# УДК 621.391

# ОПТИМИЗАЦИЯ КОРРЕКЦИИ КРИТИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ СПЕКТРА ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ИНВЕРСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

### Хафизов Ринат Гафиятуллович

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехнических и медикобиологических систем ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет». *E-mail*: HafizovRG@volgatech.net.

## Казаринов Артемий Витальевич

младший научный сотрудник управления научной и инновационной деятельности ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет». *E-mail*: kazarinov\_av@mail.ru.

Адрес: 424000, Российская Федерация, г. Йошкар Ола, пл. Ленина, д. 3.

Аннотация: Предложен подход к оптимизации процедуры коррекции критической компоненты спектра сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации. Получены основные соотношения для энергии сигнала и шума на выходе фильтра при таком подходе. Показано, что требуется поиск компромисса при назначении величины критической компоненты между величиной меры схожести исходного и скорректированного сигналов и уровнем флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра.

*Ключевые слова*: импульсный сигнал, сжатие сигналов, корреляционный шум, инверсная фильтрация, флуктуационный шум.

#### Введение и постановка задачи

На сегодняшний день всё ещё остаётся актуальной проблема выделения полезного сигнала произвольной формы на фоне боковых лепестков и, соответственно, поиск методов их подавления [1–7]. Одним из эффективных способов подавления корреляционного шума является инверсная фильтрация, обеспечивающая на своем выходе нулевой уровень боковых лепестков [7]. Однако практическое использование инверсного фильтра затруднительно из-за возникновения энергетических потерь. Кроме того, одна из проблем, которая возникает при синтезе инверсного фильтра, связана с неопределённостью из-за возможного наличия нулевых компонент в спектре сигнала.

Решению данной проблемы посвящён целый ряд работ. Так, в работе [8] предложен подход, основанный на ограничении частоты фильтра значениями вблизи первой гармоники, которая обычно является наибольшим значением в спектре сигнала. Поэтому ограничение рассмотрения частот вблизи первой гармоники уменьшает вероятность возникновения нулевого значения. Такой фильтр был назван усечённым инверсным фильтром. Организация процедуры усечённой фильтрации не вызывает трудностей при обработке вещественных сигналов. В том случае, когда сигнал комплекснозначный, например, комплексная огибающая сигнала, возникают сложности, т.к. спектр такого сигнала в общем случае не симметричен.

В работах [3, 9] предложен способ организации инверсной фильтрации с ограничением спектра сигналов снизу. В работе [10] предложен метод устранения критических компонент спектра сжимаемого сигнала, основанный на процедуре коррекции значений этих компонент, не влияющий на значения остальных компонент спектра. Такая коррекция позволяет снизить уровень аддитивного шума сжатого сигнала до уровня, соизмеримого с уровнем влияния на шум других спектральных компонент сигнала. Предложен алгоритм оценки эффективности коррекции критической компоненты спектра сжимаемого сигнала, при которой скорректированный сигнал имеет близкую к единице меру схожести с исходным сигналом. В результате процесс коррекции сигнала практически не сказывается на изменении формы сигнала.

Целью данной работы является разработка подхода к оптимизации процедуры коррекции критической компоненты спектра сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации.

Примем аддитивную модель входного сигнала **u**<sub>ex</sub>. Согласно этой модели, на вход инверсного фильтра поступает сигнал  $\mathbf{u}_{ex} = \mathbf{u} + \mathbf{z}$ в виде смеси отсчётов полезного сигнала  $\mathbf{u} = \{u(n)\}, n = 0, 1, ..., k-1, и флуктуационного$ шума  $\mathbf{z} = \{z(n)\}, n = 0, 1, ..., k-1,$  где u(n) и z(n) в общем случае комплекснозначные, т.е.  $u(n) = u_1(n) + iu_2(n)$  и  $z(n) = z_1(n) + iz_2(n)$ . Инверсный фильтр является линейным, и сигнал на его выходе также отвечает аддитивной модели:  $\mathbf{u}_{_{Bblx}} = \mathbf{\eta} + \mathbf{\xi}$ , где  $\mathbf{\eta} = \{\eta(n)\}$  и  $\mathbf{\xi} = \{\xi(n)\}$  – реакции фильтра на сигнал и флуктуационный шум. При этом отклик η фильтра кроме единственного информативного отсчёта  $\eta(0)$ , содержит совокупность ненулевых отсчётов, корреляционным называемую шумом:  $\eta' = \{\eta(n)\}, n = 1, 2, ..., k - 1.$  Таким образом, сигнал на выходе инверсного фильтра в общем случае может состоять из трёх составляющих [11]: полезного сигнала  $\eta(0)$ , корреляционного шума η' и флуктуационного шума ξ.

# 1. Коррекция критической компоненты спектра сигнала

В работе [10] для устранения неопределённости при инверсной фильтрации сигналов с произвольным видом спектра использована форма представления спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала  $\mathbf{u} = \{u(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1$ , названная покомпонентным спектром. Такое представление спектра дает возможность проконтролировать величину приращения спектра сигнала в зависимости от изменения компоненты сигнала. Введено понятие модифицированной компоненты  $u_M(n)$ , учитывающей положение n-ой компоненты в сигнале  $\mathbf{u}$ . Модификация заключается в представлении u(n) строками из k элементов, в которых k-1 элементов равны нулю. Количество нулевых компонент до положения u(n) равно n, а после – равно k - n - 1

$$u_{M}(n) = (0_{n}, u(n), 0_{k-1-n}) = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n}, u(n), \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{k-1-n}).$$

В матричной интерпретации модифицированный векторный сигнал **u** записывается следующим образом:

	u(0)	0	0	 	0	0	0	
	0	u(1)	0	 	0	0	0	
$\mathbf{u}_M =$				 				•
	0	0	0	 	0	u(k-2)	0	
	0	0	0	 	0	0	u(k-1)	

Каждая строка матрицы  $\mathbf{u}_M$  может рассматриваться как вырожденный вектор (BB), все компоненты которого, за исключением одной значащей, равны нулю. Значащая компонента BB, расположенного в *n*-ой строке матрицы  $\mathbf{u}_M$ , равна компоненте u(n) сигнала  $\mathbf{u} = \{u(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1$ . При этом *n*-ый столбец матрицы  $\mathbf{u}_M$  задает аналогичный BB.

Вычислив спектры каждой строки, представляем их строками матрицы  $\Pi_M$ . Сумма каждой колонки матрицы  $\Pi_M$  равна соответствующей компоненте спектра сигнала  $\mathbf{u} = \{u(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1.$  выраженной через компоненты  $\mathbf{u}_M(n), n = 0, 1, ..., k - 1.$ 

В результате коррекции равная нулю критическая компонента  $\rho_{\kappa p}(m)$  спектра входного сигнала  $\mathbf{u} = \{u(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1,$  инверсного фильтра изменяется таким образом, чтобы амплитудно-частотная характеристика фильтра на частоте этой компоненты не имела бы резких всплесков или провалов. При этом форма изменившегося входного сигнала фильтра должна иметь близкую к единице меру схожести  $\varepsilon$  с формой исходного сигнала. Величина фиксированной компоненты  $\rho(m)$ спектра зависит от всех компонент u(n) сигнала **u**. Поэтому скорректировать критиче-

скую компоненту спектра можно путём изменения любой компоненты входного сигнала. Процедура коррекции компоненты  $\rho_{\kappa n}(m) = 0$ облегчается при использовании покомпонентного спектра входного сигнала, позволяющего представить в явном виде слагаемые компоненты  $\rho_{\kappa n}(m)$ . Корректируя критическую компоненту спектра сигнала путём изменения только одного элемента из состава слагаемых покомпонентного спектра мы оставляем неизменными остальные элементы покомпонентного спектра входного сигнала. Такой подход обеспечивает высокое значение меры схожести исходного и скорректированного сигналов и исключает появление новых критических компонент спектра.

В работе [10] также предложен алгоритм оценки эффективности коррекции критической компоненты спектра сжимаемого сигнала, при которой скорректированный сигнал имеет близкую к единице (более 0,95) меру схожести с исходным сигналом. В результате процесс коррекции сигнала практически не сказывается на изменении формы сигнала.

Пусть в результате коррекции спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}} = \{ \rho_{\mathbf{u}}(m) \}, m = 0, 1, ..., k - 1,$  сигнала **u** образован сигнал со спектром  $\mathbf{P}_{\kappa o p} = \{ \rho_{\kappa o p}(m) \}$ . Исследуем влияние изменения величины критической компоненты  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  на величину меры схожести  $\varepsilon$  сигналов **u** и  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  в виде нормированного скалярного произведения. Скалярное произведение сигналов **u** и  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  и их нормы выраженные через их спектры  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  и  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  соответственно [12]:

$$\left(\mathbf{u}, \mathbf{u}_{\kappa o p}\right) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\mathbf{u}}(m) \rho_{\kappa o p}^{*}(m).$$
(1)  
$$\left\|\mathbf{u}\right\| = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\mathbf{u}}(m) \rho_{\mathbf{u}}^{*}(m)},$$

$$\left\|\mathbf{u}_{\kappa o p}\right\| = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\kappa o p}\left(m\right) \rho_{\kappa o p}^{*}\left(m\right)}.$$
(2)

Тогда нормированное скалярное произведение  $\varepsilon$  сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub>:

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \frac{\sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\mathbf{u}}(m) \rho_{\mathbf{u}\,\kappa o p}^{*}(m)}{\sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\kappa o p}(m) \rho_{\kappa o p}^{*}(m)} \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\mathbf{u}}(m) \rho_{\mathbf{u}}^{*}(m)}}$$
(3)

Числитель выражения (3) представляет собой скалярное произведение сигналов **u** и  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$ . При этом какое бы не было значение критической компоненты  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  произведение компонент  $\rho_{\mathbf{u}}(m_{\kappa p})$  и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  всегда равно нулю. С учетом того, что произведение компонент  $\rho_{\mathbf{u}}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** и  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  всегда равно нулю,  $\rho_{\kappa o p}(m) \rho_{\kappa o p}^{*}(m) = \left| \rho_{\kappa o p}(m) \right|^{2}$  и  $(\mathbf{u}, \mathbf{u}_{\kappa o p}) = \|\mathbf{u}\|^{2}$  [11] получаем:

$$\varepsilon = \frac{\left\|\mathbf{u}\right\|}{\sqrt{\left\|\mathbf{u}\right\|^{2} + \frac{1}{k} \left|\rho_{\kappa o p}\left(m_{\kappa p}\right)\right|^{2}}}.$$
(4)

В нормированном виде, когда  $\|\mathbf{u}\| = 1$ , выражение (4) принимает вид:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k} \left| \rho_{\kappa o p} \left( m_{\kappa p} \right) \right|^{2}}} .$$
 (5)

Таким образом, величина меры схожести  $\varepsilon$ сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub> не зависит от того, является ли компонента  $\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})$  спектра сигнала **u**<sub>кор</sub> комплексной или вещественной, а зависит от модуля  $|\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})|$ . На рис. 1 представлена полученная зависимость нормированного скалярного произведения  $\varepsilon$  от величины модуля критической компоненты  $|\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p})|$  в спектре **Р**<sub>кор</sub> нормированного сигнала **u**<sub>кор</sub> при k = 5, 10 и 50.

#### Радиолокационные и радионавигационные системы



В том случае, когда в спектре сигнала **u** содержится  $k_{\kappa p}$  критических компонент, выражение (5) принимает вид:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k} \sum_{r=1}^{k \kappa p} \left| \rho_{\kappa o p} \left( m_{\kappa p, r} \right) \right|^{2}}} .$$
(6)

Таким образом, величина меры схожести  $\varepsilon$ сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub> в случае, когда в спектре содержится несколько критических компонент, зависит от суммы модулей значений критических компонент спектра.

В качестве примера рассмотрим сигнал и:

u = { 0,446+0,17*i*; 0,188-0,033*i*;
-0,021+0,446*i*; 0,256+0,156*i*;
-0,426+0,035*i*; -0,42+0,376*i*;
-0,023+0,25*i* },
содержащий в своем спектре:

 $\mathbf{P}_{\mathbf{u}} = \{ 1,4i; 0,7-0,9i; 0,3; 0; 0,12+0,9i; \\ 1,1-i; 0,9+0,8i \},\$ 

одну нулевую компоненту при  $m_{\kappa p} = 3$  (рис. 2, *a*).

Назначим критической компоненте значение  $\rho_{\kappa o p}(3) = 0,3$ . Тогда спектр  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$ скорректированного сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  будет иметь вид (рис. 2, б):

$$\mathbf{P}_{\kappa o p} = \{ 1,4i; 0,7-0,9i; 0,3; 0,3; 0,12+0,9i; \\ 1,1-i; 0,9+0,8i \}.$$

Скорректированный сигнал **u**<sub>кор</sub> принимает вид:

 $\mathbf{u}_{\kappa o p} = \{0,489+0,17i; 0,149-0,014i; 0,006+0,413i;$ 

0,246+0,198*i*; -0,436+0,007*i*; -0,393+0,409*i*; -0,062+0,231*i* }.

Нормированное скалярное произведение  $\varepsilon$  сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub> равно 0,994.

# 2. Уровень корреляционного шума на выходе инверсного фильтра

Спектр  $\mathbf{P}_{_{Bblx}} = \{ \rho_{_{Bblx}}(m) \}, m = 0, 1, ..., k - 1,$ сигнала на выходе инверсного фильтра,



27



определяемого частотным коэффициентом передачи  $\Omega = \{\omega(m)\}, m = 0, 1, ..., k-1$ :

$$\omega(m) = \frac{1}{\rho_{\kappa o p}(m)},\tag{7}$$

задаётся выражением:

$$\rho_{\scriptscriptstyle GbLX}(m) = \omega(m)\rho(m) = \frac{\rho(m)}{\rho_{\scriptscriptstyle KOP}(m)}, \qquad (8)$$

а сигнал **u**<sub>вых</sub> на выходе инверсного фильтра:

$$u_{\rm sbix}(n) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \rho_{\rm sbix}(m) e^{\frac{i2\pi mn}{k}}.$$
 (9)

С учётом выражений (8) и (9) сигнал на выходе инверсного фильтра имеет вид:

$$u_{_{6bix}}(n) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\rho(m)}{\rho_{_{\kappa op}}(m)} e^{\frac{i2\pi mn}{k}} .$$
(10)

При этом спектр  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  скорректированного сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  отличается от спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала **u** наличием  $k_{\kappa p}$  ненулевых критических компонент. Тогда  $k - k_{\kappa p}$  компонент спектров  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  и Р<sub>кор</sub> совпадают и их отношение равно 1. Отношение критических компонент спектра Р сигнала **и** к соответствующим скорректированным компонентам спектра Р<sub>кор</sub> скорректированного сигнала **u**<sub>кор</sub> равно нулю, т.е.:

$$\frac{\rho(m)}{\rho_{\kappa o p}(m)} = \begin{cases} 0 & npu \ m = m_{\kappa p}, \\ 1 & 6 \ ocmanship x cлучаях. \end{cases}$$
(11)

При n = 0 будем иметь:

$$u_{\rm sbax}(0) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\rho(m)}{\rho_{\kappa o p}(m)} = \frac{1}{k} \left( k - k_{\kappa p} \right) = 1 - \frac{k_{\kappa p}}{k}.$$

Таким образом, значение нулевого отсчёта выходного сжатого сигнала определяется количеством критических компонент  $k_{\kappa p}$  в спектре  $P_u$  сигнала **u**. При r = 0 значение нулевого отсчёта  $\eta(0)$  выходного сигнала равно 1. Для сигнала из примера п. 1 количество критических компонент в спектре  $k_{\kappa p} = 1$  и размерность сигнала k = 7. Тогда при n = 0 следует ожидать  $\mathbf{u}_{_{6blx}}(0) = 1 - 1/7 = 0,857$ . В общем случае *п*-й отсчёт выходного сигнала:

$$u_{\scriptscriptstyle Gbax}(n) = -\frac{1}{k} \left[ \exp\left\{\frac{i2\pi m_{\scriptscriptstyle KP,1}n}{k}\right\} + \exp\left\{\frac{i2\pi m_{\scriptscriptstyle KP,2}n}{k}\right\} + \dots + \exp\left\{\frac{i2\pi m_{\scriptscriptstyle KP,r}n}{k}\right\} \right].$$
(12)

В соответствии с выражением (7), частотный коэффициент передачи инверсного фильтра имеет вид (рис. 3, *a*):

 $\mathbf{\Omega} = \{ -0,714i; 0,539+0,693i; 3,333; 3,333;$ 

 $0,149-1,105i; 0,497+0,452i; 0,621-0,551i \}.$ 

Тогда спектр сигнала на выходе инверсного фильтра (рис. 3,  $\delta$ ):

$$\mathbf{P}_{_{Bblx}} = \{ 1; 1; 1; 0; 1; 1; 1 \},\$$

а сигнал **u**<sub>вых</sub> на выходе инверсного фильтра имеет вид (рис. 4):

#### Радиолокационные и радионавигационные системы



$$\begin{split} \mathbf{u}_{\scriptscriptstyle Gblx} = & \{ 0,857; 0,128 - 0,062i; -0,089 + 0,111i; \\ & 0,032 - 0,139i; 0,032 + 0,139i; \\ & -0,089 - 0,111i; 0,128 + 0,062i \}. \end{split}$$

В примере  $u_{sys}(0) = \eta(0) = 0,857$ , что совпадает с полученным ранее результатом. Наликорреляционного чие шума  $\mathbf{\eta'} = \{\eta(n)\},\$  $n=1, 2, \ldots, k-1$ , на выходе инверсного фильтра является «платой» за возможность физической реализации инверсного фильтра для сигнала при наличии критических компонент в спектре [11]. При этом уровень корреляционного шума на выходе инверсного фильтра при фильтрации сигнала и не зависит от того, какое значение будет назначено критической компоненте, т.к. при выполнении процедуры фильтрации происходит умножение на ноль. Однако значение выбранной критической компоненты влияет на уровень флуктуационного шума  $\xi = \{\xi(n)\}, n = 0, 1, \dots, k-1,$  на выходе инверсного фильтра. Очевидно, что чем больше критических компонент содержится в спектре сигнала, тем сложнее синтезировать инверсный фильтр, обеспечивающий на своем выходе сигнал в виде символа Кронекера.

Произведена оценка уровня корреляционного шума на выходе инверсного фильтра. При этом уровень корреляционного шума оценивался в процентном соотношении как отношение модуля максимального не нулевого отсчёта выходного сигнала к модулю нулевого отсчёта. Для инверсного фильтра при фильтрации сигнала без нулевых компонент в спектре данное отношение равно нулю. Для приведённого примера при коррекции критической компоненты спектра сигнала уровень корреляционного шума на выходе инверсного фильтра составил 16,7%.

# 3. Уровень флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра

Исследована реакция  $\xi = \{\xi(n)\},$  n = 0, 1, ..., k - 1, фильтра на флуктуационный шум  $\mathbf{z} = \{z(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1$ , на входе при инверсной фильтрации с коррекцией критических компонент спектра сжимаемого сигнала. Пусть  $z(n) = z_1(n), n = 0, 1, ..., k - 1$ , представляет собой «белый» шум со спектральной плотностью мощности  $\mathbf{G} = \{g(m)\},$ m = 0, 1, ..., k - 1:

$$g(m) = \left|\rho_{\mathbf{z}}(m)\right|^2 = g = k\sigma_{\mathbf{z}}^2,$$

где  $\mathbf{P}_{\mathbf{z}} = \{ \rho_z(m) \} - ДП \Phi$  случайной последовательности **z**,  $\sigma_z^2 = \sigma_{ax}^2$  – дисперсия случайной последовательности **z**. На выходе фильтра наблюдаем случайный процесс  $\boldsymbol{\xi} = \{ \boldsymbol{\xi}(n) \},$ n = 0, 1, ..., k - 1 как реакцию фильтра на флуктуационный шум  $\mathbf{z} = \{ z(n) \}, \quad n = 0, 1, ..., k - 1.$ АКФ случайного процесса  $\boldsymbol{\xi}$  на выходе фильтра [13]:

$$R_{\rm GBAX}(n) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \left| \rho_{\rm GBAX}(m) \right|^2 e^{\frac{i2\pi mn}{k}}$$

 $\Pi$ ри n = 0:

$$R_{\rm gbax}(0) = \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{k-1} \left| \rho_{\rm gbax}(m) \right|^2 = k \sigma_{\rm gbax}^2$$

Откуда получаем:

$$\sigma_{\rm sear}^{2} = \frac{1}{k^{2}} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\left|\rho_{z}(m)\right|^{2}}{\left|\rho_{\kappa o p}(m)\right|^{2}} = \frac{1}{k} \sigma_{ex}^{2} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{\left|\rho_{\kappa o p}(m)\right|^{2}}.$$

При этом спектр  $\mathbf{P}_{\kappa o p}$  скорректированного сигнала  $\mathbf{u}_{\kappa o p}$  отличается от спектра  $\mathbf{P}_{\mathbf{u}}$  сигнала

**u** наличием  $k_{\kappa p}$  ненулевых критических компонент. Тогда

$$\sigma_{GMX}^{2} = \frac{1}{k} \sigma_{z}^{2} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{\left|\rho_{u}(m)\right|^{2} + \sum_{r=1}^{k \kappa p} \left|\rho_{\kappa o p}(m_{\kappa p, r})\right|^{2}}$$

Для рассматриваемого примера, когда количество критических компонент  $k_{\kappa p} = 1$ , СКО шума на выходе инверсного фильтра:

$$\sigma_{\scriptscriptstyle Gbax} = \sqrt{\frac{1}{k} \sigma_{\scriptscriptstyle Gx}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{\left| \rho_{\mathbf{u}}(m) \right|^2 + \left| \rho_{\scriptscriptstyle KOP}(m_{\scriptscriptstyle KP}) \right|^2} \quad (13)$$

Данное соотношение позволяет найти взаимосвязь между СКО флуктуационного шума на выходе и входе инверсного фильтра, а также зависимость СКО флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра от величины критической компоненты.

В том случае, когда флуктуационный шум  $z = \{z(n)\}, n = 0, 1, ..., k - 1$ , на входе фильтра является комплекснозначным, т.е. z(n) = z1(n) + iz2(n), выражение (13) принимает вид:

$$\sigma_{\scriptscriptstyle G b L X} = \sqrt{\frac{2}{k}} \sigma_{\scriptscriptstyle G X}^2 \sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{\left|\rho_{\mathbf{u}}(m)\right|^2 + \left|\rho_{\scriptscriptstyle K O p}(m_{\scriptscriptstyle K p})\right|^2}$$

На рис. 5, *а* представлена полученная экспериментальным путём зависимость СКО  $\sigma_{sbix}$ шума на выходе инверсного фильтра от СКО  $\sigma_{sx}$  флуктуационного шума  $\mathbf{z} = \{z_1(n)\},$  n = 0, 1, ..., k - 1, на входе для предложенного метода коррекции критических компонент спектра сжимаемого сигнала при  $\rho_{\kappa op}(3) = 0,3$ , а на рис. 5,  $\delta$  – зависимость СКО  $\sigma_{\rm sbax}$  шума на выходе инверсного фильтра от величины модуля  $|\rho_{\kappa op}(3)|$  критической компоненты при фиксированном значении СКО флуктуационного шума на входе. Оценка СКО флуктуационного шума на входе инверсного фильтра составила  $\sigma_{\rm ex} = 0,053$ .

С увеличением СКО флуктуационного шума на входе инверсного фильтра СКО шума на выходе растет практически линейно. С увеличением модуля критической компоненты до определённого значения наблюдается резкое уменьшение СКО шума на выходе инверсного фильтра. Чем больше значение критической компоненты, тем меньше значение коэффициента передачи на данной частоте, что в свою очередь приводит к лучшему подавлению входного флуктуационного шума, по крайней мере, на данной частоте. Затем СКО шума на выходе инверсного фильтра практически не изменяется или изменяется незначительно.

Таким образом, приходим к противоречивым требованиям к выбору значения критической компоненты  $|\rho_{\kappa op}(m_{\kappa p})|$  в спектре сигнала: чем меньше значение модуля критической компоненты, тем величина меры схожести ближе к единице; чем больше значение крити-



ческой компоненты, тем меньше уровень флуктуационного шума на выходе фильтра. Следовательно требуется поиск компромисса при назначении величины критической компоненты между величиной меры схожести  $\varepsilon$ сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub> и уровнем флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра. Для рассмотренного примера величина критической компоненты  $\rho_{\kappa op}(3) = 0,3$  является компромиссом между величиной меры схожести  $\varepsilon$ =0,994 сигналов **u** и **u**<sub>кор</sub> и практически минимальным уровнем флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра.

#### Заключение

Предложен подход к оптимизации процедуры коррекции критической компоненты спектра сигнала для обеспечения устойчивости инверсной фильтрации. Показано, что требуется поиск компромисса при назначении величины критической компоненты между величиной меры схожести сигналов **u** и  $\mathbf{u}_{kop}$  и уровнем флуктуационного шума на выходе инверсного фильтра. При этом, чем меньше выбранное значение модуля критической компоненты, тем величина меры схожести ближе к единице, а увеличение значения критической компоненты приводит к лучшему подавлению входного флуктуационного шума.

Получено, что уровень корреляционного шума на выходе инверсного фильтра при фильтрации сигнала не зависит от того, какое значение будет назначено критическим компонентам. Значение нулевого отсчёта выходного сжатого сигнала определяется количеством критических компонент в спектре сигнала. Получено общее выражение, связывающее значение выходного сигнала с количеством критических компонент в спектре сигнала.

Экспериментальным путём получена зависимость СКО шума на выходе инверсного фильтра от СКО флуктуационного шума на входе для предложенного метода коррекции критических компонент спектра сжимаемого сигнала, а также зависимость СКО шума на выходе инверсного фильтра от величины модуля критических компонент. Получено, что с увеличением модуля критической компоненты для метода коррекции критических компонент и уровня ограничения для метода ограничения спектра снизу до определённого значения наблюдается резкое уменьшение СКО шума на выходе инверсного фильтра. Затем СКО шума на выходе инверсного фильтра практически не изменяется или изменяется незначительно.

#### Литература

1. Zhang Yo. et al. Super-resolution surface mapping for scanning radar: inverse filtering based on the fast iterative adaptive approach // IEEE transactions on geoscience and remote sensing. 2018. Vol. 56. No. 1. Pp. 127–144. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2743263.

2. *Nelander A.* Processing for continuous radar waveforms. 2004 International Waveform Diversity & Design Conference. Edinburgh, 2004. Pp. 1–5. DOI: 10.1109/IWDDC.2004.8317557.

3. Абраменков В.В., Васильченко О.В., Семченков С.М., Печенев Е.А. Инверсная фильтрация импульсных сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. 2017. № 4. С. 42–53.

4. Ackroyd M., Ghani F. Optimum Mismatched Filters for Sidelobe Suppression // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1973. Vol. AES-9, No. 2. Pp. 214–218.

5. Schneider M., Habets E.A.P. Iterative DFT-Domain Inverse Filter Optimization Using a Weighted Least-Squares Criterion // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2019. Vol. 27, No. 12. Pp. 1957–1969.

6. *Mudukutore A.S.*, *Chandrasekar V.*, *Keeler R.J.* Pulse compression for weather radars // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1998. Vol. 36, No. 1. Pp. 125–142.

7. Василенко Г.И. Голографическое опознавание образов. М.: Сов. радио, 1977. 328 с.

8. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера. 2005.

9. Семченков С.М., Печенев Е.А. Способ повышения разрешающей способности за счет инверсной фильтрации импульсных сигналов // Радиопромышленность. 2017. № 3. С. 103–109.

10. Фурман Я.А., Казаринов А.В., Громыко Д.С. Обеспечение устойчивости инверсной фильтрации сигнала путем редукции его спектра // Вестник Поволжского государственного технологического университета. 2018. № 4 (40). С. 31–45.

11. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов / под

#### Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2020, №2 ISSN 2221-2574

ред. Фурмана Я.А. М.: Физматлит, 2002. 592 с. 12. Хафизов Р.Г. Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов // Вестник Казан-

Поступила 15 апреля 2020 г.

ского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2006. № 4. С. 24–27.

13. *Марпл С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 265 с.

English

# CORRECTION OPTIMIZATION OF CRITICAL COMPONENTS FOR PULSE SIGNAL SPECTRUM TO ENSURE INVERSE FILTERING STABILITY

**Rinat Gafiyatullovich Hafizov** – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Department of Bioengineering Systems and Technologies, "Volga State University of Technology".

*E-mail:* HafizovRG@volgatech.net.

**Artemiy Vitalyevich Kazarinov** – Junior Researcher, Department of Research and Innovation Activities, "Volga State University of Technology".

*E-mail:* kazarinov\_av@mail.ru.

Address: 424000, Russian Federation, Yoshkar Ola, Lenin square, 3.

*Abstract:* For now there still remains a pressing issue of extracting wanted free-shaped signal against the background of side lobes and, accordingly, searching for methods to suppress them. One of the efficient methods of suppressing correlation noise is inverse filtering, which ensures a zero level of side lobes in its output. However, the practical use of inverse filter is difficult due to rising energy losses, as well as due to uncertainty when involving zero components in signal spectrum. Correction method for critical components of signal spectrum is examined. Analytical relationship for similarity value of the original and corrected signals were obtained for this method. It is demonstrated that this value depends only on module sum of critical components' values for corrected signal spectrum. General expression is obtained binding the peak value of the output signal with the number of critical components in signal spectrum. This expression testifies that correlation noise level at the output of inverse compression filter depends only on the number of such components in the signal spectrum and does not depend on which value will be assigned to critical components. Response of inverse compression filter to fluctuation noise in case of correction of critical components of compressed signal spectrum is investigated. Root-mean-square (RMS) dependence of fluctuation noise at the output of inverse filter on RMS of fluctuation noise at the input for the proposed correction method was obtained experimentally, as well as the noise RMS dependence at the output of inverse filter on module value of critical components. It is made clear that there is a drastic fall in noise RMS at the output of inverse filter as critical component module increases for critical component correction method and restriction level for spectrum restriction method from below up to a certain value. Then, noise RMS at the output of inverse filter is scarcely altered or is slightly altered. An approach to optimize a procedure for correcting a critical component of signal spectrum to ensure inverse filtering stability is proposed. It is shown that finding a compromise is needed when assigning the critical component value between similarity value of original and corrected signals and fluctuation noise level at the output of inverse filter. This being the case, less is selected module value of critical component, then closer is similarity value to unit of measurement, and increase of critical component value results in a better suppression of input fluctuation noise. Keywords: pulse signal, signal compression, correlation noise, inverse filtering.

#### References

1. *Zhang Yo.* et al. Super-resolution surface mapping for scanning radar: inverse filtering based on the fast iterative adaptive approach. IEEE transactions on geoscience and remote sensing. 2018. Vol. 56. No. 1. Pp. 127–144. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2743263.

2. *Nelander A*. Processing for continuous radar waveforms. 2004 International Waveform Diversity & Design Conference. Edinburgh, 2004. Pp. 1–5. DOI: 10.1109/IWDDC.2004.8317557.

3. Abramenkov V.V., Vasilchenko O.V., Semchenkov S.M., Pechenev E.A. Inverse filtration of pulse signals. Electromagnetic waves and electronic systems. 2017. No. 4. Pp. 42–53.

4. Ackroyd M., Ghani F. Optimum Mismatched Filters for Sidelobe Suppression. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1973. Vol. AES-9, No. 2. Pp. 214–218.

5. Schneider M., Habets E.A.P. Iterative DFT-Domain Inverse Filter Optimization Using a Weighted Least-Squares Criterion. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2019. Vol. 27, No. 12. Pp. 1957–1969.

6. *Mudukutore A.S., Chandrasekar V., Keeler R.J.* Pulse compression for weather radars. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1998. Vol. 36, No. 1. Pp. 125–142.

7. Vasilenko G.I. Holographic identification of images. Sov. radio, 1977. 328 p.

8. Gonzalez R., Woods R. Digital image processing. Moscow: Tehnosfera. 2005.

9. Semchenkov S.M., Pechenev E.A. Method for increasing the resolution due to inverse filtering of pulse signals. Radiopromyshlennost'. 2017. No. 3. Pp. 103–109.

10. Furman Ya.A., Kazarinov A.V., Gromyko D.S. Ensuring stability of inverse signal filtering by reducing its spectrum. Bulletin of the Volga state technological University. 2018. No. 4(40). Pp. 31–45.

11. Introduction to contour analysis and its applications to image and signal processing. Ed. by Furman J.A. Moscow: Fizmatlit, 2002. 592 p

12. *Hafizov R.G.* Analysis of continuous complex-valued signals that define the contours of images of flat objects. Bulletin of the Kazan state technical University named after A. N. Tupolev. 2006. No. 4. Pp. 24–27.

13. Marple S.L. Digital spectral analysis and its applications. Moscow: Mir, 1990. 265 p.