределённости в виде деления на ноль и усиление спектральных составляющих шума являются недостатками инверсного фильтра для случаев, когда в спектре сигналов имеются нулевые значения. Для исключения таких ситуаций используют различные способы регуляризации. В статье рассмотрены

инверсные фильтры с ограничением спектра сигнала по уровню и с коррекцией критических компонент спектра сигнала.

Получены характеристики обнаружения сигнала приёмником на базе инверсного фильтра в условиях неопределённости, вызванной наличием в спектре сигнала нулевых значений. Характеристики обнаружения сигнала приёмником на базе инверсного фильтра как при использовании метода ограничения спектра по уровню, так и при использовании метода коррекции спектра хуже характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром при отсутствии нулевых компонент в спектре сигнала. Однако использование методов регуляризации даёт возможность синтезировать ИФ.

Литература

1. *Schneider M., Habets E.A.P.* Iterative DFT-Domain Inverse Filter Optimization Using a Weighted Least-Squares Criterion // *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2019. Vol. 27. No. 12. Pp. 1957–1969.

2. *Zhang Yo. et al.* Super-resolution surface mapping for scanning radar: inverse filtering based on the fast iterative adaptive approach // *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*. 2018. Vol. 56. No. 1. Pp. 127–144.

3. *Nelander A.* Processing for continuous radar waveforms. 2004 International Waveform Diversity & Design Conference. Edinburgh, 2004. Pp. 1–5.

4. *Ackroyd M., Ghani F.* Optimum Mismatched Filters for Sidelobe Suppression // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1973. Vol. AES-9, No. 2. Pp. 214–218.

5. *Mudukutore A.S., Chandrasekar V., Keeler R.J.* Pulse compression for weather radars // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1998. Vol. 36. No. 1. Pp. 125–142.

6. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера. 2005. 1072 с.

7. *Фурман Я.А.* Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2002. 204 с.

8. *Кревецкий А.В., Мельников А.Д.* Разрешение-обнаружение сигналов на базе сопряженных согласованных фильтров // *Радиотехника*. 2007. № 4. С. 3–8.

9. *Кревецкий А.В., Мельников А.Д., Евдокимов А.О.* Обнаружение периодических ФМ радиосигналов с использованием сопряженного согласованного фильтра // *Радиотехника*. 2003. № 5. С. 11–16.

10. *Хафизов Р.Г.* Обеспечение разрешенного образа при инверсной фильтрации сигналов в услови-

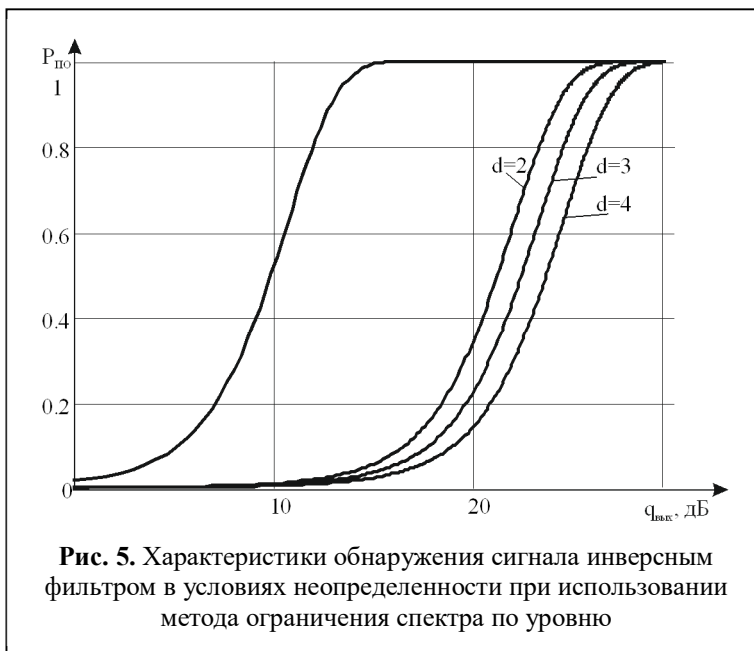


Рис. 5. Характеристики обнаружения сигнала инверсным фильтром в условиях неопределенности при использовании метода ограничения спектра по уровню

ях неопределенности // *Цифровая обработка сигналов*. 2020. № 1. С. 50–54.

11. *Абраменков В.В., Васильченко О.В., Семченков С.М., Печенев Е.А.* Инверсная фильтрация импульсных сигналов // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2017. № 4. С. 42–53.

12. *Семченков С.М., Печенев Е.А.* Способ повышения разрешающей способности за счет инверсной фильтрации импульсных сигналов // *Радиопромышленность*. 2017. № 3. С. 103–109.

13. *Фурман Я.А., Казаринов А.В., Громько Д.С.* Обеспечение устойчивости инверсной фильтрации сигнала путем редукации его спектра // *Вестник Поволжского государственного технологического университета*. 2018. № 4(40). С. 31–45.

14. *Хафизов Р.Г., Казаринов А.В.* Оптимизация коррекции критических компонент спектра импульсного сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2020. № 2 (38). С. 24–33.

Поступила 29 августа 2023 г.

English

CALCULATION OF SIGNAL DETECTION PROPERTIES FOR AN INVERSE FILTER-BASED RECEIVER IN UNCERTAIN ENVIRONMENT

Elena Andreevna Grigorevyh — PhD, Associate Professor, Department of Radio Engineering and Biomedical Systems, Volga State University of Technology.

E-mail: GrigorevyhEA@volgatech.net

Aleksey Victorovich Meleshko — the Head of the Educational Unit – Deputy Head of the Volga State University of Technology Military Training Center.

E-mail: rmbms@volgatech.net

Rinat Gafiyatulloevic Khafizov — Grand Dr. of Engineering, the Professor, Department of Radio Engineering and Biomedical Systems, Volga State University of Technology.

E-mail: KhafizovRG@volgatech.net

Address: 424000, Republic of Mari El, Yoshkar-Ola, Lenin Square, 3.

Abstract: The main advantage of inverse filtering is the ability to compress the processed signal in the time domain. Detection and resolution properties of overlapping radio signals of an inverse filter-based receiver were calculated in a number of papers through the assessment of the inverse filter efficiency. It is demonstrated that the side effect for side-lobe suppression of the compressed signal at the output of resolution and detection device is the probability decrease in correct detection in regard to the possibly achievable one. However, the resolution and detection properties for signals with zeros in the spectrum were not calculated. The paper introduces d-parameter, which represents the efficiency of the inverse filter-based receiver compared to the matched filter-based receiver. It is shown that that signal detector with an inverse filter is behind in efficiency compared to the matched filter-based detector and detection properties drop down with a d-parameter increase. Frequency properties of inverse filters were obtained using methods for correcting and limiting spectrum by level to eliminate the uncertainty caused by available zero values in the signal spectrum. There are obtained expressions for signal detection properties and for the noise power and signal-to-noise ratios at the filters' output. Moreover, degradation of signal detection properties by the inverse filter-based receiver is due to the peculiarities of their frequency properties. Replacing critical components in the signal spectrum with α finite value produces a rise in the noise level at the filter's output. Thus, using spectrum correction method enables to synthesize IF despite available zero components in the signal spectrum.

Keywords: inverse filter, signal detection properties, filtering efficiency, filtering in uncertain environment.

References

1. *Schneider M., Habets E.A.P.* Iterative DFT-Domain Inverse Filter Optimization Using a Weighted Least-Squares Criterion. *IEEE ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2019. Vol. 27. No. 12. Pp. 1957–1969.
2. *Zhang Yo. et al.* Super-resolution surface mapping for scanning radar: inverse filtering based on the fast iterative adaptive approach. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*. 2018. Vol. 56. No. 1. Pp. 127–144.
3. *Nelander A.* Processing for continuous radar waveforms. 2004 International Waveform Diversity & Design Conference. Edinburgh, 2004. Pp. 1–5.
4. *Ackroyd M., Ghani F.* Optimum Mismatched Filters for Sidelobe Suppression. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1973. Vol. AES-9, No. 2. Pp. 214–218.
5. *Mudukutore A.S., Chandrasekar V., Keeler R.J.* Pulse compression for weather radars. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1998. Vol. 36. No. 1. Pp. 125–142.
6. *Gonzalez R., Woods R.* Digital Image Processing. Moscow: Technosphere. 2005. 1072 p.
7. Contour analysis introduction and its image and signal processing application. Edited by Ya.A. Furman. Moscow: Fizmatlit, 2002. 592 p.
8. *Krevetsky A.V., Melnikov A.D.* Resolution-detection of signals based on conjugated matched filters. *Radiotekhnika*. 2007. Vol. 4. Pp. 3–8.
9. *Krevetsky A.V., Melnikov A.D., Evdokimov A.O.* Detection of periodic FM radio signals using a coupled matched filter. *Radiotekhnika*. 2003. Vol. 5. Pp. 11–16.
10. *Khafizov R.G.* Ensuring a resolved image with inverse filtering of signals under uncertainty. *Digital Signal Processing*. 2020. Vol. 1. Pp. 50–54.
11. *Abramenkov V.V., Vasilchenko O.V., Semchenkov S.M., Pechenev E.A.* Inverse filtering of impulse signals. *Electromagnetic waves and electronic systems*. 2017. Vol. 4. Pp. 42–53
12. *Semchenkov S. M., Pechenev E. A.* A method for increasing resolution by inverse filtering of pulse signals. *Radiotekhnika*. 2017. Vol. 3. Pp. 103–109.
13. *Furman Ya.A., Kazarinov A.V., Gromyko D.S.* Ensuring the stability of inverse filtering of a signal by reducing its spectrum. *Vestnik of the Volga State Technological University*. 2018. Vol. 4(40). Pp. 31–45.
14. *Khafizov R.G., Kazarinov A.V.* Optimization of the Correction of Critical Components of the Pulse Signal Spectrum to Ensure the Stability of Inverse Filtering. *Radioengineering and telecommunication systems*. 2020. No. 2 (38). Pp. 24–33.