Системы, сети и устройства телекоммуникаций

DOI 10.24412/2221-2574-2022-1-23-28 УДК 681.3

АЛГОРИТМ СОКРАЩЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Ланцов Владимир Николаевич
доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной техники и систем управления, ФГБОУ ВО Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых (ВлГУ).
E-mail: lantsov@vlsu.ru

Адрес: 600000, Российская Федерация, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

Аннотация: Представлен новый алгоритм для сокращения вычислительных затрат при решении уравнений гармонического баланса, полученных путём разделения переменных состояний. Метод гармонического баланса широко используется в программном обеспечении САПР ВЧ электроники. В предыдущих работах автора был предложен подход, где вектор (матрица) неизвестных заменяется на две матрицы малой размерности, что приводит к двум системам уравнений баланса, которые решаются итерационно. Первое уравнение сокращает число гармоник в уравнениях баланса, второе уравнение — сокращает число узлов схемы. Уравнения с сокращённой размерностью решаются последовательно методом Ньютона. Данный алгоритм позволил сократить память ЭВМ для хранения уравнений модели и сократить вычислительные затраты при решении высоко размерных задач. В данной работе предлагается ещё более сократить вычислительные затраты путём аппроксимации части элементов уравнений баланса с применением процедуры декомпозиции на основе сингулярных значений. Предложено до начала решения задачи итерационным методом построить матрицу наборов откликов нелинейных зависимостей моделей схемы. Данная матрица отражает все основные изменения нелинейных зависимостей при изменении амплитуд входного воздействия и во времени. Полученная матрица затем аппроксимируется путём применения декомпозиции на основе сингулярных чисел. Сокращённая таким образом матрица усреднённых значений подставляется в уравнения баланса. Сравнение предложенного алгоритма со стандартным методом гармонического баланса и алгоритмами, разработанными автором ранее, показало высокую его эффективность.

Ключевые слова: метод гармонического баланса, САПР электроники, понижение порядка моделей, аппроксимация, сингулярные числа, алгоритм решения.

1. Введение

В работе [1] был предложен новый метод решения уравнений гармонического баланса (ГБ), основанный на разделении уравнений на две составляющие очень малой размерности. Сокращение памяти и вычислительных затрат в новом методе определялись значительно меньшей размерностью уравнений и тем, что они использовались при решении последовательно. Для решения уравнений был применён метод простой итерации. Дальнейшее развитие метода было предложено в работе [2], где получены соотношения и разработаны алгоритмы реализации в программном обеспечении на основе использования итерационного метода Ньютона.

Метод и алгоритмы его реализации в программном обеспечении моделирования сложных электронных схем показал высокую эффективность, особенно при решении задач очень высокой размерности [1, 2]. Опыт эксплуатации разработанного ранее программного обеспечения показал, что основные затраты памяти ЭВМ и времени моделирования связаны с хранением и обработкой Якобиана полной размерности. В данной работе предложены алгоритмы значительного сокращения вычислительных затрат с помощью алгоритмов аппроксимации Якобиана.

2. Основные уравнения метода гармонического баланса

Основные соотношения и алгоритмы решения уравнений ГБ для электронных схем новым методом приведены подробно в работах [1, 2], поэтому здесь приведём только некоторые основные соотношения, необходимые для изложения предлагаемых подходов.

Пусть система нелинейных уравнение ГБ в матрично-векторном виде в частотной области имеет вид

$$F(V) = I(V) + YV - I_E = 0. \qquad (1)$$

Здесь $F(V)$, $I(V)$, V, I_E — векторы размерностью $[N\times(2K+1)]$, содержащие спектр в каждом узле схемы. Элемент $I(V)$ описывает нелинейные элементы; вектор неизвестных V — вектор узловых напряжений в схеме; линейная матрица узловых проводимостей Y является блочной; I_E — вектор входных источников; N — число узлов в схеме; K — число учитываемых гармоник [1].

Идея метода, изложенного в работах [1, 2], заключалась в замене вектора переменных V уравнений ГБ на две матрицы сокращённой размерности

$$V = V_H \times V_N, \qquad (2)$$

где матрица V_{H} сокращает число гармоник (*Harmonics*) и имеет размерность $[N\times R]$; V_{N} сокращает число узлов схемы (*Nodes*) и имеет размерность $[R\times(2K+1)]$; R — сокращённая размерность уравнений, $R<<N$, $R<<(2K+1)$.

Замена (2) приводит к двум системам уравнений баланса сокращённой размерности, как это было получено в [1]:

$$F(V_H) = I(V_H V_N)\cdot V_N^T + YV_H - I_E\cdot V_N^T = 0 \qquad (3)$$

и

$$F(V_N) = V_H^T \cdot I(V_H V_N) + Y V_N - V_H^T I_E. \qquad (4)$$

Решение системы уравнений (3) методом Ньютона дает нам следующую итерационную формулу [2]

$$J(V_H^i)\cdot V_H^{i+1} = I_H^i. \qquad (5)$$

Здесь матрица Якоби определяется как

$$J(V_H^i) = \partial F/\partial V_H = \partial I/\partial V * V_N^T + Y. \qquad (6)$$

Вектор правых частей системы уравнений (5) будет иметь вид [2]

$$I_H^i = I_E V_N^T - \partial I/\partial V\, V_H^i - I(V)\, V_N^T. \qquad (7)$$

Аналогично, для решения системы уравнений (4) имеем следующие основные итерационные формулы [2]

$$J(V_N^i)\cdot V_N^{i+1} = I_N^i, \qquad (8)$$

$$J(V_N^i) = \partial F/\partial V_N = V_H^T * \partial I/\partial V + Y \qquad (9)$$

$$I_N^i = V_H^T I_E - \partial I/\partial V\, V_N^i - V_H^T I(V). \qquad (10)$$

3. Введение в новый алгоритм

Рассмотрим особенности вычисления выше приведённых уравнений. В уравнениях (7) и (10) присутствует элемент $I(V)$, определяющий зависимость тока от напряжений на нелинейных элементах в частотной области. В стандартных программах моделирования схем все модели нелинейных приборов (элементов) описываются зависимостями во временной области $i_{\text{НЭ}}(t) = f\,[v_{\text{НЭ}}(t)]$. Базовые же уравнения ГБ решаются в частотной области. Поэтому на каждой итерации Ньютона при решении уравнений необходимо делать преобразования из частотной области во временную и обратно с помощью быстрого преобразования Фурье [3, 4]

$$I(V) = \Gamma\,\{i(t) = f[v(t)]\}\,\Gamma^{-1}. \qquad (11)$$

Здесь Γ — прямое и Γ^{-1} — обратное преобразование Фурье. Связь между представлением сигнала во временной и частотной областях будет определяться как $V = \Gamma v$ и $v = \Gamma^{-1}V$.

Аналогично, в итерационных формулах присутствует элемент расчёта производных токов нелинейных элементов по соответствующим напряжениям

$$\partial I / \partial V = \Gamma \left\{ \partial i(t) / \partial v(t) \right\} \Gamma^{-1}. \qquad (12)$$

Ранее, в предыдущих работах [1, 2], для расчёта элементов (11) и (12) использовалась стандартная часть традиционных программ на основе ГБ и полные размерности этих элементов уравнений.

К сожалению, опыт эксплуатации программного обеспечения, реализующего разработанные ранее методы и алгоритмы [1, 2] показал, что основные вычислительные затраты (память, время) связаны именно с расчётом элемента $I(V)$, и особенно, с расчётом производной для Якобиана $\partial I / \partial V$.

4. Алгоритм аппроксимации для расчёта производных для нелинейных зависимостей

Отметим, что элемент $\partial I / \partial V$ будет одинаковым для уравнений (6), (7), (9), (10). Предлагается аппроксимировать данный элемент и сократить его размерность с помощью широко используемого в последние годы метода на основе разложения по сингулярным значениям (Singular Value Decomposition, SVD) [5, 6].

Данная аппроксимация будет соответствовать методам средних значений, используемых в алгоритмах решения уравнений ГБ для аппроксимации Якобиана в работах [7–9]. Важно заметить, что аппроксимация выполняется единожды и до начала основных итераций.

Сформируем матрицу откликов нелинейных элементов в виде наборов (snapshots, снимков) [10]

$$G(t) \coloneqq [g_1(t), \dots, g_n(t)]^T \in R^n, \qquad (13)$$

где $g_k(t) = di(t) / du(t) |_{u_{k(t)}}$ — производные токов нелинейных элементов (обычно в программах схемотехнического моделирования эти производные есть в аналитическом виде); время $t \in [0, T]$, T — период наименьшей гармоники спектра на выходе схемы; $n = N$нэ * Nвх; Nнэ число нелинейных зависимостей; Nвх — число анализов при изменении амплитуды входного воздействия.

Общая размерность матрицы наборов G будет определяться как n*Nt, где Nt — число временных (дискретных) отсчётов на периоде T.

Правильный и достаточно большой по объёму выбор набора откликов (snapshots) является решающим фактором при построении базы операции SVD. Этот выбор может сильно повлиять на аппроксимацию исходного описания [10]. Предполагается, что выборка будет соответствовать доминирующим состояниям модели и набор выборок достаточно велик. Метод SVD создает сокращённый базис, который является оптимальным в том смысле, что ошибка аппроксимации относительно наборов данных сведена к минимуму [10].

Операция SVD по отношению к матрице наборов G дает следующее разложение

$$G = U \Sigma V^{\mathrm{T}}, \qquad (14)$$

где матрицы $U \coloneqq (u_1, \dots, u_r) \in R^{r \times r}$ и $V \coloneqq (v_1, \dots, v_r) \in R^{Nt \times r}$ ортогональны, т.е. $UV = I$, где I — единичная матрица; $\Sigma = diag(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0)$, диагональная матрица сингулярных чисел.

Сокращённая матрица усреднённых значений Gср получается с помощью следующего соотношения [10]

$$G\text{ср} = U \Sigma V^{\mathrm{T}} = U * \\ * diag(\sigma_1,\ \sigma_2, \dots, \sigma_r,\ 0, 0, 0) * V^{\mathrm{T}} \qquad (15)$$

Для согласования размерностей в уравнениях баланса в качестве величины r можно брать значение N, что легко выполняется в большинстве случаев.

Окончательные выражения для расчёта по итерационным формулам будут выглядеть следующим образом.

Для уравнений (6)–(7)

$$J(V_H^i) = G\text{ср} * V_N^T + Y, \qquad (16)$$

$$I_H^i = I_E V_N^T - G\text{ср} * V_H^i - I(V)\, V_N^T. \qquad (17)$$

Для уравнений (9)–(10)

$$J(V_N^i) = V_H^T * G\text{ср} + Y, \qquad (18)$$

$$I_N^i = V_H^T\, I_E - G\text{ср} * V_N^i - V_H^T\, I(V). \qquad (19)$$

Таблица. Сравнение методов по времени расчётов

	Варианты расчётов: число повторяющихся каскадов схемы, число узлов, число учитываемых гармоник	Новый алгоритм	Стандартный метод ГБ	Алгоритм в работе [1]
1	3, 11, 3	5 с.	4 с.	6 с.
2	3, 11, 99	9 с.	9 с.	11 с.
3	14,42, 3	20 с.	22 с.	23 с.
4	14, 42, 99	112 с.	135 с.	128 с.
5	45, 135, 3	175 с.	206 с.	196 с.
6	45, 135, 99	271 с.	342 с.	302 с.

Проверка предложенных алгоритмов на базе программы схемотехнического моделирования [1, 2] была выполнена на хорошо известном примере из ранее опубликованных работ автора и известных из публикаций примеров в мировой литературе (рис. 3 [11], рис. 1 [12]). Данный пример характерен тем, что изменяя число нелинейных каскадов схемы, можно увеличивать размерность схемы до очень высоких размерностей, определяемых памятью конкретного компьютера. Сравнение выполнялось как со стандартным методом ГБ, так и с ранее опубликованными результатами. Так как сходимость во всех примерах совпала с расчётами стандартным методом ГБ, то графики результатов мы не приводим. В таблице приведены результаты сравнения.

5. Заключение

1. Результаты моделирования разных по числу узлов электронной схемы и числу учитываемых гармоник схем показали, что выигрыш был получен практически для всех вариантов.
2. Новый алгоритм пригоден для решения уравнений гармонического баланса большой и сверх большой размерности.

Литература

1. *Ланцов В.Н.* Новый метод и алгоритм решения уравнений гармонического баланса // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2019. № 4. С. 27–31.

2. *Lantsov V., Papulina A***.** Algorithms for software tools with harmonic balance method // Proceedings of 2021 IEEE Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBERREIT), Ekaterinburg. 2021. 13–14 May. Pp. 228–230.

3. *Nastov O., Telichevsky R., Kundert K., White J.* Fundamentals of fast simulation algorithms for *J.* Fundamentals of fast simulation algorithms for RF circuits // Proc. IEEE. 2007. Vol. 95. No. 3. Pp. 600-621.

4. *Ланцов В.Н.* Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи (обзор). Часть 2 // Проектирование и технология электронных средств. 2013. № 1. С. 16–23.

5. *Ланцов В.Н.* Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор) // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2012. № 3. С. 59–65.

6. *Charumathi V., Ramakrishna M., Vasudevan V.* Fast proper orthogonal decomposition using improved sampling and iterative techniques for singular value decomposition // Cornell University Library. 13 May., 2019, 27 p. [Online] https://arxiv.org/abs/1905.05107.

7. *Kundert K., White J., Sangiovanni-Vincentelli A.* Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits. New York: Klawer Academic Publishers. 1990. 455 p.

8. *Ushida A., Adachi T., Chua l.O.* Steady-state analysis of nonlinear circuits based on hybrid methods // IEEE Trans. 1992. CAS-39. Pt. I. No. 8. Pp. 649–661.

9. *Моругин С.Л., Ширяев М.В.* Анализ нелинейных многочастотных режимов усилительных устройств на полевых транзисторах // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1989. № 9. С. 71–74.

10. *Ramalingam A., Singh A.K., Nassif S.R.* Accurate waveform modeling using Singular Value Decomposition with applications to timing analysis // Proc. IEEE Design Autom. Conf. 2007. Pp. 148–153.

11. *Bond B.N., Daniel L.* A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems // IEEE Trans. Computer-Aided Design. December 2007. Vol. 26 (12). Pp.c2116–2129,

12. *Ланцов В.Н., Долинина А.А.* Метод понижения порядка моделей на основе рядов Вольтерра // Динамика сложных систем. 2016. Т. 10. № 3. С. 50–54.

Поступила 14 ноября 2021 г.

English

ABRIDGEMENT ALGORITHM OF COMPUTING COSTS IN SOLVING HARMONIC BALANCE EQUATIONS

Vladimir Nikolayevich Lantsov — Grand Dr. in Engineering, Professor of Computer Technic and Control Systems Department, Vladimir State University named after Alexander and Nicolay Stoletovs.
E-mail: lantsov@vlsu.ru

Address: 600000, Russian Federation, Vladimir, Gorky Str., 87.

Abstract: A new method for solving HB (harmonic balance) equations based on dividing equations into two components of very small dimension is proposed by the author in previous papers. Operating experience in pre-developed software made it clear that major costs of computer memory and simulation time involve storage and processing of total dimension Jacobian. This paper proposes algorithm for significant reduction of computing costs using Jacobian approximation algorithms. Approximation is done by vastly used today SVD-based (Singular Value Decomposition) method. This approximation will correspond to average value methods used in algorithms to solve HB equations for Jacobian approximation. It is important to note that the approximation is performed once and prior to main iterations. Response matrix of nonlinear elements organized as snapshots is proposed to form to obtain average value matrix. Correct and sufficiently large snapshots' set in volume is decisive factor to construct SVD operation base. It is assumed that selection will correspond to predominant model states and selection set is large enough. SVD method initiates a reduced basis, which is optimal in the sense that the approximation error is cut to minimum with regard to to data sets. Expressions are obtained for iterative formulas in this paper to solve the problem. Verification of proposed algorithms using developed circuit simulation programs was done by well-known example from the author's previously published papers and examples known from publications in the world literature. This example is significant because changing the number of nonlinear stage circuits enables to increase circuit dimension up to very high values determined by particular computer's memory. The comparison was performed both as per standard HB method and as well as per previously published results. As a conclusion, it is pointed out that simulation results of circuits that differ in the number of electronic circuit nodes and the number of relevant circuit harmonics demonstrated that the gain was obtained for almost all options. New algorithm is suited for solving harmonic balance equations of large and super-large dimension.

Keywords: harmonic balance method, electronic CAD, model order reduction, approximation, singular values, solution algorithm.

References

1. *Lantsov V.N.* A new method and algorithm for solving harmonic balance equations. Radio and telecommunication systems. 2019. No. 4. Pp. 27–31.

2. *Lantsov V., Papulina A.* Algorithms for software tools with harmonic balance method. Proceedings of 2021 IEEE Ural Symposium on Biomedical Engineer-ing, Radioelectronics and Information Technology (USBERREIT), Yekaterinburg. 2021. 13–14 May. Pp. 228–230.

3. *Nastov O., Telichevsky R., K. Kundert, J.* White of the Fundamentals of fast simulation algorithms for J. Fundamentals of fast simulation algorithms for RF circuits. Proc. IEEE. 2007. Vol. 95. No. 3. Pp. 600-621.

4. *Lantsov V.N.* The state in the field of methods of mo-melirovanie nonlinear RF electronic communication devices (overview). Part 2. Design and technology of electronic means. 2013. No. 1. Pp. 16–23.

5. *Lantsov V.N.* Methods of lowering the order of models of complex electronic circuits (review). Radio and telecommunication systems. 2012. No. 3. Pp. 59–65.

6. *Charumathi V., Ramakrishna M., Vasudevan V.* Fast proper orthogonal decomposition using improved sampling and iterative techniques for singular value decomposition. Cornell University Library. 13 May., 2019, 27 p. [Online] https://arxiv.org/abs/1905.05107.

7. *Kundert K., White J., Sangiovanni-Vincentelli A.* Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits. New York: Klawer Academic Publishers. 1990. 455 p.

8. *Ushida A., Adachi T., Chua l.O.* Steady-state analysis of nonlinear circuits based on hybrid methods. IEEE Trans. 1992. CAS-39. Pt. I. No. 8. Pp. 649–661.

9. *Morugin S.L., Shiryaev M.V.* Analysis of non-linear multi-frequency modes of amplifying devices on field-effect transistors // Izv. vuzov. Radio electronics. 1989. No. 9. pp. 71-74.

10. *Ramalingam A., Singh A.K., Nassif S.R.* Accu-rate waveform modeling using Singular Value Decom-position with applications to timing analysis. Proc. IEEE Design Autom. Conf. 2007. Pp. 148–153.

11. *Bond B.N., Daniel L.* A piecewise-linear mo-ment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems. IEEE Trans. Computer-Aided Design. December 2007. Vol. 26 (12). Pp. 2116–2129,

12. *Lantsov V.N., Dolinina A.A.* Method of lowering the order of models based on Volterra series. Dynamics of complex systems. 2016. Vol. 10. No. 3. Pp. 50–54.