

Радиолокационные и радионавигационные системы

УДК 621.371

ФОРМИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ

Чекушкин Всеволод Викторович

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Программная инженерия» Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых»¹.

Жиганов Сергей Николаевич

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Радиотехника» Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых»¹.

Романов Дмитрий Николаевич

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Радиотехника» Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых»¹.

Ракитин Алексей Валерьевич

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Радиотехника» Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых»¹.

Михеев Кирилл Валерьевич

кандидат технических наук, ведущий инженер АО «Муромский завод радиоизмерительных приборов»².

E-mail: s_zh_72@mail.ru.

¹Адрес: 602264, Россия, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23.

²Адрес: 602267, Россия, Владимирская обл., г. Муром, Карачаровское шоссе, д. 2.

Аннотация: Для систем контроля в режиме реального времени разработан метод формирования траекторий движения объектов в трёхмерном пространстве, выстраиваемых на основе итерационной процедуры расположения координат опорных ломаных линий кривых Безье с плавным изменением радиусов кривизны и исключением перегрузок.

Ключевые слова: контроль траектории, кривая Безье, перегрузки, радиус кривизны, параметрические уравнения, системы координат.

Введение

В информационно-измерительных системах различного назначения необходимо контролировать аппаратуру воспроизведения траектории движения различных объектов. Это связано с заданием эталонных траекторий для формирования тестовых сигналов, чтобы провести измерения, контроль работоспособности в системе обработки информации радиолокацион-

ных станций [1–4]. В технологических системах по эталонным траекториям проверяют качество изготавливаемых деталей со сложным профилем обработки, осуществляют контроль точности приводов подач станков с ЧПУ [5]. Кроме того, в системах с ЧПУ, робототехнических комплексах основная задача формообразования сводится именно к формированию траекторий движения рабочих органов [6]. В

Таблица 1. Опорные точки траектории

X	0	2	5	8	11	12
Y	0	2	-0.5	-3	-1	1
Z	0	4	2	0	-2	-1

связи с увеличением скоростей движения режущего инструмента обычные алгоритмы задания линейных траекторий в виде оценочной функции [5, 6] и т.д. оказываются малоприменимыми. Поэтому необходимо обеспечивать плавные траектории движения. Такой подход возможен при использовании кривых Безье в реальном масштабе времени, задаваемых последовательно с наглядным, интуитивным представлением сегментов их воспроизведения с гибкой постепенной деформацией формы и кривизны [7, 8].

Целью работы является наглядное формирование траекторий объектов в реальном масштабе времени в трёхмерном пространстве без скачков скоростей и ускорений.

Математическая модель геометрической формы траектории

Траекторию движения объекта будем формировать в виде кусочно-заданной пространственной кривой, состоящей из плавно совмещаемых сегментов в виде кривых Безье преимущественно первого и третьего порядков с параметрическим представлением кривой по каждой из координат [7, 8]:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(t), \quad (1)$$

где n – степень кривой; i – порядковый номер опорной вершины; P_i – вектор координат i -й опорной точки по каждой из координат;

$$B_i^n(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i} \text{ – полином Бернштейна степени } n; t \text{ – безразмерный параметр,}$$

расположенный в интервале $t \in [0;1]$. Геометрическая форма каждого сегмента общей траектории задаётся на основе расположения n опорных точек $(\{P_i\} = \{x_i, y_i, z_i\}, i = 0..n-1)$, т.е. опорной ломаной линии с n узлами. Совокупность такого набора сегментов позволяет описать различные виды траекторий. Положе-

ние и геометрическое представление траектории движения объекта в пространстве плавно комбинируется из последовательно сопрягаемых сегментов. В соответствии с (1) производится расчёт параметрических уравнений движения в каждом сегменте по трём координатам $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ в функции параметра $t \in [0;1]$ и определяются минимальные значения радиусов кривизны траекторий, геометрическая траектория представляется непосредственно в системе координат объекта, например, зоны ответственности РЛС, рабочей зоны робота.

Смежные точки стыка на сопрягаемых сегментах необходимо выбирать так, чтобы получить в целом гладкую и гибкую пространственную траекторию, управляемую точками P_i , положение объекта на каждом сегменте которой определяется своим параметром $t \in [0;1]$, так и в последующем в реальном масштабе времени t_p .

Рассмотрим пример построения гипотетической траектории движения объекта в трёхмерном пространстве. Координаты опорных точек траектории приведены в таблице 1.

По приведённым координатам строятся две кривые второго и третьего порядка (1). Кривая второго порядка строится по первым трём точкам с координатами $(0; 0; 0)$, $(2; 2; 4)$, $(5; -0,5; 2)$ и описывается следующими выражениями:

$$x_1(t) = t^2 + 4t,$$

$$y_1(t) = -4,5t^2 + 4t,$$

$$z_1(t) = -6t^2 + 8t.$$

Кривая третьего порядка строится по четырём точкам с координатами $(5; -0,5; 2)$, $(8; -3; 0)$, $(11; -1; -2)$, $(12; 1; -1)$, причём точка с координатами $(5; -0,5; 2)$ является общей и лежит на одной прямой с точками $(2; 2; 4)$ и $(8; -3; 0)$. Кривая третьего порядка описывается следующими выражениями:

$$x_2(t) = -2t^3 + 9t + 5,$$

$$y_2(t) = -4,5t^3 + 13,5t^2 - 7,5t - 0,5,$$

$$z_2(t) = 3t^3 - 6t + 2.$$

Переход объекта с прямолинейной на криволинейную траекторию и обратно не должен сопровождаться скачком центростремительной силы:

$$F_{ц} = mV^2/R_k = ma = mgn_{ц}, \quad (2)$$

где R_k – радиус кривизны; V – линейная скорость по кривой; $gn_{ц}$ – перегрузка ($g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения, $n_{ц}$ – числовой коэффициент). Если известны допустимая перегрузка и линейная скорость объекта при его движении по криволинейной траектории, то можно рассчитать минимальный радиус кривизны дуги [9]:

$$R_{k \min} = V^2 / (gn_{ц \max}). \quad (3)$$

Так, при скорости самолёта $V = 1000 \text{ м/с}$ и максимальной переносимой пилотом перегрузке $gn_{ц \max} = 8g$ в соответствии с (3) $R_{k \min} = 12,74 \text{ км}$. Если $R_{k \min}$ будет меньше, то необходимо менять опорные точки сопрягаемых сегментов траектории в (1), чтобы обеспечить более плавный переход или вводить кривые 4-й степени. Следует предусмотреть и запас на величину допустимого линейного ускорения, которое векторно суммируется с тангенциальным. При переходе с одной кривой Безье на другую плавное изменение радиуса кривизны обеспечивается при непрерывности первой и второй производных сопрягаемых кривых.

Минимальный радиус кривизны дуги рассчитывается по выражению:

$$R = \frac{\sqrt{\left((x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2 \right)^3}}{\sqrt{(a(t))^2 + (b(t))^2 + (c(t))^2}},$$

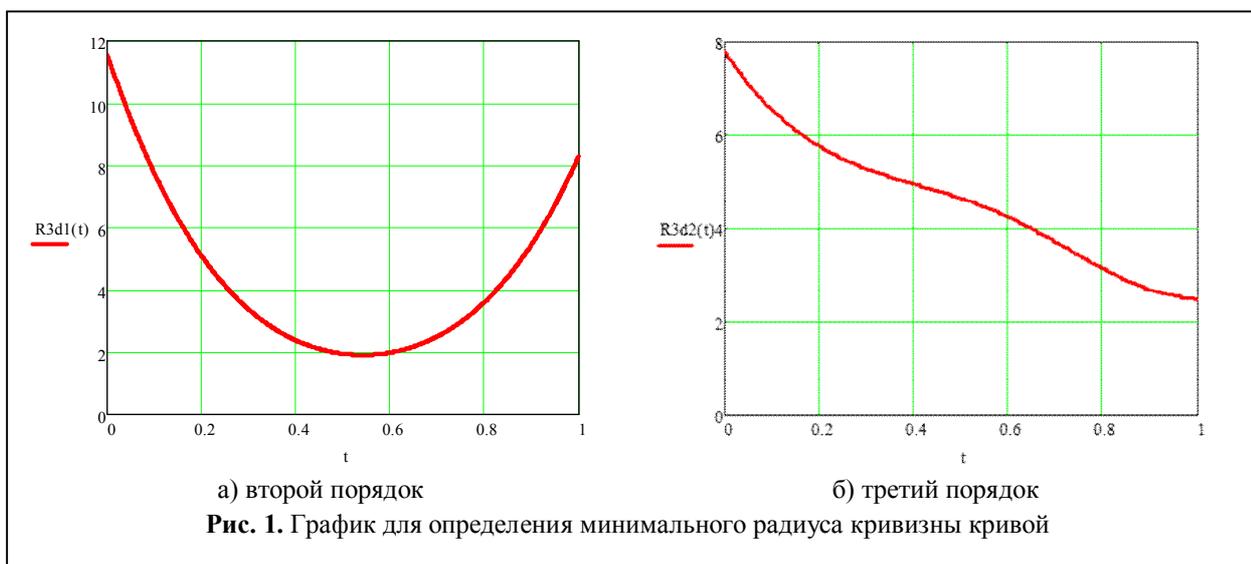
где $a(t) = y''(t)z'(t) - y'(t)z''(t)$; $b(t) = z'(t)x''(t) - z''(t)x'(t)$; $c(t) = x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)$.

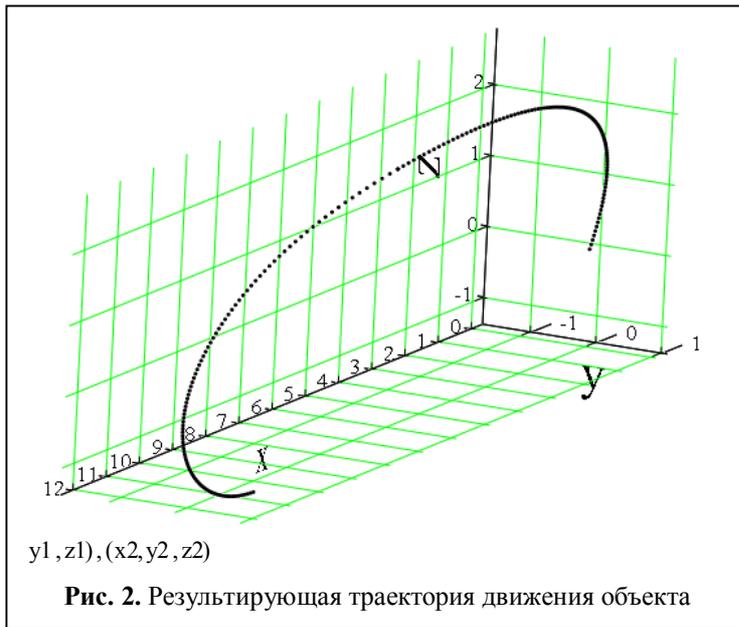
Для кривых, построенных по опорным точкам таблицы 1, радиус кривизны имеет зависимость от параметра t , представленную на рис. 1.

Для графика, представленного на рис.1 а) минимальный радиус кривизны составляет 1,907. Для графика, представленного на рис. 1 б) минимальный радиус кривизны составляет 2,512. По полученным выражениям построена траектория, представленная на рис. 2.

Воспроизведение траекторий в реальном времени

Текущее реальное время представим в виде решётчатой функции $t_p = kT_T$ с дискретом T_T и начальным значением $T_{\text{нач}} = 0$. Реальное время t_p и параметр t связывает пройденный в каждом сегменте путь S . Поэтому он является связующим для определения параметра t , подставляемого в параметрические уравнения (1) для воспроизведения текущих значений координат траектории в соответствии с (2). Путь, пройденный по параметрически задан-





ной кривой в пространстве (рис. 2), определяется формулой:

$$S(t) = \int_0^t \sqrt{(x'(t))^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2} dt. \quad (4)$$

Из текущих, точных значений численного интегрирования выражения (4) для определения пути S_{\max} , воспроизводится «эталонный» полином Ньютона для обратной функции $t = g_{\text{эт}}(S(t))$ с равномерным расположением узлов интерполяции (причём аргумент и функция меняются местами), выбирается примерно 5–8 дискретных значений функции t_i и соответствующие им значения аргумента S_i (узлов интерполяции полинома). С помощью полинома Ньютона 5–8 степени воспроизводится «эталонная» монотонно нарастающая функция $t = g_{\text{эт}}(S)$ с приведённой относительной погрешностью порядка долей процента с последующей аппроксимацией её фактически полиномом наилучшего приближения Чебышева $g(S) \cong g_{\text{эт}}(S)$ более низкой степени. В полиноме для исключения скачков пути для границ интервалов (сегментов траектории) задаются значения: $(t_0 = 0, S_0 = 0)$; $(t_{\max} = 1, S = S_{\max})$. Вычисляются и оцениваются максимальные $g_{\text{эт}}(S) - g(S)$ и приведённые значения погрешностей. Для последней значения не должны

превышать (1–2)%. Такой подход упрощает расчёты уравнений.

При движении с постоянной скоростью для первого сегмента траектории примем начальное значение реального времени $t_p - T_{\text{нач}} = 0$. При воспроизведении сегмента траектории в виде отрезка прямой с равномерным движением зависимость пути как от параметра t , так и от времени t_p будет линейной. И при подстановке в параметрические уравнения воспроизведения траектории текущих значений t при равномерном движении по отрезку прямой необходимо для первого сегмента использовать выражение $t = t_p / t_{\max}$, где реальное время

прохождения сегмента $t_{\max} = S_{\max}/V$. При равномерном движении по кубической кривой для текущих значений t_p на первом сегменте определяются значения пути $S = Vt_p$. В последующих сегментах из реального времени должно вычитаться время, затраченное на прохождение предыдущих сегментов. По текущим значениям S определяются в соответствии с аппроксимирующим полиномом обратные значения функции $t(S)$ и параметра t . После чего по параметрическим уравнениям вычисляются текущие значения прямоугольных координат траектории.

Для исключения скачков скорости и ускорения линейная скорость и ускорение в начале следующего сегмента движения должны быть равны скорости и ускорению в конце предыдущего сегмента. Текущее значение пути при равноускоренном движении по заданному отрезку прямой или кривой можно определить в соответствии с формулой $S = Vt_p + at_p^2/2$. После чего по аргументу – текущему пути S – с помощью полинома, аппроксимирующего обратную функцию $t(S)$, как и ранее определяется параметр t . При более сложных заданиях функции $V(t_p)$ путь на сегменте вычисляется

$$S = \int_0^t V(t_p) dt.$$

При комплексировании, стыковке отдельных сегментов траектории, форму сегмента, его длину – максимальное значение пути S_{\max} по сегменту – можно определять и варьировать при задании геометрической формы кривой. При назначенном значении начальной скорости величину ускорения, например, при равноускоренном движении можно изменять так, чтобы получить заданное время прохождения сегмента траектории.

Итак, в соответствии с параметрическими уравнениями каждого сегмента в функции параметра t вычисляется путь S_{\max} , пройденный по параметрически заданной кубической кривой в функции $S(t)$, воспроизводится обратная функция $t(S)$ с последующей аппроксимацией её полиномом наилучшего приближения $g(t)$. По заданному закону воспроизведения скорости на заданном сегменте определяются текущее значение пройденного пути $S(t_{p1})$ в функции текущего временного интервала t_{p1} от начала сегмента и времени движения по сегменту, время прохождения сегмента. По общему, связывающему параметру текущего пути S на сегменте осуществляется переход от времени t_{p1} к параметру t с последующей подстановкой его в параметрические уравнения вычисления прямоугольных координат.

После проведения предварительных расчётов имеем отдельные сегменты, для начала и концов которых заданы абсолютные начальные и конечные значения прямоугольных координат, привязанные к системе координат объекта. Произведена привязка начала и конца формирования каждого сегмента траектории к реальному значению текущего временного интервала, формируемого таймером реального времени. Для каждого сегмента получены: время воспроизведения его начала и время завершения, уравнения зависимости длины пути в сегменте от начала сегмента в функции относительного реального времени от начала временного интервала формирования сегмента, аппроксимирующие полиномы для воспроизведения зависимостей нормированного времени $t(S)$ в каждом сегменте, параметрические

уравнения воспроизведения координат в функции нормированного времени в каждом сегменте. Предварительные действия оператора, направленные на проектирование модели движения и подготовительные расчёты обеспечивают в общем временном интервале формирование траектории движения, определяют моменты времени начала, продолжительности и окончания движения объекта по каждому сегменту. Это позволяет идентифицировать именно тот сегмент, по которому перемещается объект в момент времени t_p воспроизведения каждой траектории с присвоением ему порядкового номера. К каждому порядковому номеру сегмента привязывается его тип и таблица уравнений движения на заданном сегменте [10, 11].

Рассчитанные функциональные зависимости, уравнения движения, заносятся в память, например, рабочего места инструктора-оператора. После чего они в момент начала тренировки с воспроизведением траекторий движения на экране системы отображения информации передаются в блок расчёта координат в соответствии с заданными геометрическими и кинематическими параметрами траектории. С начала формирования траектории блок вычисления координат определяет время начала работы на очередном сегменте, текущие прямоугольные координаты в пределах сегмента, фиксирует время перехода к следующему сегменту [10, 11].

Конечной целью при задании траектории движения, проводимого при этом математического моделирования, является создание в не критичном масштабе времени простых вычислительных алгоритмов с высокими точностными характеристиками для последующей реализации их в критическом реальном масштабе времени воспроизведения траектории с минимальным числом вычислительных операций и обращений к памяти.

Заключение

Разработан метод наглядного, интуитивного формирования траекторий воздушных объек-

тов из плавно сопрягаемых сегментов в системе координат зоны обзора РЛС. Обеспечен контроль перегрузок. В производственных системах при формообразовании обрабатываемых деталей геометрическая форма траектории движения рабочего органа привязывается к системе координат робототехнического комплекса или станка с числовым программным управлением, а скоростной режим движения определяется их динамическими характеристиками.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-37-00077 и конкурса инновационных проектов Владимирской области «УМНИК-2018».

Литература

1. Чекушкин В.В., Бобров М.С., Аверьянов А.М. Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 9. С. 70–80.
2. Чекушкин В.В., Жиганов С.Н., Быков А.А., Михеев К.В. Воспроизведение траекторий движения объектов в системах контроля воздушного пространства // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2018. № 2. С. 126–133. DOI: 10.17587/mau.19.126-133.
3. Бобров М.С., Аверьянов А.М., Пискунов Г.Г., Чекушкин В.В. Реализация трасс движения воздушных объектов в тренажерно-моделирующих систе-

мах // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. 2009. Вып. 4. С. 157–177.

4. Аверьянов А.М., Бобров М.С., Чекушкин В.В. Параметрическое задание кинематики движения воздушного объекта на участке маневрирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 5. С. 67–73.

5. Сабиров Ф.С., Савинов С.Ю. Диагностика и контроль точности приводов подач многокоординатных металлорежущих станков с ЧПУ // Измерительная техника. 2011. № 8. С. 20–22.

6. Чекушкин В.В., Юрин О.В., Булкин В.В. Реализация вычислительных процессов в информационно-измерительных системах: монография. Муром. Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2005. 158 с.

7. Каханер Д., Моулер К., Нэйш С. Численные методы и программное обеспечение: пер. с англ. М.: Мир, 2001. 575 с.

8. Пат. РФ № 2015152966. Способ имитации траекторий движения объектов / Чекушкин В.В., Михеев К.В. Заявл. 09.12.2015; опубл. 21.04.2015. Бул. № 12.

9. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1977. 872 с.

10. Чекушкин В.В., Жиганов С.Н., Быков А.А., Михеев К.В. Воспроизведение траекторий движения объектов в системах контроля воздушного пространства // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2018. № 2, Том 19. С. 126–133.

11. Чекушкин В.В., Жиганов С.Н. Вычислительные методы в оптимизации инженерных задач // Raleigh, North Carolina, USA: Open Science Publishing, 2018. 202 p.

Поступила 26 сентября 2019 г.

English

GENERATION OF OBJECT TRAVEL PATHS IN INFORMATION AND MEASUREMENT CONTROL SYSTEMS

Vsevolod Viktorovich Chekushkin – Doctor of Engineering Sciences, Professor, CAD Department, Murom Institute (Branch) Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletov”¹.

Sergey Nikolayevich Zhiganov – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Radio Engineering Department, Murom Institute (Branch) Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletov”¹.

Dmitry Nikolayevich Romanov – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Radio Engineering Department, Murom Institute (Branch) Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletov”¹.

Alexey Valeryevich Rakitin – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Radio Engineering Department, Murom Institute (Branch) Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Vladimir State University named

after A.G. and N.G. Stoletov”¹.

Kirill Valeryevich Mikheyev – Candidate of Engineering Sciences, Lead Engineer, JSC “Murom Plant of Radio Measuring Instruments”².

E-mail: s_zh_72@mail.ru.

¹*Address:* 602254, Russian Federation, Vladimir region, Murom, Orlovskaya street, 23.

²*Address:* 602267, Russian Federation, Vladimir region, Murom, Karacharovskoe highway, 2.

Abstract: Reproduction equipment of travel paths for various objects should be under control in information and measurement systems of different purpose. This is due to setting reference travel paths for generating test signals to make measurements, to monitor performance in radar data processing system. The quality of odd-shaped workpieces, feed drive accuracy of CNC machines are monitored through reference travel paths in technological systems. Besides the primary task of form making comes down exactly to generating end-effector travel paths in CNC and robotic system. Standard algorithms for setting linear paths as an evaluation function and etc. are of little use due to increasing speeds of cutting tool movement. Therefore, it is necessary to ensure smooth travel paths. The aim of the research paper is to visualize object path generation in real time and in three-dimensional space without speed jumps and accelerations. Object travel path was formed as a piecewise-defined space curve composed of smoothly adjustable segments as Bezier curves of the first and third order with parameter representation of curve for each of the coordinates. Junction adjacent points in mating segments were selected to obtain generally smooth and flexible space path controlled by reference points and object location in each segment of which is defined by its time parameter. The research paper gives an example of constructing a hypothetical travel path of object in three-dimensional space. The research paper presents developed method of visual, intuitive travel path generation of aerial objects via smoothly mating segments in coordinate system of radar coverage area. Overload control is ensured. When making form of machined workpieces in production systems, geometric shape of end-effector travel paths is aligned to coordinate system of robotic package or computer numerical control machine, and movement speed rate is defined by their dynamic properties.

Keywords: travel path control, Bezier curve, overloads, curve radius of curvature, parametric equations, coordinate systems.

The research work was fulfilled with the assistance of RFBR grant No. 18-37-00077 and Innovative project initiative "UMNIK-2018" of Vladimirskaya oblast.

References

1. *Chekushkin V.V., Bobrov M.S., Averianov A.M.* Imitation of Flying Objects Trajectories for Radiolocation Systems of Management and Control for Air Space. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.* 2009. No. 9. Pp. 70–80.
2. *Chekushkin V.V., Zhiganov S.N., Bykov A.A., Mikheev K.V.* The Reproduction of the Trajectories of Moving Objects in the Systems of Control of Air Space. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.* 2018. No. 2. Pp. 126–133. DOI: 10.17587/mau.19.126-133.
3. *Bobrov M.S., Averianov A.M., Piskunov G.G., Chekushkin V.V.* Implementation of tracks of movement of air objects in the training and modeling systems. *Issues of radio electronics.* 2009. No. 4. Pp. 157–177.
4. *Averyanov A.M., Bobrov M.S., Chekushkin V.V.* A Parametric Assignment of Flying Object Motion Trajectory Inside a Maneuvering Zone. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.* 2010. No. 5. Pp. 67–73.
5. *Sabirov F.S., Savinov S.Yu.* Diagnostics and control of the accuracy of axis drives for automatically controlled multicoordinate metal cutting machines. *Measurement techniques.* 2011. No. 8. Pp. 20–22.
6. *Chekushkin V.V., Yurin O.V., Bulkin V.V.* implementation of computational processes in information and measurement systems: monograph. Murom: MI VISU, 2005. 158 p.
7. *Kahaner D., Moler K., Nash S.* Numerical methods and software: transl. Moscow: Mir, 2001. 575 p.
8. Pat. RU No. 2015152966. A method for simulating object trajectories. *Chekushkin V.V., Mikheev K.V.* Appl. 09.12.2015; publ. 21.04.2015. Bull. No. 12.
9. *Vygodsky M.Ya.* Handbook of higher mathematics. Moscow: Nauka, 1977. 872 p.
10. *Chekushkin V.V., Zhiganov S.N., Bykov A.A., Mikheev K.V.* The Reproduction of the Trajectories of Moving Objects in the Systems of Control of Air Space. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.* 2018. No. 2. Pp. 126–133.
11. *Chekushkin V.V., Zhiganov S.N.* Computational methods in optimization of engineering problems. Raleigh, North Carolina, USA: Open Science Publishing, 2018. 202 p.