

УДК 621.391.

## О ВОЗМОЖНОСТИ ДИАГНОСТИКИ БЛОКОВЫХ КОДОВ СВЁРТОЧНЫМИ МЕТОДАМИ

**Катков Дмитрий Владимирович**

аспирант кафедры радиотехники и радиосистем  
ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых».

**Никитин Олег Рафаилович**

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой радиотехники и радиосистем  
ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых».

*E-mail:* olnikitin@mail.ru.

**Полушин Петр Алексеевич**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники и радиосистем  
ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых».

*E-mail:* pap@vlsu.ru.

*Адрес:* 600000, Российская Федерация, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

*Аннотация:* При использовании цифровых методов передачи сигналов в настоящее время широко применяются разнообразные методы кодирования информации. Они позволяют значительно увеличить помехоустойчивость передачи. Для эффективного декодирования необходимо знать параметры используемых кодов. Однако в различных ситуациях они могут быть известны не полностью или отсутствовать вообще. В этом случае декодирование неэффективно. Параметры применяемого кодера можно узнать с помощью анализа структуры принимаемой кодовой последовательности. Известны методы диагностики различных видов кодирования, но для несистематических блоковых кодов они не применимы. В статье для диагностики таких кодовых последовательностей предлагается рассматривать блоковое кодирование как модифицированное свёрточное кодирование. Методы диагностики свёрточных кодов известны. Для этого принимаемую кодовую последовательность повторно кодируют свёрточным кодом с помощью вспомогательных полиномов. Вид вспомогательных полиномов перебирается. В случае их совпадения с правильными полиномами выполняются специальные условия. На основе этих вспомогательных полиномов конструируется порождающая матрица блокового кодирования.

*Ключевые слова:* блоковое кодирование, свёрточное кодирование, диагностика кодовых последовательностей.

### Постановка задачи

Настоящее время характеризуется всемерно возрастающими цифровыми потоками информации, в том числе по радиоканалам. В то же время растут и требования качеству передачи. Во многом они решаются использованием различных методов помехоустойчивого кодирования [1–6]. Однако при этом возможны различные затруднения из-за отсутствия необходимого объёма априорных сведений о параметрах используемого кодера.

В таких ситуациях требуемые для декодирования параметры используемых кодов известны не полностью или неизвестны вообще, например, в случае быстрой смены передатчиком характеристик используемого кода, пере-

дача информации о которых в приёмник задерживается. Также при смене канала передачи или системы передачи требуемая информация может быть утеряна. В некоторых случаях, например, в конфликтных ситуациях, такую информацию заранее получить невозможно в принципе.

Однако, поскольку после кодирования последовательность кодовых символов становится структурированной, т.е. между ранее независимыми символами появляются определенные взаимосвязи, анализируя которые можно установить требуемые параметры применяемого кодера. Ранее подобные задачи были решены для большого числа известных методов кодирования [7,8], однако используются и неко-

торые другие важные типы кодов, для которых разработка методов диагностики является актуальной задачей, в частности, несистематические блочные коды [9–11]. Кроме «классических» простых блочных кодов эта задача актуальна и для современных высокоэффективных кодов, например LDPC-кодов (Low Density Parity Control – коды с низкой плотностью проверки на чётность). Независимо от низкой плотности ненулевых элементов в порождающей матрице таких кодов, с её помощью могут формироваться как систематические, так и несистематические коды, поэтому необходимо разработать методы диагностики безотносительно к систематичности или несистематичности кодов, т.е. в общем виде.

Эта задача может быть решена представлением блочного кодирования в форме модифицированного свёрточного кодирования, для которого существуют и могут быть использованы эффективные методы диагностики.

### Теоретические обоснования

Рассмотрим блочное кодирование в общем виде. Как известно, формирование блочного кода основано на том, что исходная информационная последовательность символов разбивается на группы длиной  $k$ . По определённому правилу вычисляются проверочные символы и добавляются к информационной последовательности, формируя выходной кодовый блок длиной  $n$ . В общем случае кодовый блок можно сформировать также умножением на соответствующую порождающую матрицу  $G$ , однако часто используются более простой способ с помощью умножения на порождающий полином, легче практически реализуемый. Однако такой способ, при его эффективности, не позволяет в общем случае получить все возможные виды кодированных сигналов. Если же при формировании кодовых слов была использована порождающая матрица, то с диагностикой таких кодовых последовательностей возникают определенные проблемы. Если формируемый код – систематический, то его диагностика вполне осуществима. Однако при

несистематическом кодировании основные свойства, позволяющие производить диагностику, пропадают. Такая же ситуация имеет место при диагностике более сложных кодов, например, каскадных кодов, если используется перемежение символов систематического блочного кода. В этом случае он становится схожим по свойствам с несистематическим кодом, и возможность его диагностики также исчезает.

В статье предлагается подход, позволяющий диагностировать любые блочные коды, независимо от их вида. Для пояснения его сущности рассмотрим серию рис. 1–4. Эти рисунки показывают возможный последовательный переход от процедуры блочного кодирования к модифицированной процедуре свёрточного кодирования. Переход представлен в виде некоторых пошаговых этапов.

Обозначим исходную последовательность кодируемых информационных символов через вектор  $\mathbf{m}$  длиной  $k$ . Из неё формируется вектор

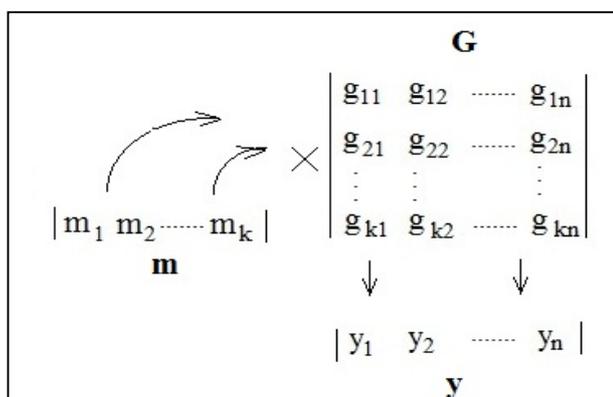


Рис. 1. Исходное матричное умножение

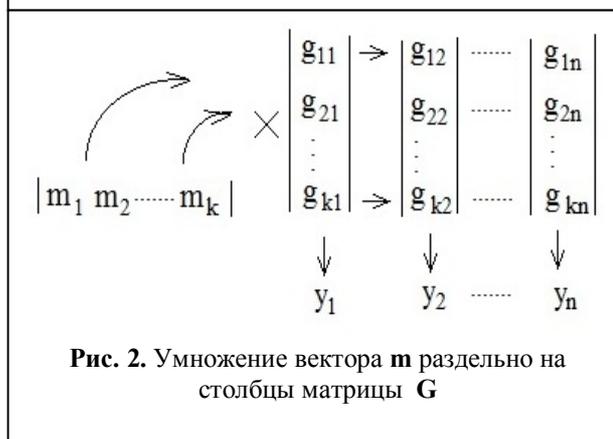


Рис. 2. Умножение вектора  $\mathbf{m}$  отдельно на столбцы матрицы  $G$

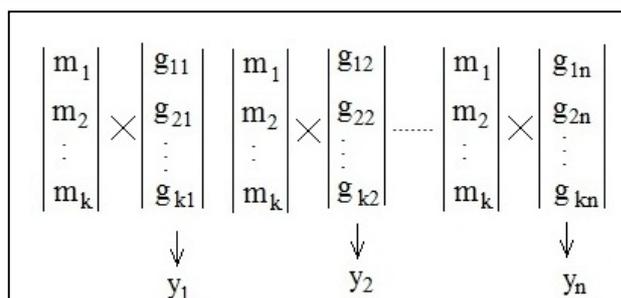


Рис. 3. Поочередное подключение результатов скалярного умножения векторов

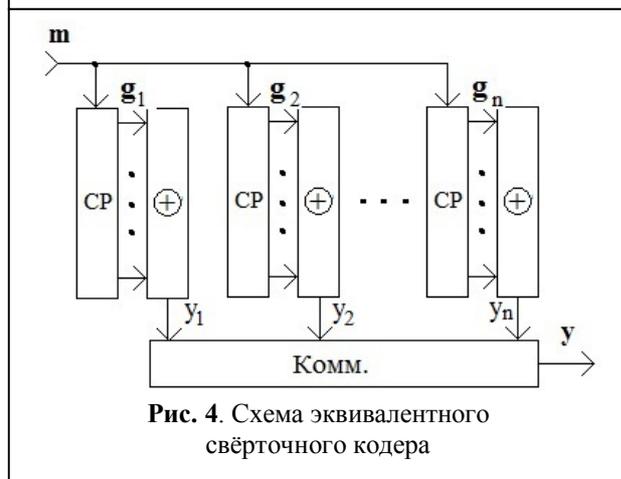


Рис. 4. Схема эквивалентного свёрточного кодера

кодового слова  $y$  длиной  $n$ .

На рис. 1 схематически представлено получение требуемого кодового слова – вектора-строки  $y$  с помощью матричного умножения слева вектора  $m$  на матрицу  $G$ .

Согласно правилам матричного умножения слева вектора на матрицу, каждый элемент вектора  $m$  умножается на соответствующий элемент столбца матрицы  $G$ . (Элементы матрицы  $G$ , находящиеся в строке номера  $i$  и столбце номера  $j$ , обозначены через  $g_{ij}$ ). В каждом столбце результаты всех умножений складываются по модулю 2. Причем умножение вектора  $m$  производится поочередно на каждый из столбцов матрицы, и тем самым получается значение символов кодового слова  $y$ , номера которых равны номерам соответствующих столбцов.

Но матрицу  $G$  можно представить, как состоящую из отдельных самостоятельных вектор-столбцов, расположенных в той же последовательности, в какой раньше они располагались, объединенные в единую матрицу (рис. 2).

Обозначим эти столбцы векторами  $g_j$ , причём индекс этих векторов равен номеру столбца в матрице  $G$ , т.е.,  $g_1 = (g_{11}, g_{21}, \dots, g_{k1})$ ,  $g_2 = (g_{12}, g_{22}, \dots, g_{k2})$ , ...,  $g_n = (g_{1n}, g_{2n}, \dots, g_{kn})$ .

При этом вектор  $m$  также будет поэлементно (скалярно) умножаться последовательно на эти самостоятельные вектор-столбцы, и также каждое умножение будет формировать соответствующий символ кодового слова.

Далее выполняем эту процедуру по-другому, но с тем же конечным результатом. Действительно, можно считать вектор-столбцы матрицы самостоятельными объектами  $g_j$ , и умножение вектора на эти вектора-объекты можно производить *одновременно* (рис. 3). При этом результаты перемножения на выход подключать *поочередно*, формируя последовательность  $y$ .

Таким образом, приходим к схеме, изображенной на рисунке 4, которая радиотехническими узлами реализует операции рис. 2. Эта схема состоит из  $n$  одинаковых фрагментов. Каждый фрагмент включает в себя сдвиговый регистр из  $k$  ячеек и сумматор по модулю 2. Ко входам сумматора подключены некоторые из ячеек, в каждом фрагменте со своими номерами. В конкретном фрагменте  $j$  подключаются те ячейки, у которых номера совпадают с номерами единичных элементов в соответствующем векторе  $g_j$ . Выходы всех ячеек соединены со входами коммутатора (Комм.), и подсоединяются к его выходу поочередно.

Схема, полученная на рис. 4, представляет собой схему обыкновенного нерекурсивного свёрточного кодера [1–3]. Этот свёрточный кодер осуществляет обработку сигнала, эквивалентную обработке в блоковом кодере, с учетом некоторых модификаций. В этой схеме точно также из набора символов формируются различные варианты сумм по модулю 2, получаемые подключением к сумматорам разных наборов ячеек. Затем эти суммы поочередно подаются на выход кодера. В принципе, все сдвиговые регистры можно заменить одним общим регистром, который «обслуживает» все сумматоры по модулю 2.

Модификации состоят в том, что на регистр «классического» свёрточного кодера символы информационной последовательности поступают и записываются по одному, а здесь они поступают и записываются группами по  $m$  символов. (Схожесть алгоритмов и получаемых с их помощью кодовых последовательностей можно ещё больше увеличить, если использовать свёрточный кодер с кодовым ограничением  $K = m$  и к получаемому выходному сигналу применить перфорацию – «выкалывание»).

Естественно, для декодирования такого модифицированного свёрточного кода потребовалось бы тоже значительно модифицировать и алгоритмы декодирования, однако для целей диагностики модификации не требуется.

Рассмотрим метод диагностики «классического» свёрточного кодера [7, 8]. После свёрточного кодера сформированная кодовая последовательность состоит из групп символов. Каждая такая группа формируется после введения в кодер одного информационного символа. Количество кодовых символов в такой группе равно  $1/R$ , где  $R$  – кодовая скорость. Пусть первоначально  $R = 1/2$ , и в группе, соответствующей одному информационному символу, имеется два кодовых символа. Они формируются свёрткой информационной последовательности  $\mathbf{m}(X)$  с двумя соответствующими порождающими полиномами  $\mathbf{g}_1(X)$  и  $\mathbf{g}_2(X)$ . Если рассматривать по отдельности последовательность  $\mathbf{u}_1(X)$ , создаваемую первыми кодовыми символами в каждой группе, и последовательность  $\mathbf{u}_2(X)$  создаваемую вторыми кодовыми символами в каждой группе, то можно записать  $\mathbf{u}_1(X) = \mathbf{g}_1(X)\mathbf{m}(X)$  и  $\mathbf{u}_2(X) = \mathbf{g}_2(X)\mathbf{m}(X)$ , где произведение понимается, как свёртка соответствующих полиномов. Символы частных последовательностей  $\mathbf{u}_1(X)$  и  $\mathbf{u}_2(X)$ , попеременно чередуясь, создают общую последовательность кодовых символов  $\mathbf{u}(X)$ .

Сущность диагностики основывается на том, что обе частные кодовые последовательности образованы из одной и той же исходной информационной последовательности  $\mathbf{m}(X)$ .

В процессе диагностики используются два вспомогательных «поисковых» полинома  $\mathbf{h}_1(X)$  и  $\mathbf{h}_2(X)$ . При работе алгоритма диагностики вид «поисковых» полиномов меняется. При осуществлении операций алгоритма каждая из частных кодовых последовательностей  $\mathbf{u}_1(X)$  и  $\mathbf{u}_2(X)$  домножается на «поисковые» полиномы  $\mathbf{h}_1(X)$  и  $\mathbf{h}_2(X)$ . (То есть, осуществляется *повторное* свёрточное кодирование в соответствии с этими порождающими полиномами).

При этом формируются последовательности символов:  $\mathbf{z}_1(X) = \mathbf{h}_1(X)\mathbf{u}_1(X) = \mathbf{h}_1(X)\mathbf{g}_1(X)\mathbf{m}(X)$  и  $\mathbf{z}_2(X) = \mathbf{h}_2(X)\mathbf{u}_2(X) = \mathbf{h}_2(X)\mathbf{g}_2(X)\mathbf{m}(X)$ . Производится поиск вида полиномов  $\mathbf{h}_1(X)$  и  $\mathbf{h}_2(X)$  до тех пор, пока символы последовательностей  $\mathbf{z}_1(X)$  и  $\mathbf{z}_2(X)$  не станут совпадать. Такое возможно, если выполняется условие:  $\mathbf{h}_1(X)\mathbf{g}_1(X) = \mathbf{h}_2(X)\mathbf{g}_2(X)$ , или  $\mathbf{h}_1(X) = \mathbf{g}_2(X)$  и  $\mathbf{h}_2(X) = \mathbf{g}_1(X)$ , т.е. вид порождающих полиномов, используемых в кодере, будет определён, и диагностическая задача решена. При этом  $\mathbf{z}_1(X) = \mathbf{g}_2(X)\mathbf{g}_1(X)\mathbf{m}(X)$  и  $\mathbf{z}_2(X) = \mathbf{g}_1(X)\mathbf{g}_2(X)\mathbf{m}(X)$ . Поскольку  $\mathbf{g}_1(X)\mathbf{g}_2(X) = \mathbf{g}_2(X)\mathbf{g}_1(X)$ , то независимо от значения символов последовательности  $\mathbf{m}(X)$  будет выполняться равенство  $\mathbf{z}_1(X) = \mathbf{z}_2(X)$ .

Поиск правильного вида «поисковых» полиномов можно производить по-разному, например, с помощью алгоритма, описанного в [7]. Для этого используется вспомогательная матрица, предварительно обнуленная. Размер матрицы равен  $2^n \times 2^n$ . Номера строк в десятичной форме соответствуют двоичной записи полинома  $\mathbf{h}_1$ , десятичные номера столбцов – двоичной записи полинома  $\mathbf{h}_2$ . Далее производится многошаговая процедура.

На первом шаге выбирается  $k$  подряд идущих символов частной последовательности  $\mathbf{u}_1$  и  $k$  соответствующих подряд идущих символов частной последовательности  $\mathbf{u}_2$ . После этого на данном шаге перебираются все сочетания возможных вариантов поисковых полиномов  $\mathbf{h}_1$  и  $\mathbf{h}_2$ , и для каждого варианта определяются значения свёртки  $z_1$  и  $z_2$ . Если  $z_1 = z_2$ , то в матрице элементу, расположенному в строке и столбце,

номера которых определяются исследуемым вариантом  $\mathbf{h}_1$  и  $\mathbf{h}_2$ , присваивается единица.

Все последующие шаги заключаются в убирании из матрицы «неправильных» единиц. Для этого на втором шаге выбираются другие фрагменты частных последовательностей  $\mathbf{u}_1$  и  $\mathbf{u}_2$ , и с ними производится аналогичная процедура. Однако перебираются уже не все возможные значения  $\mathbf{h}_1$  и  $\mathbf{h}_2$ , а только те, которые отмечены единицами в матрице (их в среднем в два раза меньше). На третьем шаге все операции повторяются, но перебирать приходится еще в два раза меньше возможных вариантов «поисковых» полиномов, и т.д. Примерно через  $n$  шагов в матрице останется только один элемент, координаты которого соответствуют двоичной записи правильного вида искомого порождающего полинома.

Если в группе, соответствующей одному информационному символу, не два, а  $q$  кодовых символов, то аналогично анализируется  $q$  частных кодовых последовательностей. При этом могут быть выбраны различные стратегии, например, выбирается одна частная кодовая последовательность, а все остальные поочередно с ней сравниваются, либо все частные кодовые последовательности разбиваются и анализируются попарно. Полученные полиномы  $\mathbf{g}_1 \div \mathbf{g}_q$  представляют собой столбцы искомого порождающей матрицы  $\mathbf{G}$ . В случае использования сильно разреженных матриц процедура значительно ускоряется, поскольку не требуется перебирать все двоичные значения «поисковых» полиномов. Перебираются только те значения, в двоичной записи которых имеется только две единицы, три единицы, и т.п., по числу ненулевых элементов в строках (столбцах) порождающей матрицы.

Модификацию описанного эквивалентного свёрточного кодирования можно рассматривать следующим образом. После очередной записи информационной последовательности в сдвиговые регистры формируется  $q = n$  кодовых символов, поэтому если бы записывался только один информационный символ, то кодовая скорость составляла бы величину

$$\begin{vmatrix} 1; 1; 1; 0; 1; 0 \\ 0; 1; 1; 1; 0; 1 \\ 1; 1; 0; 1; 0; 0 \end{vmatrix}$$

Рис. 5. Вид порождающей матрицы

$R = 1/n$ . Но поскольку в регистры записывается сразу  $k$  символов, т.к. эти кодовых символов формируются из информационных символов, то получающаяся кодовая скорость составляет  $R = k/n$ , т.е. такая же, как и у исходного блочного кодера.

### Экспериментальные исследования

Предложенный метод был исследован с помощью компьютерного моделирования. Оно заключалось в имитации информационной последовательности с помощью случайного двоичного потока символов, выборе вида порождающей матрицы и с её применением получения последовательности кодовых слов. Далее они согласно описанному модифицированному свёрточному алгоритму разделялись на частные кодовые последовательности. Эти последовательности объединялись попарно и путём процедуры перебора вида «поисковых» полиномов определялся вид всех порождающих полиномов, а на их основе формировалась искомая порождающая матрица.

В качестве примера выбрана порождающая матрица простого вида, приведенная на рис. 5 (матрица размером  $3 \times 6$ ).

На рис. 6–10 подробно продемонстрирован процесс нахождения вида первых двух её столбцов.

Для этого перебираются два соответствующих «поисковых» полинома, при этом количество ненулевых элементов во вспомогательной матрице постоянно сокращается, пока не останется один ненулевой элемент с координатами в матрице  $\mathbf{h}_2 = \mathbf{g}_1 = 5_8 = 101_2$   $\mathbf{h}_1 = \mathbf{g}_2 = 7_8 = 111_2$ . Эти двоичные числа описывают первые два столбца искомого порождающей матрицы. Для нахождения вида остальных столбцов порождающей матрицы попарно анализировались

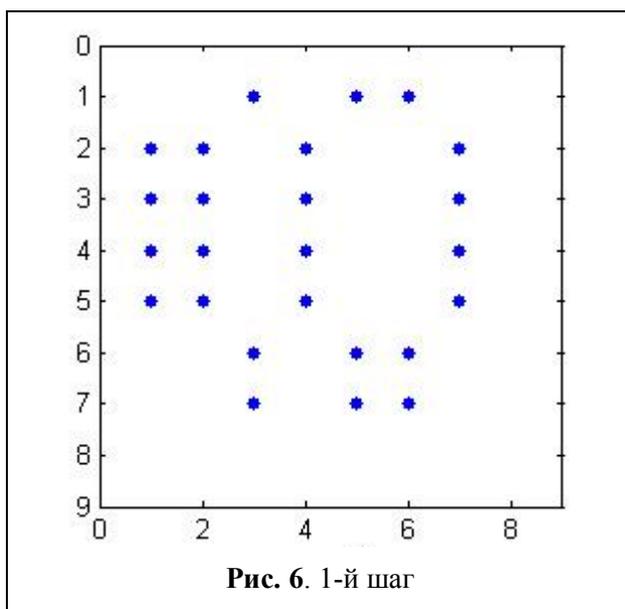


Рис. 6. 1-й шаг

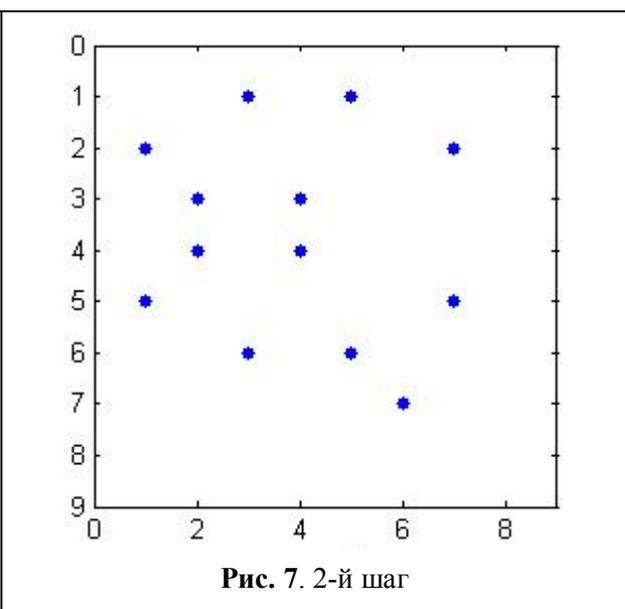


Рис. 7. 2-й шаг

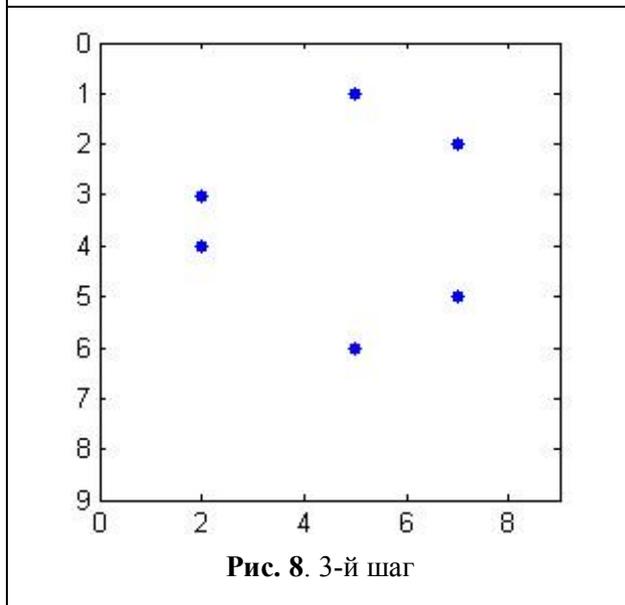


Рис. 8. 3-й шаг

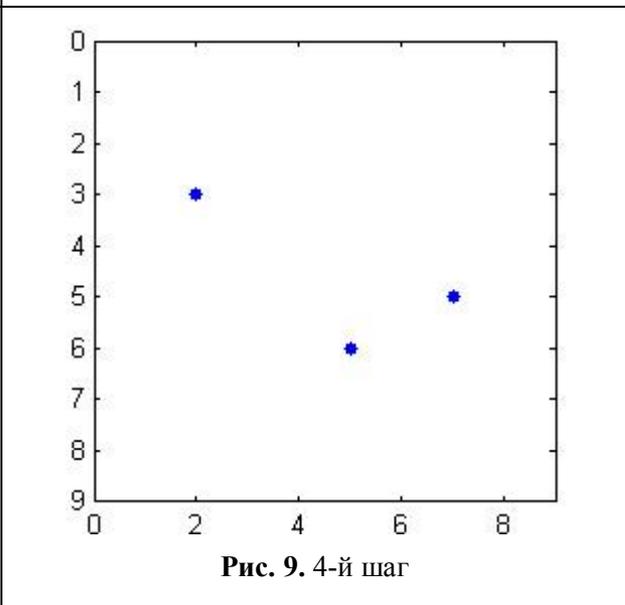


Рис. 9. 4-й шаг

третья и четвертая, а также пятая и шестая частные кодовые последовательности. Пошаговые изменения вспомогательной матрицы не приводились, на рис. 11 и рис. 12 приведены конечные состояния.

В результате анализа этих последовательностей получились «поисковые» полиномы  $\mathbf{h}_4 = \mathbf{g}_3 = 6_8 = 11_0$ ;  $\mathbf{h}_3 = \mathbf{g}_4 = 3_8 = 011_2$ ;  $\mathbf{h}_6 = \mathbf{g}_5 = 4_8 = 100_2$ ;  $\mathbf{h}_5 = \mathbf{g}_6 = 2_8 = 010_2$ . Таким образом, если рассматривать полученные полиномы, как столбцы матрицы, получаем восстановленный вид порождающей матрицы, приведенный на рис. 1.

### Заключение

Предложенный подход к диагностике блочных кодов общего вида заключается в представлении процедуры блочного кодирования, как модифицированную процедуру свёрточного кодирования. Процедура состоит в описании матричного перемножения информационной последовательности и порождающей матрицы в виде совокупности сверток этой информационной последовательности со столбцами порождающей матрицы, представляемыми набором порождающих полиномов, соответствующих свёрточному кодированию. При этом диагностика подобного модифицирован-

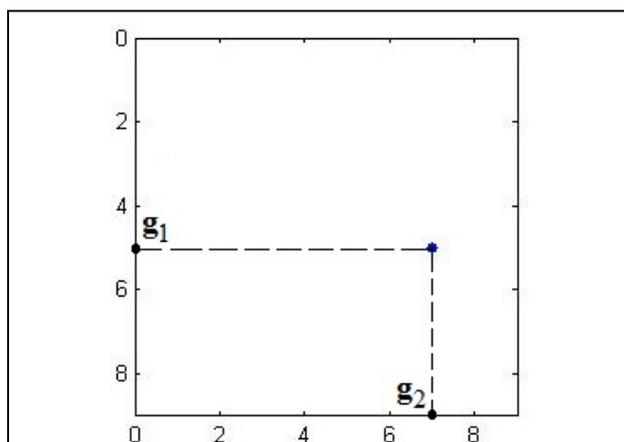


Рис. 10. 9-й шаг.

Конечный результат: полиномы  $g_1$  и  $g_2$ .

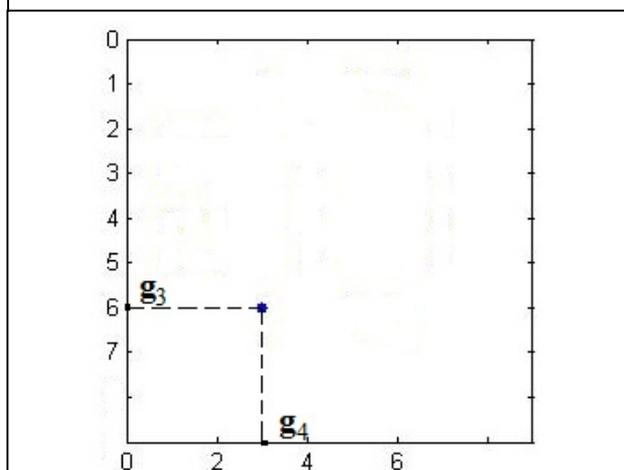


Рис. 11. Полиномы  $g_3$  и  $g_4$

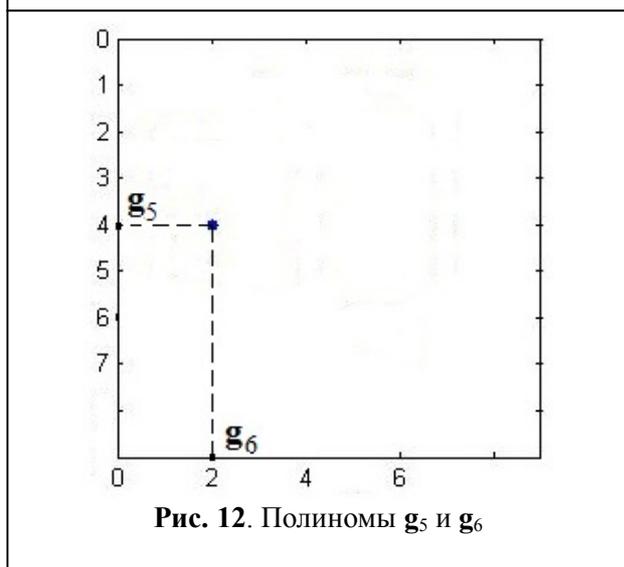


Рис. 12. Полиномы  $g_5$  и  $g_6$

ного свёрточного кода производится попарной обработкой частных кодовых последовательностей, в результате чего конструируется искомым вид порождающей матрицы блочного кода.

### Литература

1. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: пер с англ. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.
3. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применения: пер. с англ. М.: Техносфера, 2005. 320 с.
4. Берлекамп Э.Р. Алгебраическая теория кодирования: пер. с англ. М.: Мир, 1971. 176 с.
5. Кассами Т., Токура И., Ивадари Е. Теория кодирования: пер. с япон. М.: Мир, 1978. 576 с.
6. Блейхут Р. Теория и практика кодов, исправляющих ошибки: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 576 с.
7. Корнеева Н.Н., О.Р. Никитин О.Р., Полушин П.А. Разработка алгоритмов диагностики сверточных кодов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2016. №1. С. 31–36
8. Корнеева Н.Н., Полушин П.А., Никитин О.Р. Программный комплекс для исследования матричного метода диагностики сверточных кодов: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014610459. Зарег. 12.01.2016.
9. Никитин О.Р., Катков Д.В., Полушин П.А. Возможности применения диагностики двоичных блочных кодов для устранения срывов передачи сигналов в медицинских каналах // 13-я МНТК «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (ФРЭМЭ-2018), 3–5 июля 2018, Суздаль. 2018. Кн. 1. С. 339–341.
10. Никитин О.Р., Полушин П.А., Катков Д.В. Программный комплекс для исследования методов диагностики двоичных блочных кодов в полях Галуа: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018618817. Зарег. 20.07.2018.
11. Полушин П.А., Катков Д.В., Никитин О.Р. Способ диагностики двоичных блочных кодов. Патент РФ на изобретение № 2693190. Заявл. 02.07.2018, опубл. 01.07.2019, Бюл. № 19.

Поступила 6 июня 2017 г.

English

ON DIAGNOSTICS POSSIBILITY OF BLOCK CODES BY CONVOLUTIONAL METHODS

**Dmitry Vladimirovich Katkov** – Postgraduate Student of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”.

**Oleg Rafailovich Nikitin** – Doctor of Engineering Sciences, Professor, the Head of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”.

*E-mail:* olnikitin@mail.ru

**Petr Alekseevich Polushin** – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Professor of Department of Radio Engineering and Radio Systems, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs”.

*E-mail:* pap@vlsu.ru.

*Address:* 600000, Russian Federation, Vladimir, Gorky St., 87.

*Abstract:* Currently, various methods of noise-proof coding are vastly used in digital transmission systems. Errors are eliminated during decoding and therefore signal transmission quality is enhanced. Coder parameters used on the receiving side should be known for effective decoding. However, this information may be incomplete or missing for various reasons. When using systematic encoding, error correction does not work and, though it is possible to select information sequence but transmission quality is drastically reduced. Information transmission is not possible at all in case of non-systematic encoding. However, even this is the case the information loss about coder can be corrected. Symbol sequence becomes structured after encoding and by highlighting interconnections between symbols, coder parameters can be diagnosed and code-correcting ability can be restored. Diagnostics methods depend on code used. Groups of code symbols are used for convolutional codes derived from the same information symbol. That enables to find the type of parent polynomials used in coder. Property of corresponding matrix transformations can be applied for systematic block coding. However, diagnostics of non-systematic block codes encounters certain difficulties. These difficulties can be bypassed by using fundamental connection between block and convolutional coding methods. The article demonstrates how block encoding procedure can be represented as a modified convolutional encoding. Diagnostics of the resulting corresponding convolutional code does not encounter any fundamental difficulties.

*Keywords:* block coding, convolutional coding, diagnostics of code sequences.

### References

1. *Prokis D.* Digital communication. Moscow: Radio and communications, 2000. 800 p.
2. *Sklar B.* Digital communication. Theoretical foundations and practical application. 2nd ed. Transl. from English. Moscow: Williams, 2003. 1104 p.
3. *Morelos-Zaragoza R.* Art of interference-resistant coding. Methods, algorithms, applications. Transl. from English. Moscow: Technosphere, 2005. 320 p.
4. *Berlekamp E.R.* Algebraic theory of coding. Transl. from English. Moscow: Mir, 1971. 176 p.
5. *Cassami T., Tokura I., Iwadari E.* Coding Theory. Transl. from Japanese. Moscow: Mir, 1978. 576 p.
6. *Blahut R.* Theory and practice codes, the IP-Pralaya errors. Transl. from English. Moscow: Mir, 1986. 576 p.
7. *Korneeva N.N., Nikitin O.R., Polushin P.A.* Development of algorithms for diagnostics of exact codes. Radio and telecommunications systems. 2016. No. 1. Pp. 31–36
8. *Korneeva N.N., Polushin P.A., Nikitin O.R.* Software package for the study of matrix method of convolutional code diagnostics: certificate of state registration of computer program. No. 2014610459. Reg. 12.01.2016.
9. *Nikitin O.R., Katkov D.V., Polushin P.A.* Possibilities of applying diagnostics of non-binary block codes to eliminate signal transmission failures in medical channels. 13th ISTC "Physics and Radioelectronics in medicine and ecology" (FREME-2018), July 3–5, 2018, Suzdal. 2018. Vol. 1. Pp. 339–341.
10. *Nikitin O.R., Polushin P.A., Katkov D.V.* Software package for research of diagnostic methods of non-binary block codes in Galois fields: certificate of state registration of computer programs. No. 2018618817. Reg. 20.07.2018.
11. *Polushin P.A., Katkov D.V., Nikitin O.R.* Method of diagnostics of non-binary block codes. RU patent No. 2693190. Decl. 02.07.2018, publ. 01.07.2019. Bul. 19.