

# Системы, сети и устройства телекоммуникаций

DOI 10.66032/2221-2574-2021-1-2-17-28

УДК 004.725.5

## ПОСТРОЕНИЕ ТИПОВЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ЗАМОЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ В ЗАДАЧЕ ЧАСТОТНО-ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ СЕТЕЙ IEEE 802.11

**Викулов Антон Сергеевич**

кандидат технических наук, инженер АО «Белтел»<sup>1</sup>.

*E-mail:* asv012016@gmail.ru

**Парамонов Александр Иванович**

доктор технических наук, профессор кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций

им. проф. М.А. Бонч-Бруевича<sup>2</sup>.

*E-mail:* alex-in-spb@yandex.ru

<sup>1</sup>Адрес: 191025, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Маяковского, д. 3Б, лит. А.

<sup>2</sup>Адрес: 193232, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22/1.

**Аннотация:** Задача частотно-территориального планирования достаточно регулярно возникает при проектировании сетей беспроводного доступа. Она может иметь геометрическую интерпретацию с точки зрения задачи замощения плоскости. Поскольку число каналов в каждой конкретной задаче частотного планирования различно в зависимости от условия задачи, то форма типовых структур замощения (мотивных единиц), их состав, организация и порядок замощения ими плоскости будут различными. Их построение даёт возможность оценить взаимное влияние между точками доступа в распределённой сети и, таким образом, сделать вывод о применимости выбранного частотного плана для решения исходной задачи. В данной работе рассмотрены типовые структуры замощения плоскости, заданы плоские решётки, отвечающие трансляционной симметрии таких структур, а также предложен способ учёта взаимного влияния между точками доступа как в рамках структуры, так и на всей замощаемой плоскости.

**Ключевые слова:** беспроводная сеть доступа, IEEE 802.11, помеха, элементарная единица, замощение плоскости, частотное планирование, проектирование.

### Введение

При частотно-территориальном планировании [1] распределённых в пространстве беспроводных локальных вычислительных сетей (БЛВС) стандарта IEEE 802.11 [2], заключающемся в выборе центральных частот и типов каналов, важным является учёт межканальных помех, которые могут создавать зоны покрытия соседних точек доступа (ТД).

Нередко упускается из виду, что формально различные частотные каналы фактически имеют пересечение спектральных масок, особенно, если они являются смежными в пределах диапазона. Это в равной мере касается обоих частотных диапазонов 2,4 и 5 ГГц. Даже при

наличии рекомендуемых [3] частотных планов нередко недооценёнными являются эффекты взаимного влияния между точками доступа БЛВС. Причинами возникновения таких трудностей могут быть: специфика выбора антенных конфигураций [4], жёсткие ограничения на выбор возможных мест монтажа, ограничения на используемый участок радиочастотного спектра, специфические требования со стороны абонентских устройств, и др.

Это приводит к необходимости предложить метод, позволяющий оценить теоретически возможные характеристики ячеек БЛВС физического уровня — отношение сигнал/шум и уровень принимаемого сигнала — с учётом

межканальных помех от ячеек той же БЛВС.

В работе [5] авторами было показано, что удобно рассматривать радиопокрытие плоской зоны точками доступа БЛВС через аппарат замощения плоскости. Авторами был применён аппарат шаровых упаковок и был продемонстрирован подход, позволяющий наиболее плотно заполнить плоскости зонами покрытия точек доступа в форме круга в строгой привязке к особенностям сетей IEEE 802.11. Главной характеристикой в этом случае является допустимое число частотных каналов. Рассмотрение [5] практически полезных для сетей IEEE 802.11 частотных планов привело к необходимости учитывать следующие возможные варианты числа каналов: 3; 4; 4+3; 8; 5+5+5; 8+8.

Задачам построения распределённых БЛВС стандарта IEEE 802.11 посвящены работы [1, 6, 7]. Отдельные решения задачи оценки скорости передачи для различных частотных планов делались в различных работах, например, [8, 9]. Исследованию методов частотного планирования в различных сетях посвящена работа [10]

Задачи замощения плоскости (построения паркета) рассматривались в многочисленных работах, в частности [11]. Задача о непериодическом замощении плоскости фигурами одной формы рассматривалась в работе [12]. Кроме того, в работе [13] отмечается, что часть задач не имеет решения.

Обсуждаемая в данной работе задача замощения плоскости [5] ранее исходно сформулирована следующим образом.

Необходимо построить такой частотный план, который бы обеспечивал:

1. Максимально плотное заполнение плоскости зонами покрытия ТД.
2. Максимально возможное удаление ячеек одного канала друг от друга.
3. При условии выполнения пункта 2, максимально возможное удаление ячеек смежных каналов друг от друга.
4. Использование, по возможности, всех доступных в рамках задачи частотных каналов.

Таким образом, следующим этапом должно

быть выполнено построение типовых структур замощения (в терминах кристаллографии — мотивных единиц). Этому вопросу и посвящено данное исследование.

Мы в данной работе не ставим целью строго математически доказать единственность всех предлагаемых решений. В работе будет предложен геометрически обоснованный подход к решению задачи радиопокрытия плоскости, путём построения мотивных единиц, удобных в свете специфики распределённых в пространстве сетей IEEE 802.11.

### Модель замощения плоскости

При рассмотрении замощения плоскости удобно воспользоваться аппаратом трансляционной симметрии [14], широко применяемой в кристаллографии.

Сделаем следующие допущения:

1. Зона радиопокрытия каждой ТД на плоскости независимо от используемого канала представляет собой круг радиуса  $R$ .
2. Число доступных для планирования частотных каналов равно  $M$ .
3. Будем для удобства считать, что смежные зоны покрытия точек доступа только касаются друг друга.
4. Площадь пространства, которую необходимо покрыть точками доступа, много больше площади покрытия отдельной ТД.

Зададим следующий базис. Пусть  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  — векторы трансляций (элементарные трансляции) [15] в плоской решётке, а  $\alpha$  — угол между ними. Тогда мы можем задать плоскую решётку на бесконечной плоскости, в которой векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  задают переходы между возможными соседними узлами. Решётка приведена на рис. 1.

Указанный базис также задает косоугольную систему координат, которой удобно пользоваться в дальнейшем для описания взаимосвязей в построенной структуре.

Как видно на рис. 1, узел  $N$  может быть симметрично отображён вдоль любой алгебраической суммы векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  и совмещён с самим собой. Проассоциируем теперь с узлом

$N$  некоторую группу точек доступа, представляющих мотивную единицу.

Мотивная (элементарная) единица структуры — это группа элементов (в нашем случае — зон радиопокрытия точек доступа), связанная с каждым из узлов решётки [15].

Теперь путём отображения мотивной единицы вдоль введённых векторов трансляций в решётке мы получаем замощение (в общем случае бесконечной) плоскости группой точек доступа, т.е. структуру. В дальнейшем мы будем рассматривать построения различных мотивных единиц, соответствующих различным возможным на практике частотным планам [5].

Согласно работе [5] решение задачи замощения должно содержать следующие элементы:

1. Тип решётки и ее базис, т.е. векторы трансляции и угол между ними.

2. Координационное число структуры.

3. Число «слоев» в плоской структуре. Отметим, что «слоем» (в кавычках) мы будем называть горизонтальную проекцию отдельных слоев трёхмерной многослойной шаровой упаковки [5].

4. Мотивная единица [15] для «слоя», представленная в виде графа. При этом:

- вершинами графа являются точки доступа, формирующие соответствующие зоны покрытия;

- число вершин графа соответствует числу имеющихся в частотном плане каналов;

- рёбра графа соответствуют соседству геометрически смежных точек доступа, чьи зоны покрытия являются смежными;

- граф должен учитывать трансляционную симметрию на плоскости и тем самым показывать взаимное влияние с аналогичными вершинами (ТД) соседних мотивных единиц.

Кроме того, необходимо предложить критерий, определяющий степень негативного влияния между элементами мотивной единицы.

В работе [5] было показано, что плоские решения задачи, отвечающие максимальному заполнению плоскости, могут быть двух типов:

- Проекция плотной объёмно-центри-

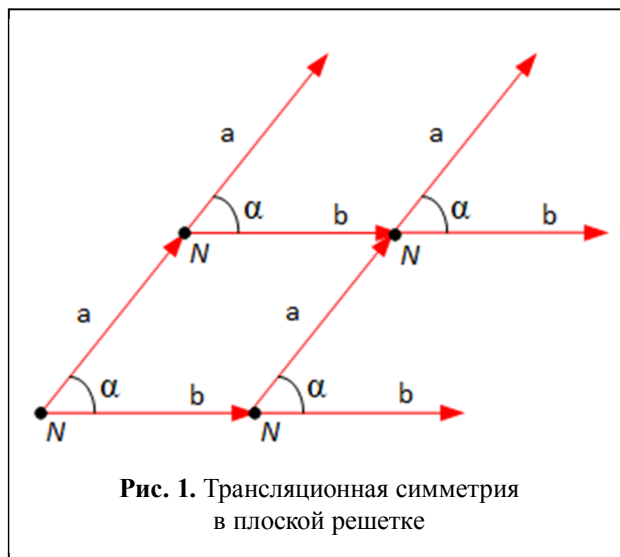


Рис. 1. Трансляционная симметрия в плоской решетке

рованной кубической упаковки (состоящей из двух «слоев») с координационным числом (К.Ч.) в плоскости равным 4. Плоский слой в таком случае будет тетрагональным.

- Проекция плотнейшей гексагональной упаковки (состоящей из трех «слоев») с координационным числом в плоскости равным 6.

В дальнейшем мотивную единицу будем представлять планарным графом, в котором разрешены петли и кратные рёбра, показывая тем самым взаимосвязь в решётке с учётом трансляций.

### Модель спектра суммарной помехи

Любой узел, как следует из сути трансляционной симметрии, будет эквивалентен самому себе, полученному при отображении путём трансляционного переноса (рис. 1). В таком случае вся совокупность возможных трансляций может быть описана вектором  $i\vec{a} + j\vec{b}$ , где  $i$  и  $j$  — целые числа.

Пусть вектор  $r_n$  задаёт переход между узлом решётки  $N$  целевой мотивной единицы и местоположением  $n$ -й вершины (ТД) той же мотивной единицы структуры, влияние которой на целевую вершину (ТД) следует учесть. Очевидно, что если рассматривается вершина, расположенная в узле решётки  $N$ , то соответствующий ей вектор  $r_n$  равен нулю. Тогда всю совокупность расстояний до всех таких помехо-

образующих ячеек можно представить, как множество длин векторов:

$$\vec{d}_{ij} = \vec{r}_n + i\vec{a} + j\vec{b} \text{ (м)}. \quad (1)$$

Пусть  $L(f, d)$  — некоторая функция, определяющая затухание сигнала (дБ) в зависимости от длины вектора  $d$  (м.), т.е. расстояния от источника, и частоты сигнала  $f$ .

Пусть  $S_{iw}(f, L(f, d))$  — некоторая функция, задающая спектр сигнала (Вт) в зависимости от частоты и уровня принимаемой мощности, определяемой затуханием сигнала в процессе его распространения на длине вектора  $d$ .

Тогда спектр всех межканальных помех от ячеек той же БЛВС может быть описан следующим образом:

$$W = \sum_i \sum_j S_{iw}(f, L(f, d_{ij})) \text{ (Вт)}. \quad (2)$$

Таким образом, при заданном базисе и известных координатах всех вершин графа мотивной единицы, т.е. при заранее определённом рисунке замощения, суммарный спектр всех межканальных помех будет определяться только характеристиками излучаемого сигнала (т.е. его частотой, мощностью излучения, характеристиками антенн и т.п.). В таком случае для решения задачи необходимо определить геометрию мотивных единиц для рассматриваемых частотных планов.

### Построение мотивных единиц

Рассмотрим плоский планарный граф равных расстояний. Пусть число частотных каналов, имеющих в распоряжении равно  $M$ .

Порядок (координационное число) каждой вершины равен 6 для гексагонального «слоя» и 4 для тетрагонального «слоя» [5].

Прежде всего, рассмотрим вырожденные случаи. Очевидно, что вырожденного случая при  $M = 1$  решение задачи не имеет смысла — вся плоскость покрыта точками доступа, работающими на одном частотном канале, а мотивная единица состоит из единственной вершины. Этот случай имеет применение в довольно экзотическом случае одноканального частотного планирования, реализованного несколь-

кими производителями оборудования [16]. Несмотря на очевидные недостатки, такой подход в ряде случаев, с применением специализированных программно-аппаратных решений, может иметь и некоторые преимущества. Тем не менее, здесь мы его рассматривать не будем. Для  $M = 2$  лучшим вариантом решения является «шахматная доска» с координационным числом, равным 4. Однако число каналов, равное 2 на практике не встречается, потому этот (также вырожденный) вариант детально рассматривать не будем.

Для остальных рассматриваемых случаев [5] представим зону радиопокрытия в виде графа, вершины которого соответствуют точкам доступа, а рёбра — границам ячеек, формируемых этими точками доступа.

Рассмотрим случай при  $M = 3$ . На рис. 2 приведено замощение плоскости мотивными единицами для трёх доступных каналов при координационном числе каждой вершины равно шести. Красным выделены элементарные трансляции для решетки такого замощения. Отметим, что длины векторов трансляционной симметрии равны между собой.

Теперь построим граф, соответствующий мотивной единице для данной структуры.

При построении графа с целью учёта трансляционной симметрии, т.е. для учёта взаимосвязи с соседними мотивными единицами в решетке, рёбрами покажем стыки вершин графа с аналогичными вершинами соседних мотивных единиц. Возникающие при этом дополнительные (т.е. кратные) рёбра будем для наглядности показывать дугами. Такой граф для  $M = 3$  приведён на рис. 3.

В таком случае, видно, что каждая вершина соединена тройным ребром с каждой из двух остальных вершин. Т.е. рёбра являются тройными за счёт трёх связей вершины графа: с вершиной собственной мотивной единицы и еще за счет двух соседних вершин идентичных собственной, расположенных в двух соседних мотивных единицах (рис. 2). В случае же отсутствия кратных рёбер в графе, это говорит о том, что для каждой вершины графа целевой

мотивной единицы выполняется следующее условие: в составе соседних в замощении мотивных единиц не существует смежных вершин, идентичных таковым в целевой мотивной единице. Аналогичного подхода к кратности ребер графа будем придерживаться и при дальнейших построениях мотивных единиц.

Таким образом, граф мотивной единицы имеет три тройных ребра, а все его ребра имеют одинаковую кратность. Отметим, что представленный выше граф с учётом возможных перестановок является единственным решением для  $M=3$ . Таким образом, мы построили мотивную единицу для замощения плоскости для случая трёх частотных каналов. Далее аналогичным образом будем рассматривать случаи для остальных значений  $M$ .

На рис. 4 приведено замощение плоскости для числа доступных каналов  $M=4$  при координационном числе каждой вершины равном шести. Красным ромбом выделены элементарные трансляции для такого замощения.

Граф, соответствующий мотивной единице для данной структуры, приведён на рис. 5.

Представленная схема замощения с учётом перестановок является единственным решением, не содержащим ребер с кратностью большей чем 2. Для данной мотивной единицы можно предложить другие варианты трансляционной симметрии на плоскости, которые, однако, будут описываться идентичными, соответствующими им графами. Отметим, что в графе мотивной единицы будет шесть двойных ребер, а все его ребра имеют одинаковую кратность.

Кроме того, для  $M=4$  необходимо рассмотреть случай замощения при координационном числе вершины равном 4. Такой рисунок мы будем использовать ниже при рассмотрении замощений с несколькими «слоями». На рис. 6 приведены замощение плоскости и элементарные трансляции. Рис. 7 показывает граф соответствующей мотивной единицы.

Представленная схема замощения с учётом перестановок является единственным

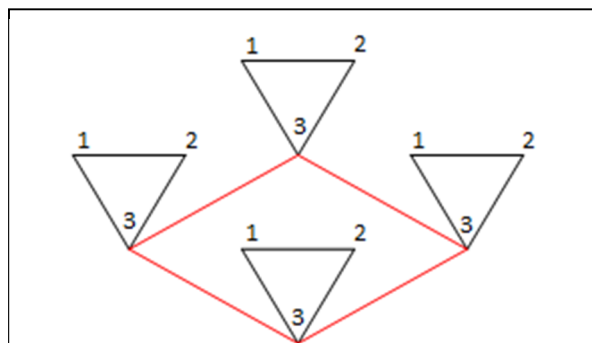


Рис. 2. Замощение плоскости для  $M=3$

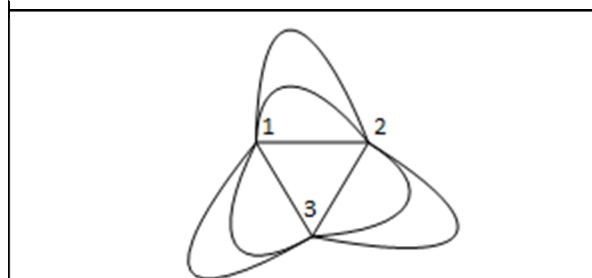


Рис. 3. Граф мотивной единицы для  $M=3$

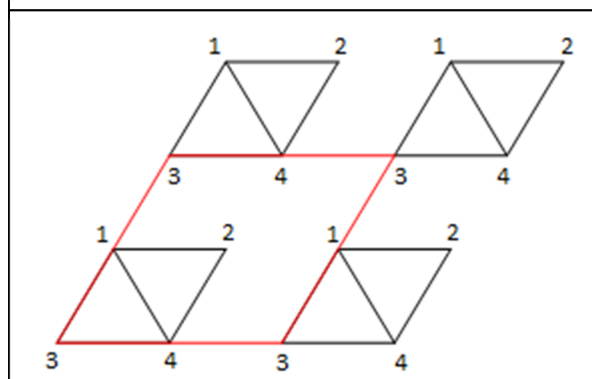


Рис. 4. Замощение плоскости для  $M=4$

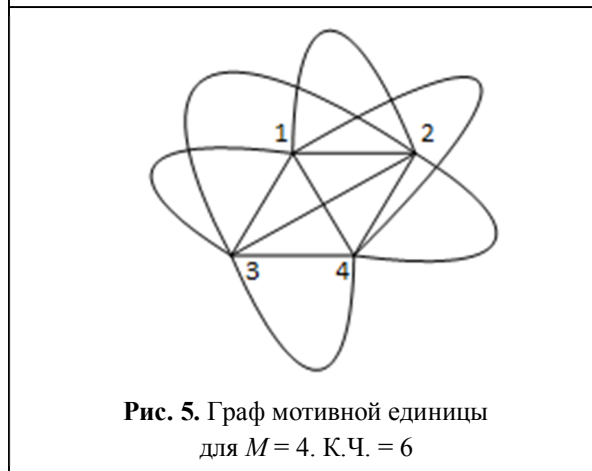


Рис. 5. Граф мотивной единицы для  $M=4$ . К.Ч. = 6

решением, не содержащим ребер с кратностью большей чем 2. Для данной мотивной единицы можно предложить другие варианты

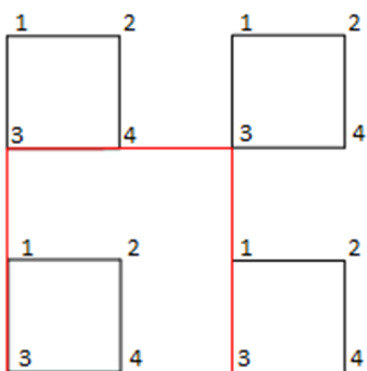


Рис. 6. Замоещение плоскости для  $M = 4$ . К.Ч. = 4

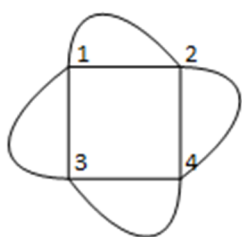


Рис. 7. Граф мотивной единицы для  $M = 4$ . К.Ч. = 4

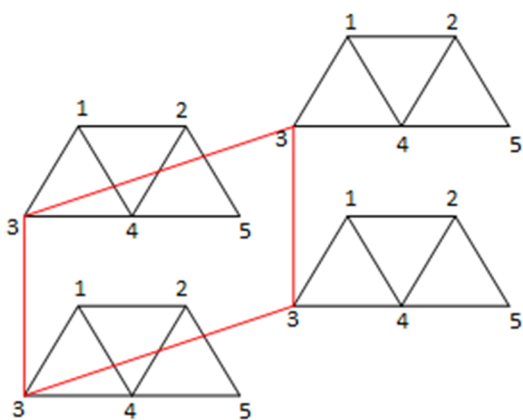


Рис. 8. Замоещение плоскости для  $M = 5$ . К.Ч. = 6.

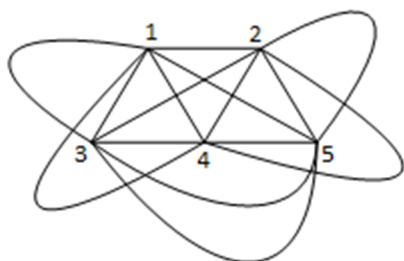


Рис. 9. Граф мотивной единицы для  $M=5$ . К.Ч.=6.

трансляционной симметрии на плоскости,

которые, однако, будут описываться идентичными, соответствующими им графами. Отметим, что в графе мотивной единицы будет шесть двойных рёбер, а все его рёбра имеют одинаковую кратность.

Кроме того, для  $M = 4$  необходимо рассмотреть случай замощения при координационном числе вершины равном 4. Такой рисунок мы будем использовать ниже при рассмотрении замощений с несколькими «слоями». На рис. 6 приведены замощение плоскости и элементарные трансляции. Рис. 7 показывает граф соответствующей мотивной единицы.

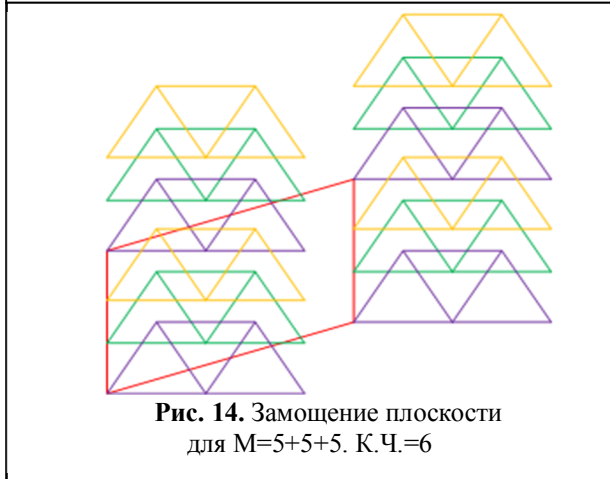
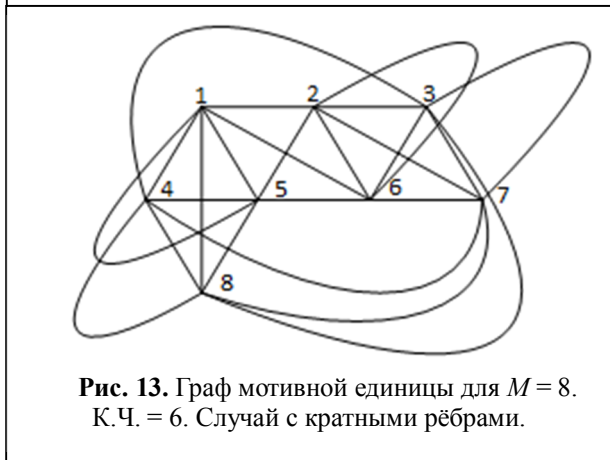
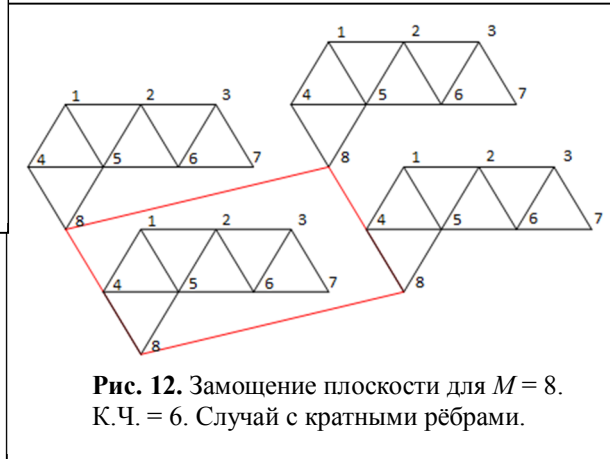
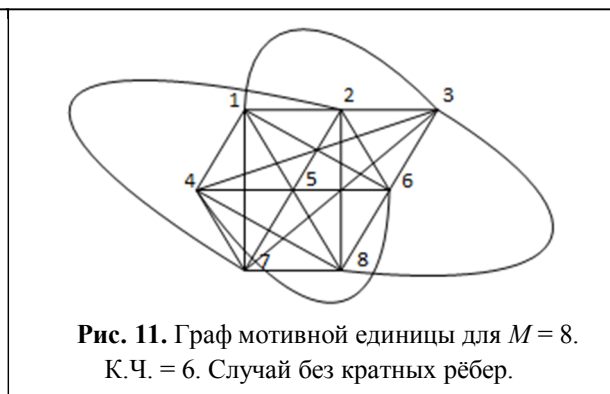
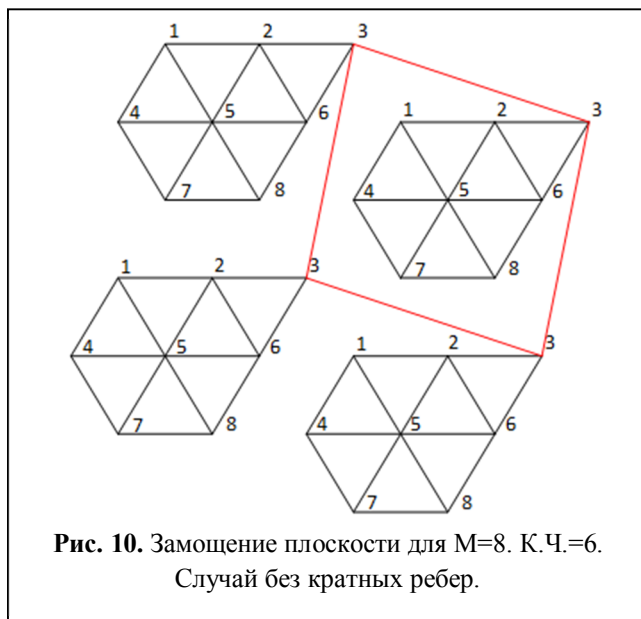
Существенное отличие от предыдущего случая состоит том, что число двойных рёбер в графе равно четырем вместо шести, но достигается это путем снижения координационного числа, а, следовательно, и плотности замощения плоскости.

Теперь рассмотрим вспомогательный случай для  $M = 5$ . На рис. 8 приведено замощение плоскости для числа доступных каналов равного пяти при координационном числе каждой вершины равном шести. При этом длины векторов элементарных трансляций не равны между собой.

Видно, что расстояние между вершинами с одинаковыми номерами составляет менее чем  $4R$  (как для случаев  $M = 4$ ) и равно  $2R\sqrt{3}$  (как для случая  $M = 3$ ). Граф, соответствующий мотивной единице для данной структуры, приведен на рис. 9 и геометрически представляет собой равнобедренную трапецию.

Представленная схема замощения с учётом перестановок, аналогично предыдущим рассмотренным случаям, является основным решением, отвечающим условиям задачи. Отметим, что в данном графе есть 5 двойных и 5 одинарных рёбер. Поэтому, в отличие от ранее рассмотренных случаев, в данном графе рёбра имеют различную кратность.

В случае  $M = 8$  для координационного числа равного 6 с точностью до эквивалентных решений имеют место два основных случая. Первый случай характеризуется отсутствием



кратных ребер в графе мотивной единицы. Для него замощение приведено на рис. 10.

Граф, соответствующий мотивной единице для данной структуры, приведён на рис. 11. Представленный граф имеет 24 ребра, при этом кратные ребра отсутствуют.

Второй возможный случай характеризуется наличием кратных (двойных) ребер. Для него замощение приведено на рис. 12, а соответствующий граф показан на рис. 13.

Отметим, что вариантов построения мотивной единицы несколько, но с точностью до их матриц смежности они могут быть описаны представленным решением. Что касается случая без кратных ребер, то его есть смысл рассмотреть отдельно, поскольку в нём ценой увеличения общего числа ребер в графе, мы избавились от наличия кратных ребер. Это различие будет существенным при дальнейшем учете влияния ТД друг на друга.

Теперь рассмотрим случай с 15 каналами. Как было показано ранее [5], при гексагональной плотнейшей упаковке шаров в плоскости число лунок между шарами в два раза превосходит число шаров. Тогда, добавив в каждую из лунок шары двух типов, при проекции на горизонтальную плоскость получим три «слоя» шаров в плотнейшей упаковке, сохраняя при этом максимально

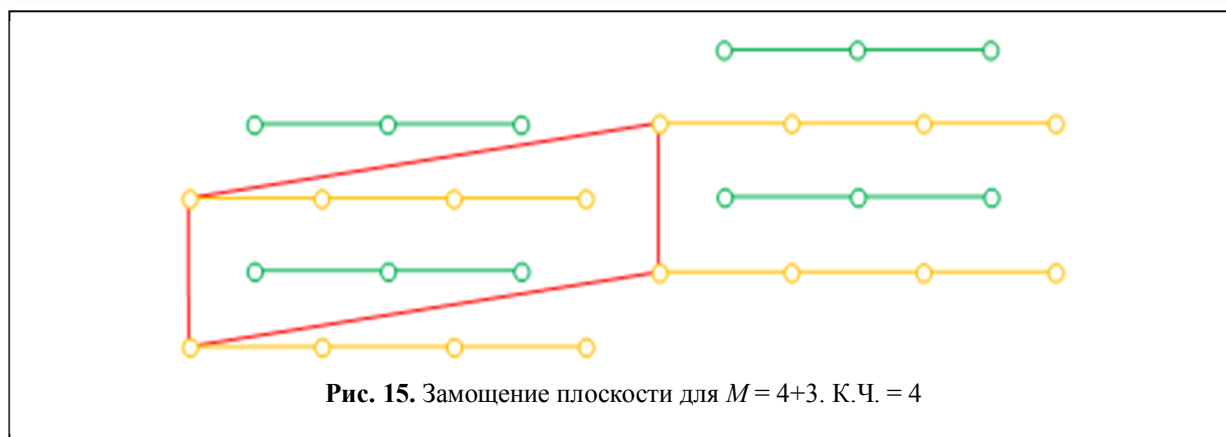


Рис. 15. Замощение плоскости для  $M = 4+3$ . К.Ч. = 4

возможное координационное число равно 6. При этом шары одного «слоя» будут иметь максимальное пространственное разнесение друг относительно друга. В работе [5] было показано, что возможно построение решения для 15 каналов с применением трёх «слоёв» с числом  $M$  равном 5 для каждого из них. Обозначим такой случай как «5+5+5». Замощение для этого случая приведено на рис. 14.

Граф мотивной единицы приводить не будем, поскольку для каждого из «слоёв» он будет идентичным ранее рассмотренному вспо-

могательному случаю для  $M = 5$ , приведённому на рис. 9.

Данное решение даёт плотнейшее замощение плоскости тремя «слоями» с максимально возможным координационным числом равным шести и наибольшим числом используемых частотных каналов, равным 15.

Теперь рассмотрим случай для  $M = 4+3$ . Здесь мы имеем два «слоя» точек доступа, с различным числом каналов в каждом из слоёв. Полученное решение по замощению плоскости для координационного числа, равного четырём приведено на рис. 15.

Неравенство числа каналов в различных слоях при условии соблюдения требования замощения плоскости, как следствие, приводит к различию между геометрией мотивных единиц для различных «слоёв». Мотивная единица для первого «слоя» ( $M = 3$ ) приведена на рис. 16, а для второго «слоя» ( $M = 4$ ) приведена на рис. 17.

Здесь необходимо отметить два аспекта, выделяющие этот случай. Во-первых, в графах, отвечающих каждому из «слоёв» имеют место петли, т.к. каждая из вершин графа имеет по две идентичные ей самой вершины в смежных мотивных единицах при замощении. А во-вторых, в графах есть рёбра, неравноценные остальным, т.е. геометрически имеющие отличную от остальных длину. На рисунках они выделены красным. Этот факт необходимо будет учесть при дальнейших расчётах.

Теперь рассмотрим случай с 16 каналами. Как было показано ранее, при тетрагональной

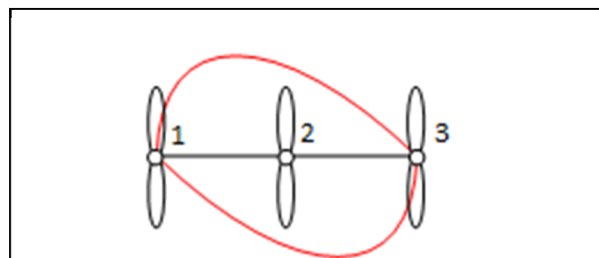


Рис. 16. Граф мотивной единицы для  $M = 3$  ( $4+3$ ). К.Ч. = 4

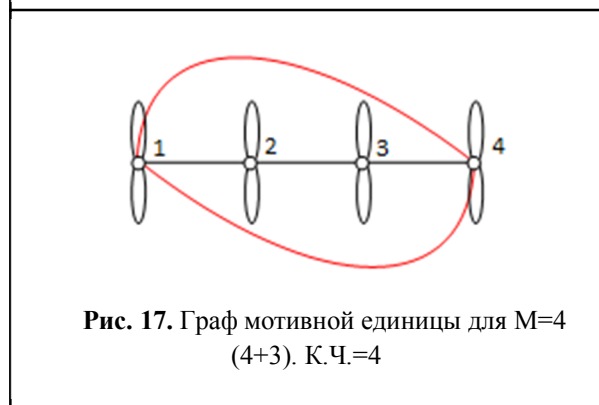


Рис. 17. Граф мотивной единицы для  $M = 4$  ( $4+3$ ). К.Ч. = 4

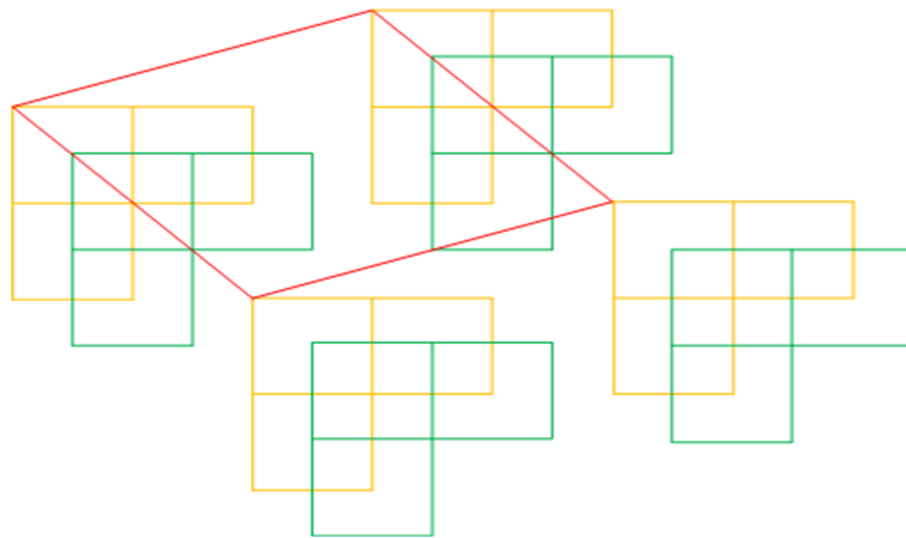


Рис. 18. Замощение плоскости для  $M = 8+8$ . К.Ч. = 4

плотной упаковке шаров в плоскости число лунок между шарами равно числу шаров. Тогда, добавив в каждую из лунок шары другого типа, мы получим два «слоя» шаров в плотной упаковке, при координационном числе в плоскости равном четырем. При этом шары одного «слоя» будут иметь максимальное пространственное разнесение друг относительно друга. В работе [5] было показано, что возможно построение решения для 16 каналов с применением двух «слоев» с числом  $M$  равном 8 для каждого из них. Обозначим такой случай как «8+8». Замощение для этого случая приведено на рис. 18.

Граф для мотивной единицы одного «слоя», соответствующий такому замощению приведен на рис. 19.

Отметим, что в графе на рис. 19 отсутствуют кратные рёбра. И снова, представленные решения для двух «слоев» являются единственными с точностью до матриц смежности соответствующих графов.

Подытожим полученные результаты в таблице 1. В таблице приведены рассмотренные случаи для числа  $M$ , координационное число, число «слоев», длины векторов элементарных трансляций (базис решётки), а также число рёбер различной кратности в графах, описывающих структуры мотивных единиц.

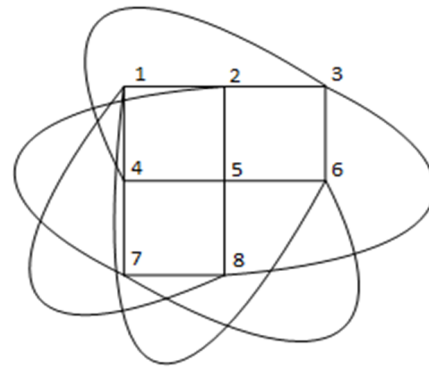


Рис. 19. Граф мотивной единицы для  $M = 8$ . К.Ч. = 4

### Выводы и дальнейшая работа

В рамках работы рассмотрена задача замощения плоскости, по итогам чего можно заключить следующее:

1. Показана возможность описания задачи замощения плоскости в рамках аппарата трансляционной симметрии, широко применяющегося в кристаллографии.
2. Предложена модель учёта влияния ТД друг на друга, учитывающая трансляционную симметрию, возникающую при замощении плоскости, которая будет более детально рассмотрена авторами в дальнейших работах.
3. Показано, что для некоторых используемых на практике значений  $M$  (например, 7, 8, 15 и 16) в конкретных условиях необходимо

рассматривать замощение в несколько «слоёв». В частности, возможными решениями являются соответственно решения в «два слоя»: 3+4; 4+4; 8+8, а также решение в три «слоя»: 5+5+5.

4. Для наиболее часто применяемых в проектной практике сетей IEEE 802.11 частотных планов построены мотивные единицы, отвечающие постановке задачи частотно-территориального планирования. Для некоторых значений  $M$  (например,  $M=4$  и  $M=8$ ) отмечено существование различных замощений, графы мотивных единиц в которых имеют разное число кратных рёбер. Это должно быть соответственно учтено в расчётах

5. Предложено описание мотивных единиц, как структурных составляющих элементов плоских решеток. Для некоторых значений  $M$  (например,  $M=5$  и  $M=8$ ) отмечено существование различных замощений, включающих как различные по геометрии мотивные единицы, так и различные векторы элементарных трансляций, которые описываются идентичными матрицами смежности, т.е. с рассматриваемых позиций эквивалентны.

### Литература

1. Викулов А.С., Парамонов А.И. Частотно-территориальное планирование сетей Wi-Fi с высокой плотностью пользователей // Информационные

технологии и телекоммуникации. 2018. Т. 6. № 2. С. 35–48.

2. IEEE Std 802.11 – 2016. IEEE Standard for Information technology — Telecommunications and information exchange between systems. Local and metropolitan area networks — Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Взамен IEEE Std. 802.11-2012. Введ. 2016. Нью Йорк: Институт IEEE. 3534 с.

3. Ruckus Wireless. Deploying very High Density Wi-Fi. Design and Configuration Guide for Stadiums // Ruckus Wireless. 2012. 52 p.

4. Викулов А.С., Парамонов А.И. Оценка эффектов межканальных помех в сетях IEEE 802.11 для различных антенных конфигураций в задаче радиопокрытия промышленных объектов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2020. № 3. С. 15–26.

5. Викулов А.С., Парамонов А.И. Постановка задачи замощения плоскости в применении к частотно-территориальному планированию сетей IEEE 802.11 // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2021. № 1. С. 24–32.

6. Дунайцев Р.А., Егорова А.А. Анализ методов построения сетей Wi-Fi высокой плотности // VII Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Сборник научных статей в 4-х томах. Под ред. С.В. Бачевского. 2018. С. 321–325.

7. Дунайцев Р.А., Колеватых Я.О. Исследование особенностей построения уличных сетей Wi-Fi // VIII Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Сборник научных статей в 4-х томах. 2019. С. 418–423.

Таблица 1. Параметры мотивных единиц приведены в таблице.

M	К.Ч.	Число «слоев»	Параметры элементарных трансляций (базис)			Число рёбер различной кратности
			$ a $	$ b $	$\alpha$ (град.)	
3	6	1	$2R\sqrt{3}$	$2R\sqrt{3}$	60	3 тройных ребра
4	6	1	$4R$	$4R$	60	6 двойных рёбер
4	4	1	$4R$	$4R$	90	4 двойных ребра
5	6	1	$2R\sqrt{3}$	$2R\sqrt{7}$	$\approx 80,17$	5 двойных ребра 5 одинарных рёбер
8	6	1	$2R\sqrt{7}$	$2R\sqrt{7}$	60	24 одинарных ребра
8	6	1	$4R$	$2R\sqrt{13}$	$\approx 98,21$	4 двойных ребра 16 одинарных рёбер
5+5+5	6	3	$2R\sqrt{3}$	$2R\sqrt{7}$	$\approx 80,17$	5 двойных ребра 5 одинарных рёбер
4+3	4	2	$2R$	$5R\sqrt{2}$	$\approx 81,87$	Есть петли и рёбра нецелой кратности
8+8	4	2	$4R\sqrt{2}$	$2R\sqrt{10}$	$\approx 98,21$	16 одинарных рёбер

8. Викулов А.С., Парамонов А.И. Исследование модели межканальной интерференции в сетях IEEE 802.11 для оценки пропускной способности // Труды учебных заведений связи. 2019. №2. С. 43–48.
9. Balej J., Zach P., Pokorný M. Four Channel Assignment Schemes for WiFi in 2.4 GHz Band. // Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis. 2016. No. 64. Pp. 205–211. DOI:10.11118/actaun201664010205
10. Носов В.И., Носкова Н.В. Методы частотно-территориального планирования в сетях радиосвязи. Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2006. 164 с.
11. Бончковский Р.Н. Покрытие плоскости правильными многоугольниками // Сборник статей по элементарной и началам высшей математики. 1935. Вып. 3. С. 15–21.
12. Socolar J.E.S., Taylor J.M. An aperiodic hexagonal tile // Journal of Combinatorial Theory Series A. 2011. No. 118. Pp. 2207–2231. DOI: 10.1016/j.jcta.2011.05.001
13. Табачников С., Фукс Д. Невозможные замощения // Квант. 2011. № 2. С. 19–27.
14. Nesse D.W. Introduction to Mineralogy. Oxford: Oxford University Press, 2000. 442 p.
15. Греков Ф.Ф., Рябенко Г.Б., Смирнов Ю.П. Структурная кристаллография. СПб.: Издательство Политехнического университета, 2006. 106 с.
16. WLAN RF Architecture Primer: Single-Channel and Adaptive Multi-Channel Models. Aruba White Paper // Aruba Networks. 2013. 29 p.

Поступила 4 декабря 2020 г.

English

## ARRANGEMENT OF STANDARD STRUCTURES FOR TILING THE PLANE FOR FREQUENCY AND AREA PLANNING OF IEEE 802.11 NETWORKS

Anton Sergeyevich Vikulov — PhD, Engineer of JSC «Beltel»<sup>1</sup>.

E-mail: asv012016@gmail.ru

Alexander Ivanovich Paramonov — Grand Dr. in Engineering, Professor, Department of Communication Networks and Data Transmission, The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications<sup>2</sup>.

E-mail: alex-in-spb@yandex.ru

<sup>1</sup>Address: 191025, Russian Federation, St. Petersburg, Mayakovskogo St., 3B, building A.

<sup>2</sup>Address: 193232, Russian Federation, St. Petersburg, Bolshevikov Ave., 22/1.

**Abstract:** The problem of frequency and area planning arises quite regularly in designing wireless access networks. It can have a geometric interpretation in regard to the task of tiling the plane. Since the number of channels for each particular frequency planning is different depending on task requirements then the following can vary: shape of typical tiling structures (unit cells in terms of crystallography), their composition, organizing and procedure of tiling the plane, i.e., lattice type. Arrangement of unit cells makes it possible to propose the model that estimates the mutual influence between access points in distributed network and, thus, to draw a conclusion about applicability of chosen frequency plan for original task solution. This research paper examines standard structures for tiling the plane, defines planar lattices that conform to translational symmetry of such structures, and it proposes a method to taking into account the mutual influence between access points both within the structure and across the tiling plane. Since it is necessary to develop such a frequency plan that it would ensure most heavy filling of the plane with AP coverage areas, the maximum possible distance of cells in the same channel from each other, the maximum possible distance of cells of adjacent channels from each other and possible usage of all available frequency channels for the task, and then arrangement of standard structures of tiling (unit cells in terms of crystallography) should be done as part of the task. This research is dedicated to this problem. We do not intend to prove strictly mathematical unicity of all the proposed solutions. The research paper proposes geometrically sound approach to plane tiling by arranging plane tiling that is convenient in regard to specific features of IEEE 802.11 space distributed networks.

**Keywords:** wireless access network, IEEE 802.11, interference, unit cell, tiling of the plane, coloring, frequency planning, designing.

### References

1. Vikulov A.S., Paramonov A.I. Frequency-territorial planning of Wi-Fi networks with high user density. Information Technologies and Telecommunications. 2018. Vol. 6. No. 2. Pp. 35–48.

2. IEEE Std 802.11-2016. IEEE Standard for Information technology — Telecommunications and information exchange between systems. Local and metropolitan area networks — Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Instead of IEEE Std. 802.11-2012. Introduction. 2016. New York: IEEE Institute. 3534 p.
3. Ruckus Wireless. Deploying very High Density Wi-Fi. Design and Configuration Guide for Stadiums. Ruckus Wireless. 2012. 52 p.
4. *Vikulov A.S., Paramonov A.I.* Evaluation of the effects of inter-channel interference in IEEE 802.11 networks for various antenna configurations in the problem of radio coverage of industrial objects. *Radio and Telecommunications Systems*. 2020. No. 3. Pp. 15–26.
5. *Vikulov A.S., Paramonov A.I.* Statement of the problem of tiling the plane in application to the frequency and territorial planning of IEEE 802.11 networks. *Radio and Telecommunications Systems*. 2021. No. 1. Pp. 24–32.
6. *Dunaytsev R.A., Egorova A.A.* Analysis of methods for constructing high-density Wi-Fi networks. VII International scientific-technical and scientific-methodological conference. Collection of scientific articles in 4 volumes. Ed. by *S.V. Bachevsky*. 2018. Pp. 321–325.
7. *Dunaytsev R.A., Kolevatykh Ya.O.* Research of the features of building street Wi-Fi networks. VIII International scientific-technical and scientific-methodological conference. Collection of scientific articles in 4 volumes. 2019. Pp. 418–423.
8. *Vikulov A.S., Paramonov A.I.* Study of co-channel interference in IEEE 802.11 networks for bandwidth estimation. *Proceedings of the schools of communication*. 2019. No. 2. Pp. 43–48.
9. *Balej J., Zach P., Pokorný M.* Four Channel Assignment Schemes for Wi-Fi in 2.4 GHz Band. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*. 2016. No. 64. Pp. 205–211. DOI:10.11118/actaun201664010205
10. *Nosov V.I., Noskova N.V.* Methods of frequency-territorial planning in radio communication networks. Siberian State University of Telecommunications and Informatics. Novosibirsk. 2006. 164 p.
11. *Bonchkovsky R.N.* Covering the plane with regular polygons. Collection of articles on elementary and elementary higher mathematics. 1935. Issue 3. Pp. 15–21.
12. *Socolar J.E.S., Taylor J.M.* An aperiodic hexagonal tile. *Journal of Combinatorial Theory Series A*. 2011. No. 118. Pp. 2207–2231. DOI: 10.1016/j.jcta.2011.05.001
13. *Tabachnikov S., Fuchs D.* Impossible tiling. *Kvant*. 2011. No. 2. Pp. 19–27.
14. *Nesse D.W.* Introduction to Mineralogy. Oxford: Oxford University Press, 2000. 442 p.
15. *Grekov F.F., Ryabenko G.B., Smirnov Yu.P.* Structural crystallography. St. Petersburg: Polytechnic University Press, 2006. 106 p.
16. WLAN RF Architecture Primer: Single-Channel and Adaptive Multi-Channel Models. Aruba White Paper. Aruba Networks. 2013. 29 p.