

Формирование и усиление сигналов

УДК 621.396

Регрессионная модель шумовых характеристик генераторов сигналов

Ромашов Владимир Викторович

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: romashovmurom@mail.ru.

Ромашова Любовь Владимировна

кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: romashovamurom@mail.ru.

Адрес: 602254, г. Муром, ул. Орловская, 23.

Аннотация: Получена регрессионная модель спектральной плотности мощности фазовых шумов генераторов сигналов. Предложена методика расчёта коэффициентов аппроксимации спектральной плотности мощности фазовых шумов на основе экспериментальных шумовых характеристик. Погрешность полученных математических моделей в сравнении с экспериментальными шумовыми характеристиками составляет менее 1 дБн.

Ключевые слова: спектральная плотности мощности фазовых шумов, шумовые характеристики, генераторы сигналов, регрессионная модель.

Введение

Одной из основных технических характеристик, определяющей качество синтезаторов частот и устройств формирования сигналов, является спектральная плотность мощности (СПМ) фазовых шумов $S(F)$, которая характеризуется отношением мощности шумов на частоте F одной боковой полосы в полосе частот 1 Гц к мощности сигнала.

Для теоретического анализа шумовых характеристик радиоустройств используют модели СПМ фазовых шумов на основе степенных функций [1]. Такие модели известны и используются для всех основных функциональных узлов радиосистем, например, для генераторов, детекторов, умножителей частоты и других звеньев они приведены в [1 - 3]. Их применение существенно упрощает анализ и проектирование устройств синтеза частот, формирователей сигналов и других устройств, позволяя обойтись без сложных эксперимен-

тальных исследований. Для цифровых вычислительных синтезаторов аналогичные модели предложены в [4], а методика определения коэффициентов модели по экспериментальным характеристикам приведена в [5].

Важным моментом в применении моделей является их достаточная точность для прогнозирования шумовых характеристик устройств синтеза и формирования сигналов. Особенно важной является задача получения точных математических моделей шумовых характеристик для конкретных типов генераторов сигналов, реализованных на определённой элементной базе или по какой-либо схеме, так как результирующий уровень фазовых шумов всего устройства синтезирования или формирования сигналов определяется именно характеристиками генераторов. Однако все известные математические модели СПМ фазовых шумов устройств являются усреднёнными и для реальных генераторов могут существенно отли-

чатся от их шумовых характеристик. Поэтому задача разработки математических моделей шумовых характеристик на основе экспериментальных зависимостей используемых генераторов сигналов является актуальной задачей.

Одним из вариантов повышения точности модели и повышения достоверности теоретического анализа шумовых характеристик для конкретных видов интегральных микросхем в [6] предложена регрессионная модель СПМ фазовых шумов цифровых вычислительных синтезаторов и порядок определения её коэффициентов по имеющимся экспериментальным шумовым характеристикам.

Целью работы является разработка регрессионных математических моделей СПМ фазовых шумов генераторов на основе их экспериментальных шумовых характеристик.

Основная модель СПМ фазовых шумов генераторов сигналов

В [7] приводится основополагающая модель СПМ фазовых шумов генераторов:

$$S(F) = \frac{G \cdot K_{ш} \cdot k \cdot T}{2 \cdot P} \left[\frac{f_c}{F^3} \cdot \left(\frac{f_0}{2 \cdot Q} \right)^2 + \frac{1}{F^2} \cdot \left(\frac{f_0}{2 \cdot Q} \right)^2 + \frac{f_c}{F} + 1 \right], \quad (1)$$

где G – коэффициент усиления транзистора; $K_{ш}$ – коэффициент шума транзистора; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; P – высокочастотная мощность, передаваемая в резонатор; Q – добротность нагруженного резонатора; f_0 – частота генератора; f_c – граничная частота области преобладания фликкер-шума в спектре шума транзистора; F – отстройка частоты от f_0 .

Данная формула позволяет рассчитать СПМ фазовых шумов генераторов, управляемых напряжением, на варакторных управителях частоты. Поскольку почти все параметры для ГУН и ЖИГ совпадают, то данную формулу можно использовать для моделирования шумовых характеристик ЖИГ.

Существенное отличие ГУН от ЖИГ-генераторов заключается в применении колебательных систем с очень низкой добротностью (порядка 100). Добротность ЖИГ-резонаторов

составляет 2000-3000. За счёт высокой добротности и проявляется существенный выигрыш по шумовым характеристикам [8].

С учётом шумов, вносимых управляющей системой, а также при подстановке известных экспериментальных значений, в [1] приводится формула для генераторов, управляемых напряжением ГУН:

$$S_{ГУН}(F) = \frac{1}{F^3} \cdot 10^{-11,6} \cdot \frac{f_0^2}{Q^2} + \frac{1}{F^2} \cdot 10^{-15,6} \cdot \frac{f_0^2}{Q^2} + \frac{10^{-11}}{F} + 10^{-15}. \quad (2)$$

в [2] аналогичная модель

$$S_{ГУН}(F) = \frac{10^{0,7}}{F^3} + \frac{10^{-3}}{F^2} + 10^{-15,5},$$

а в [3] она имеет вид

$$S_{ГУН}(F) \approx \frac{1}{F^3} \frac{10^{-11,6} \cdot f_0^2}{Q_L^2} + \frac{1}{F^2} \frac{10^{-15,6} \cdot f_0^2}{Q_L^2} + \frac{10^{-15}}{F} + 10^{-15}.$$

Как видно, эти и другие модели имеют существенную разницу в коэффициентах и были получены для различных частот и, собственно, различных генераторов.

Для генераторов опорной частоты (кварцевых или др.) подобные модели из [1 - 3] имеют еще более отличающиеся коэффициенты

$$S_{ГОЧ}(F) = \left(\frac{10^{-37,25} \cdot f_0^4}{F^3} \right) + \left(\frac{10^{-39,4} \cdot f_0^4}{F^2} \right) + \frac{10^{-12,25}}{F^1} + 10^{-14,9},$$

$$S_{ГОЧ}(F) = \left(\frac{10^{-7,82}}{F^3} \right) + \left(\frac{10^{-9,86}}{F^2} \right) + \frac{10^{-12,7}}{F^1} + 10^{-15,8},$$

$$S_{ГОЧ}(F) = \frac{10^{-10,5}}{F^4} + \left(\frac{10^{-10,5}}{F^3} \right) + \left(\frac{10^{-11,4}}{F^2} \right) + \frac{10^{-13,8}}{F^1} + 10^{-16,2}.$$

Влияние составляющей с четвёртой степенью частоты отстройки F проявляется только при очень малых расстройках (единицы-десятки герц) и не всегда необходимо его учитывать.

В общем виде модель СПМ фазовых шумов генераторов удобно представить в виде:

$$S(F) = \frac{10^{k_4}}{F^4} + \frac{10^{k_3}}{F^3} + \frac{10^{k_2}}{F^2} + \frac{10^{k_1}}{F^1} + 10^{k_0}. \quad (3)$$

Для определения коэффициентов модели для конкретного типа генератора по имеющимся экспериментальным шумовым характеристикам воспользуемся моделью СПМ фазовых шумов на основе регрессии выборки данных линейной комбинацией функций вида

$$g(F) = \sum_{i=0}^4 C_i F^{-i}, \quad (4)$$

где $C_i = 10^{k_i}$.

При этом по точкам экспериментальной характеристики СПМ фазовых шумов с помощью, например, программы MathCAD можно определить коэффициенты C_i . Для этого используется функция $\text{linfit}(F,S,g)$ - вектор параметров линейной комбинации функций пользователя, осуществляющей регрессию данных, где F - вектор действительных данных аргумента (частоты отстройки), элементы которого расположены в порядке возрастания; S - вектор действительных значений того же размера (значений СПМ фазовых шумов); $g(F)$ - пользовательская векторная функция скалярного аргумента.

Далее по формулам

$$k_i = \lg C_i \quad (5)$$

вычисляются коэффициенты для выражения (1).

Подобный подход применён в [6] для цифровых вычислительных синтезаторов и показал хорошие результаты (погрешность модели не более единиц дБ/Гц).

Однако, в отличие от характеристик цифрового вычислительного синтезатора, диапазон изменений значений СПМ фазовых шумов у генераторов существенно выше и составляет 90 – 100 дБ/Гц против всего 40 – 50 дБ/Гц для ЦВС. Поэтому получаемая в программе матрица коэффициентов является плохо обусловленной ввиду большого количества линейного сочетания функций, локализацией экспериментальных точек на узком интервале, а также зависит от природы и свойств функций, образующих линейное сочетание. Результат вследствие этого получается с большой ошибкой и коэффициенты C_i могут быть отрицательными.

Рассмотрим, как ведёт себя модель СПМ фазовых шумов по формуле (2). На рис. 1 приведена графическая зависимость результирующей шумовой характеристики $S(F)$ и её составляющих соответствующих степеней. Видно, что вклад составляющих при различных

отстройках F различен: при малых F сильнее влияет составляющая с третьей степенью, затем со второй, а нулевая вносит существенный вклад только при больших отстройках выше нескольких мегагерц и значение коэффициента k_0 в общей формуле (3) можно определить из экспериментальных характеристик при $F > 10$ МГц. Составляющая же с первой степенью существенного влияния на результат не оказывает (её вклад более чем на 15 дБ меньше всех остальных). Поэтому с погрешностью менее 3% ею можно пренебречь. Таким образом, можно определить два коэффициента регрессионной

модели из $g(F) = \sum_{i=2}^3 C_i F^{-i}$, а коэффициент $C_0 = 10^{k_0}$ определить непосредственно из экспериментальных шумовых характеристик.

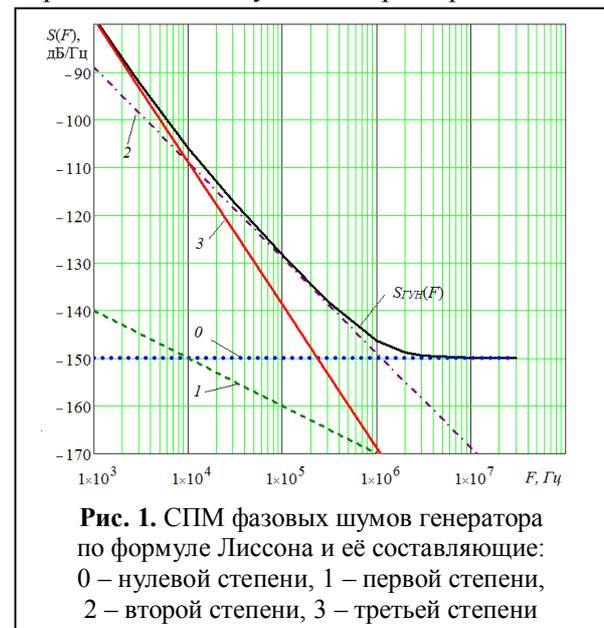


Рис. 1. СПМ фазовых шумов генератора по формуле Лиссона и её составляющие: 0 – нулевой степени, 1 – первой степени, 2 – второй степени, 3 – третьей степени

Покажем применимость такого подхода на примере экспериментальных характеристик генераторов из [9], которые приведены на рис. 2.

Для этого составим матрицы $S_{ЖИГ}(F)$ для частот отстройки F от 1 кГц до 1 МГц и $S_{ГУН}(F)$ для частот до 3 МГц при которых, как видно, наиболее значимы составляющие с 3-ей, 2-ой и 1-ой степенями из (4):

$$F = (1000 \ 3000 \ 10000 \ 30000 \ 100000 \ 300000 \ 1000000)^T,$$

$$S_{ЖИГ} = (10^{-7} \ 10^{-8.5} \ 10^{-10} \ 10^{-11.2} \ 10^{-12.7} \ 10^{-14} \ 10^{-15.5})^T,$$

$$F = (1000 \ 3000 \ 10000 \ 30000 \ 100000 \ 300000 \ 1000000 \ 3000000)^T,$$

$$S_{ГУН} = (10^{-5} \ 10^{-6.4} \ 10^{-8} \ 10^{-9.2} \ 10^{-10.6} \ 10^{-12} \ 10^{-13.4} \ 10^{-14.4})^T.$$

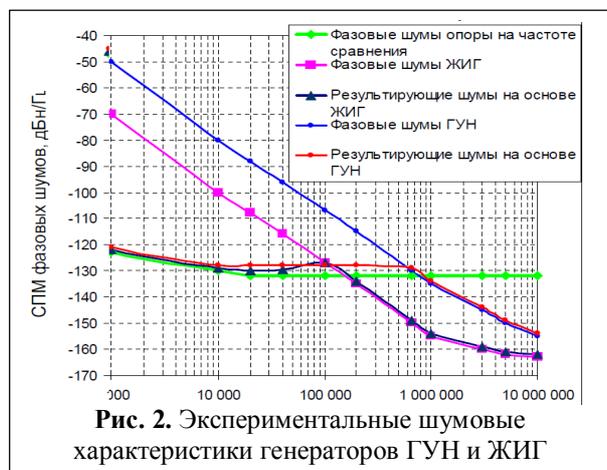


Рис. 2. Экспериментальные шумовые характеристики генераторов ГУН и ЖИГ

Полученные решения с помощью функции $\text{linfit}(F,S,g)$ $C_{ЖИГ2} = 3,498 \cdot 10^{-4}$, $C_{ЖИГ3} = 84,373$ и значения коэффициентов $k_{ЖИГ2} = -3,456$, $k_{ЖИГ3} = 1,926$ для ЖИГ и $C_{ГУН2} = 0,016$, $C_{ГУН3} = 9,984 \cdot 10^{-3}$, $k_{ГУН2} = -1,808$, $k_{ГУН3} = 4$ для ГУН. Коэффициенты при нулевой степени F определяем из рис. 2 как показатель степени 10 при частоте отстройки 10 МГц $k_{ЖИГ0} = -16,2$, $k_{ГУН0} = -15,5$.

В результате полученные математические модели СПМ фазовых шумов ЖИГ и ГУН примут вид

$$S_{ЖИГ}(F) = \frac{10^{1,926}}{F^3} + \frac{10^{-3,456}}{F^2} + 10^{-16,2}, \quad (6)$$

$$S_{ГУН}(F) = \frac{10^4}{F^3} + \frac{10^{-1,808}}{F^2} + 10^{-15,5}. \quad (7)$$

На рис. 3 и 4 приведены рассчитанные по (6) и (7) теоретические шумовые характеристики ЖИГ и ГУН и сравнение их с экспериментальными. Для сравнения приведены шумовые характеристики этих же генераторов, полученные по формуле (2).

Как видно, обобщённая формула модели (2) требует для конкретного случая подбора коэффициентов с точным знанием добротности используемой контурной системы, а предлагаемая методика позволяет быстро получить математическую модель шумовых характеристик для конкретного генератора на основе его экс-

периментальных характеристик с погрешностью в единицы дБ.

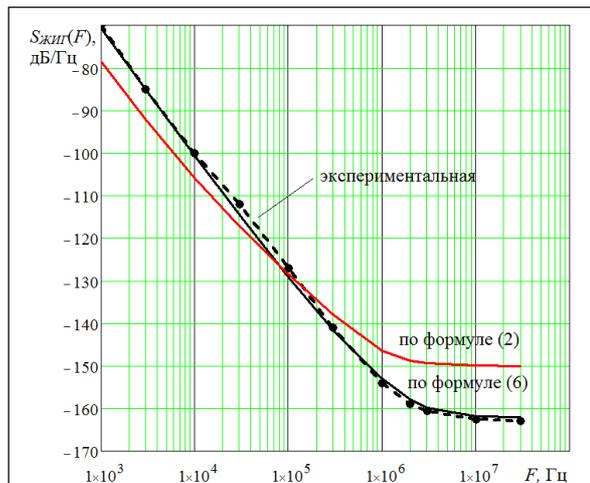


Рис. 3. Теоретические и экспериментальная шумовые характеристики ЖИГ

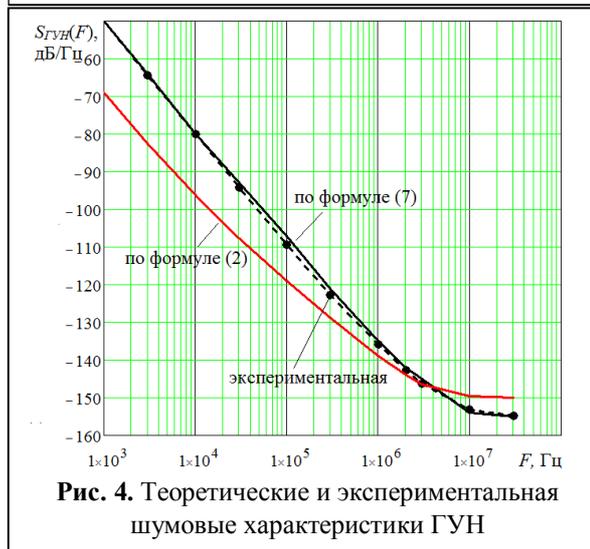


Рис. 4. Теоретические и экспериментальная шумовые характеристики ГУН

Для примера рассмотрим получение модели СПМ фазовых шумов генераторов опорной частоты (например, кварцевых). Диапазон изменений значений СПМ фазовых шумов у таких генераторов несколько ниже, чем у перестраиваемых генераторов, составляет 70 – 90 дБ/Гц, однако все равно не позволяет использовать для получения коэффициентов регрессионной модели с использованием отсчётов экспериментальной характеристики в широком диапазоне частот отстроек. Поэтому применим аналогичный подход для определения коэффициентов модели кварцевого генератора, встроенного в плату цифрового вычислительного синтезатора AD9854 с частотой 30 МГц. Сня-

тые экспериментальные шумовые характеристики приведены на рис. 5. Использование отсчётов для регрессионной модели во всем диапазоне отстроек приводит к вычислению отрицательных коэффициентов формулы (4) $C_{ГОЧ} = (-3,393 \cdot 10^{-15}, 1,402 \cdot 10^{-10}, -1,089 \cdot 10^{-7}, 1,107 \cdot 10^{-5})$ и, как следствие, невозможности определения коэффициентов модели СПМ фазовых шумов.

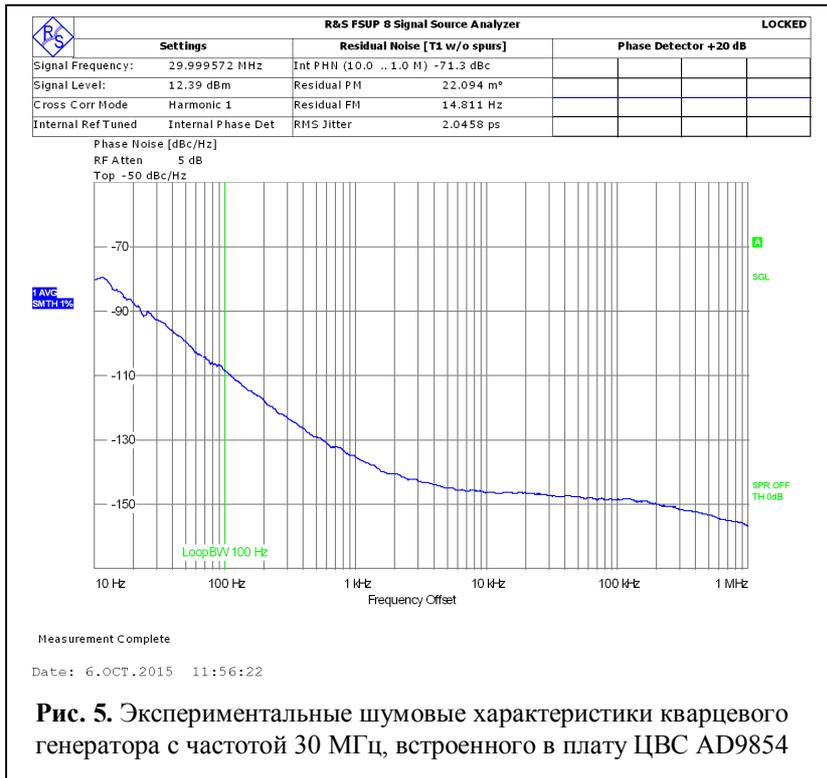


Рис. 5. Экспериментальные шумовые характеристики кварцевого генератора с частотой 30 МГц, встроенного в плату ЦВС AD9854

Используем отсчёты в диапазоне отстройки до 3 кГц, выше которой СПМ фазовых шумов практически постоянна

$$F = (10 \ 30 \ 100 \ 300 \ 1000 \ 3000)^T,$$

$$S_{ГОЧ} = (10^{-7,8} \ 10^{-9,2} \ 10^{-10,9} \ 10^{-12,2} \ 10^{-13,4} \ 10^{-14,2})^T,$$

и в результате решения с помощью функции $\text{linfit}(F, S, g)$

$$C_{ГОЧ2} = 2,017 \cdot 10^{-8},$$

$C_{ГОЧ3} = 1,565 \cdot 10^{-5}$ и значения коэффициентов $k_{ГОЧ2} = -7,695, k_{ГОЧ3} = -4,806$. Значения коэффициента $k_{ГОЧ0} = -15,2$ получаем из экспериментальной характеристики как коэффициент степени 10 при отстройке более 100 кГц.

Получаемая модель шумовых характеристик такого генератора

$$S_{ГОЧ}(F) = \frac{10^{-4,806}}{F^3} + \frac{10^{-7,695}}{F^2} + 10^{-15,2}. \quad (8)$$

Результаты расчёта по (8) и сравнение с экспериментальной характеристикой приведены на рис. 6. Как видно, погрешность предлагаемой модели СПМ фазовых шумов генераторов и для этого случая не превышает нескольких децибел, причём составляющая с первой степенью F также не оказывает заметного влияния на результат.

Выводы

Таким образом, предлагаемый подход определения коэффициентов математической модели спектральной плотности мощности фазовых шумов генераторов сигналов на основе экспериментальных шумовых характеристик позволяет существенно повысить (на 3-10 дБ/Гц) точность модели для используемых генераторов, что позволяет применять такие модели для теоретической оценки шумовых свойств вариантов построения устройств формирования сигналов в целом с высокой достоверностью.

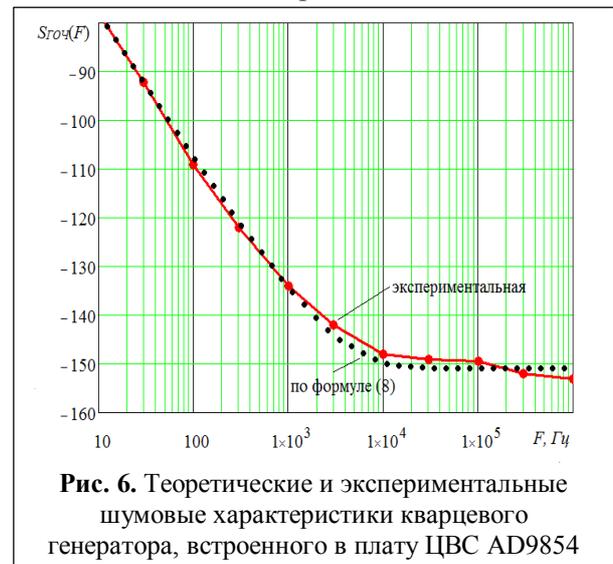


Рис. 6. Теоретические и экспериментальные шумовые характеристики кварцевого генератора, встроенного в плату ЦВС AD9854

Литература

1. Рыжков А.В., Попов В.Н. Синтезаторы частот в технике радиосвязи – М.: Радио и связь, 1991. – 264 с.

2. Кroupa V.F. Phase Lock Loops and Frequency Synthesis. 2003, John Wiley & Sons, Ltd. – 320 с.

3. Drucker, Erik. Model PLL Dynamics and Phase-Noise Performance. *Microwaves & RF*, 2000. № 2. pp. 73–117.

4. Romashov V.V., Romashova L.V., Khramov K.K., Research of Phase Noise of Direct Digital Synthesizers, in Proc. of the 2011 IEEE Int. Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON-2011, Krasnoyarsk, Russia, September 15-16, 2011, pp. 168-171.

5. Ромашов В.В., Ромашова Л.В. Методика расчета коэффициентов аппроксимации спектральной плотности мощности фазовых шумов цифровых вычислительных синтезаторов // *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2012, №1. С. 23- 26.

6. Romashov V.V., Romashova L.V., Khramov K.K. The regression model of power spectral density of phase noise of direct digital synthesizers // 2016 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2016; National Research University "Higher School of Economics" Moscow; Russian Federation; 12 May 2016 through 14 May 2016; Category number CFP16794-CDR; Code 122173.

7. Leeson D.B. A simple model of feedback oscillator noise spectrum. – *IEEE Proc. Letters*, February 1966, v.54, p.329–330.

8. Ченакин А. ГУН или ЖИГ? Проблема выбора при проектировании высококачественного синтезатора с ФАПЧ // *Электроника: Наука, Технология, Бизнес*, 2012, № 6. С. 118 – 122.

9. Бельчиков С.А. Фазовый шум: как спуститься ниже –120 дБн/Гц на отстройке 10 кГц в диапазоне частот до 14 ГГц, или Борьба за децибелы // *Компоненты и технологии*, 2009, №5. С. 139 – 146.

Поступила 23 марта 2017 г.

English

Noise performance regression model of signal oscillators

Vladimir Viktorovich Romashov – Doctor of Engineering, Professor Head of Radio Engineering Department Murom Institute (branch) Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs.

E-mail: romashovmurom@mail.ru.

Lyubov Vladimirovna Romashova – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Radio Engineering Department, Murom Institute (branch) Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs.

E-mail: romashovamurom@mail.ru.

Address: Orlovskaya st., 23, Murom, 602264.

Abstract: To analyze radio devices noise performance, the spectral power density (SPD) models of phase noise based on detuning frequency exponent functions are used. Such models are known and are used for all main functional units of radio systems, for example, generators, detectors, frequency multipliers and other components. Their application significantly simplifies analysis and development of radio systems in general avoiding complicated experimental research. All the known mathematical SPM models of components phase noise are averaged and can considerably differ from their experimental noise performances for real devices. Radio system noise performance is largely defined by the applied signal oscillator characteristics (reference or control signal) therefore it is especially important to use high accuracy mathematical models in particular for them. The article proposes to obtain mathematical models of oscillator noise performance based on the available experimental dependences on the basis of data sampling regression by the exponent functions linear combination. Oscillators distinctive feature is that their SPM values logarithmic variation range of phase noise is about 100 dB/Hz and the obtained regression model coefficient matrix is poorly stipulated. The calculations are made with quite an error due to this. Therefore, to increase coefficient determination accuracy of signal oscillator model the regression equation is derived for functions with degrees above the first one, and the coefficient for the detuning frequency zero degree is determined directly through experimental noise performance. This approach is illustrated by examples of defining mathematical SPM models of oscillator phase noise under voltage control, YIG oscillators, quartz crystal oscillators. Thus obtained mathematical spectral power density models of signal oscillator phase noise and using the experimental noise performance have an error in units of decibels and enable quite accurately to perform the theoretical analysis of radio systems noise performance implemented by signal oscillator specific types.

Key words: phase noise spectral power density, noise performance, signal oscillators, regression model.

References

1. Ryzhkov A.V., Popov V. N. Frequency synthesizers in radio communication - M.: Radio i svyaz 1991. - 264 p.
2. Kroupa V.F. Phase Lock Loops and Frequency Synthesis. 2003, John Wiley & Sons, Ltd. - 320 p.
3. Drucker, Erik. Model PLL Dynamics and Phase-Noise Performance. *Microwaves & RF*, 2000. No. 2. pp. 73-117.
4. Romashov V.V., Romashova L.V., Khramov K.K., Research of Phase Noise of Direct Digital Synthesizers, in Proc. of the 2011 IEEE Int. Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON-2011, Krasnoyarsk, Russia, September 15-16, 2011, pp. 168-171.
5. Romashov V. V., Romashova L.V. Approximation coefficient calculation methods for phase noise spectral power density of digital computing synthesizers. - *Radiotekhnicheskiye i telekommunikatsionnyye sistemy*. 2012, No. 1. P. 23 - 26.
6. Romashov V.V., Romashova L.V., Khramov K.K. The regression model of power spectral density of phase noise of direct digital synthesizers. -2016 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2016; National Research University "Higher School of Economics" Moscow; Russian Federation; 12 May 2016 through 14 May 2016; Category number CFP16794-CDR; Code 122173.
7. Leeson D.B. A simple model of feedback oscillator noise spectrum. - *IEEE Proc. Letters*, February 1966, v.54, p.329-330.
8. Chenakyng A. VCO or YIG? A choice problem in engineering high-quality FLL synthesizer. - *EL-EKTRONIKA: Nauka, Tekhnologiya, Biznes*, 2012, No. 6. P. 118 - 122.
9. Belchikov S.A., Dzisyak A.B. Obtaining ultralow phase noise in SK4-BELAN 240/280 spectrum analyzer. - the International Crimean conference "Microwave Engineering and Telecommunication Technologies" (Krymiko' 2009): materials of the Confer...: in 2 t. - Sevastop. the national. техн. un-t, Belarus. St. Un-ty of information science and radio electronics, Crimea scient.&technol center named after prof. A.S. Popova, Tavr. national. un-ty named after prof. V.I. Vernadsky, and oth. - Sevastopol: Veber, 2009. - V. 2, subpanel 7/1: Parameters measurement of signals and chains. - Art. 7.2. – P. 744-745: tab., scheme, graph. - Referen. at the end of the Art. (7).