УДК 621.396

МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРЕШЕНИЯ И ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Фитасов Евгений Сергеевич
кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского.
E-mail: fitasoves@mail.ru.
Адрес: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Аннотация: Предлагается метод повышения эффективности разрешения и оценки параметров сигналов от радиолокационных целей, дающий возможность «сверхрэлеевского» разрешения. Существующие методы спектрального сверхразрешения хорошо разработаны лишь для сигналов синусоидальной формы. В работе рассматривается подход к разрешению сигналов, не требующий априорной информации о параметрах сигналов, а также инвариантный по отношению к их форме. Он основан на известном методе наименьших квадратов. Приведены результаты математического моделирования разрешения по временному положению двух прямоугольных импульсов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Показана эффективность данного метода для ЛЧМ сигналов с различной базой сигнала. Так, даже при относительно небольших параметрах базы ЛЧМ сигнала разрешение групповой цели, по сравнению с рэлеевским разрешением, увеличивается в 1.5 раза. Важным преимуществом предложенного алгоритма разрешения является оценка параметров сигнала групповой цели, а также возможность его распространения на модель сигнала с произвольным количеством целей.

Ключевые слова: разрешение сигналов, сверхрэлеевское разрешение, сверхразрешение, разрешающая способность по дальности, радиолокационные цели, метод наименьших квадратов.

Введение

Известно, что при согласованной фильтрации сигналов разрешающая способность по какой-либо координате ограничена шириной функции рассогласования и не может быть улучшена путём увеличения энергии сигнала [1]. Существует ряд методов, позволяющих получить более высокое разрешение. К ним, например, относятся методы спектрального сверхразрешения [2-7]. Однако они хорошо разработаны лишь для сигналов синусоидальной формы. В классической работе [8] предложен метод разрешения, инвариантный по отношению к форме сигналов. Он состоит в разделении разрешаемых сигналов на полезный и мешающие, что при гауссовой статистике амплитуд приводит к алгоритму, заключающемуся в предварительной режекции мешающих сигналов с последующим накоплением полезного. Однако этот метод предполагает знание количества мешающих сигналов и их координат (информативных параметров).

В связи с этим в данной работе рассматривается подход к разрешению сигналов, не требующий априорной информации о параметрах сигналов, а также инвариантный по отношению к их форме. Он основан на известном методе наименьших квадратов (МНК) [9,10]. Изложим сущность предлагаемого подхода на примере двухальтернативной задачи, когда наблюдаемый вектор Y содержит кроме аддитивного белого шума либо один, либо два сигнала $S(\alpha_1)$ и $S(\alpha_2)$.

Процедура МНК предполагает в этом случае минимизацию эвклидовой нормы разности

$$Y - CA, \tag{1}$$

где $C = [S(\alpha_1), S(\alpha_2)]$ – матрица, составленная из векторов столбцов $S(\alpha_1)$, $S(\alpha_2)$ разрешаемых сигналов; $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ - вектор-столбец комплексных амплитуд сигналов; $\alpha_{1,2}$ – информативные параметры сигналов.

Очевидно, что, варьируя произведение CA, можно скомпенсировать только ту составляющую вектора Y, которая принадлежит подпространству, натянутому на базис $S(\alpha_1)$, $S(\alpha_2)$ при некоторых $\alpha_{1,2}$. Отсюда следует, что минимизация нормы выражения (1) по $a_{1,2}$ и $\alpha_{1,2}$ сводится к максимизации по $\alpha_{1,2}$ модуля проекции вектора Y на подпространство сигналов. Матрицу-проектор на это подпространство можно представить в виде $P = C(C^H C)^{-1} C^H$, где «Н» - знак эрмитова сопряжения [11]. Поскольку эта матрица эрмитова и идемпотентна, квадрат модуля проекции вектора Y на подпространство сигналов равен

$$\xi(\alpha_1, \alpha_2) = Y^H P Y . \qquad (2)$$

Максимизация (2) проводится путём непосредственного вычисления этой функции методом перебора при всех возможных значениях $\alpha_{1,2}$. после этого определяется оценка вектора амплитуд согласно формуле

$$\hat{A} = C^{\#}(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2) Y, \qquad (3)$$

где $C^{\#}(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2)$ - псевдообратная матрица; $\hat{\alpha}_{1,2}$ - оценки параметров, обеспечивающие максимум (2).

Для определения количества сигналов модуль наименьшей из оценок амплитуд сравнивается с заданным порогом. В случае превышения порога принимается решение о наличии двух сигналов, а в противном случае – только одного. Кроме того, в процессе реализации алгоритма формируются оценки параметров $\alpha_{1,2}$.

В качестве примера по применению приведённого метода для разрешения радиолокационных целей по дальности было проведено математическое моделирование разрешения по временному положению $\Delta\tau$ двух прямоугольных импульсов с линейной частотной модуляцией [13]. Импульсы были дискретизированы по времени с шагом $1/\Delta f$, где Δf – девиация частоты.

Исходя из (2), оценки амплитуд $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_M$ и дистанций $\widehat{D}_1, \widehat{D}_2, \dots, \widehat{D}_M$ должны обеспечить минимизацию ошибки

$$E = \sum_{n=1}^{N} \left| y(n) - \sum_{k=1}^{M} \hat{a}_k e^{\frac{j\pi}{B} * (n - D_k)} \right|^2, \qquad (4)$$

где B – база ЛЧМ-сигнала.

Для более компактного изложения этого метода перепишем наблюдаемые данные в векторном виде

$$y = Sa + w, \qquad (5)$$

где y – вектор отсчетов наблюдаемых данных, $y=(y(1),y(2),\dots,y(N))^T$; $\omega=(\omega(1),\omega(2),\dots,\omega(N))^T$ – вектор отсчетов шума; $a=(a(1),a(2),\dots,a(N))^T$– вектор неизвестных амплитуд.

Матрица S определяется как

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_M), \qquad (6)$$

где

$$s_k^T = \begin{pmatrix} e^{\frac{j\pi}{B}*(1-D_k)} \\ \dots \\ e^{\frac{j\pi}{B}*(n-D_k)} \end{pmatrix}, \quad k=1,2,\dots M. \qquad (7)$$

Соответствующие, пока не известные оценки запишем в векторной форме $\hat{a}^T = \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_M$.

Тогда оценка сигнала $\hat{y}$ будет равна

$$\hat{y} = \hat{S}a. \qquad (8)$$

Ошибку E теперь можно записать компактно в виде

$$E = \|y - \hat{y}\|^2. \qquad (9)$$

Далее найдем вектор амплитуд $\hat{a}$, минимизирующий ошибку E для гипотетический значений дистанций $\widehat{D}_1, \widehat{D}_2, \dots, \widehat{D}_M$ (и, следовательно, $\hat{s}$). Это стандартная линейная задача наименьших квадратов, решение которой для вектора $\hat{a}$ определяется выражением [4]

$$\hat{a} = \left(\hat{S} * \hat{S}\right)^{-1} \hat{S} y. \qquad (10)$$

Для этого вектора минимальное значение E равно E_1, вычисляемое по формуле

$$E_1 = y * y - y * \hat{y}. \qquad (11)$$

Теперь следует минимизировать E_1 по всем возможным значениям и, следовательно, по всем возможным значениям $\hat{S}$. Так как $y*y$ не зависит от $\widehat{D}_1, \widehat{D}_2, \dots, \widehat{D}_M$, минимизация E_1 эквивалентна максимизации величины E_2, равной

$$E_2 = y * \hat{y} = y * \hat{S}\left(\hat{S} * \hat{S}\right)^{-1} \hat{S} y. \qquad (12)$$

Поскольку $\left(\hat{S} * \hat{S}\right)$ положительно определена ($\widehat{D}_1, \widehat{D}_2, \dots, \widehat{D}_M$ предполагаются не равными между собой), можно, применив процедуру Грамма-Шмидта к столбцам $\hat{S}$, представить её как произведение двух матриц вида $C*C$, где C – нижняя треугольная матрица [11, 12].

Положительно определённую эрмитову матрицу Φ сводят к произведению треугольных [8]

$$\Phi = \Gamma\Gamma^{*T}, \qquad (13)$$

где

$$\Gamma = \begin{Vmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{21} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{n1} & \Gamma_{n2} & \Gamma_{n3} & \dots & \dots & \dots & \Gamma_{nn} \end{Vmatrix}.$$

Приравнивая элемент $\Gamma_{11} = \sqrt{\Phi_{11}}$, остальные элементы находятся рекурентно:

$$\Gamma_{ij} = (1/\Gamma_{jj})\left(\Phi_{ij} - \sum_{p=1}^{j-1} \Gamma_{ip}\Gamma_{ip}^{*}\right), \qquad (14)$$

$$\Gamma_{ii} = \sqrt{\Phi_{ii} - \sum_{q=1}^{i-1} \left|\Gamma_{iq}\right|^2}. \qquad (15)$$

Тогда E_2 можно записать в виде

$$E_2 = \left\| y * \hat{S} C * \right\|^2. \qquad (16)$$

Заметим, что $y * \hat{S}$ – вектор значений дискретного преобразования Фурье (ДПФ) измеренных данных, взятых при гипотетических значениях$\widehat{D}_1, \widehat{D}_2, \dots, \widehat{D}_M$. Следовательно, E_2 представляет собой линейную комбинацию абсолютных величин этих значений ДПФ. Таким образом, в рассматриваемом методе оценками дальности являются значения, определяющие выбор $\hat{S}$, максимизирующей E_2.

На рис. 1 приведены результаты моделирования, которые дают зависимость нормированной к величине $1/\Delta f$ (рэлеевский предел) разрешающей способности $\Delta\tau$ от отношения сигнал-шум на входе системы обработки [13]. Т.е. релеевский предел соответствует величине $\Delta\tau\ \Delta f = 1$. Приведенная зависимость соответствует вероятности правильного разрешения двух сигналов 0,9. Моделирование проводилось для ЛЧМ-сигналов с базой B = 10, 30, 50, 100.

Из рис. 1 видно, что приведенный алгоритм на основе метода наименьших квадратов позволяет значительно улучшить разрешение, обеспечиваемое согласованной фильтрацией. Так, даже при относительно небольших параметрах базы ЛЧМ сигнала (B=10), разрешение групповой цели, по сравнению с релеевским разрешением, увеличивается в ≈1,5 раза ($\Delta\tau\ \Delta f \approx 0{,}7$), а для сигналов с базой B=50÷100– в 2-2,5 раза ($\Delta\tau \cdot \Delta f \approx 0{,}5$ и $\Delta\tau\ \Delta f \approx 0{,}4$ соответственно).

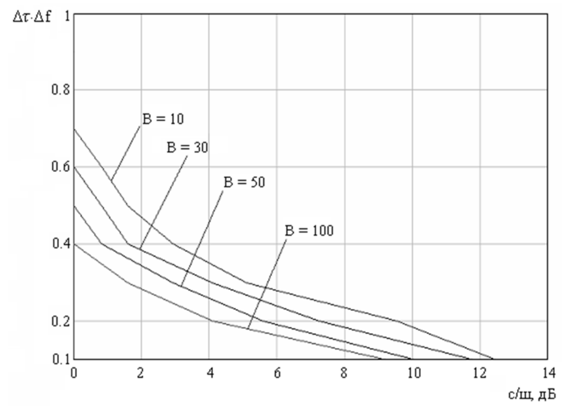

Рис. 1 Результаты моделирования зависимости нормированной к величине $1/\Delta f$ разрешающей способности $\Delta\tau$ от отношения сигнал-шум на входе системы обработки радиолокационных сигналов

Важным преимуществом предложенного алгоритма разрешения является возможность его распространения на модель сигнала с произвольным количеством целей N. Для этого необходимо соответствующим образом дополнить матрицы C и A (1), т.е. $C=[S(\alpha_1), S(\alpha_2) \dots S(\alpha_N)]$, $A=[a_1, a_2 \dots a_N]$. При этом, также будет обеспечиваться оценка параметров радиолокационного сигнала от групповой цели.

Таким образом, в работе предложен метод повышения эффективности разрешения и оценки параметров сигналов от радиолокационных целей, который инвариантен по отношению к форме сигналов. Предлагаемый метод даёт возможность «сверхрэлеевского» разрешения. Преимуществом предложенного алгоритма является оценка параметров сигнала групповой цели, а также возможность его распространения на модель сигнала с произвольным количеством целей.

Литература

1. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов.– М., Сов. радио. - 1974. - 360 с.

2. Марпл–мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ. – М.: Мир. - 1990. 547 с.

3. Тафтс Д.У., Кумаресан Р. Оценивание частот нескольких синусоид: Модификация метода линей-

ного предсказания, сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия // ТИИЭР.– 1982. – Т.70. - № 9. – С. 88–109.

4. Слюсарь В.И. Сверхрелеевское разрешение узкополосных импульсов по времени задержки // Радиоэлектроника. – 1999. – № 3. – С. 55–62.

5. Чижов А.А. Сверхразрешение и интегральное уравнение Фредгольма первого рода. - USA, North Carolina, Raleigh. - 2015. 196 с.

6. Чижов А.А. Сверхразрешение радиолокационных целей при воздействии активных шумовых помех по основному и ближнему боковым лепесткам диаграммы направленности антенны РЛС // Информационно-управляющие системы. - 2016. - № 1. - С. 88-92.

7. Чижов А.А. Сверхразрешение. - Germany, Saarbrücken: LAMBERT Academic Publishing. - 2012. 216 с.

8. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь. - 1981. - 416 с.

9. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико–статистической теории обработки наблюдений. – М., Физматгиз. - 1962. 350 с.

10. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управлении. – М.: Связь. - 1976. 496 с.

11. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука. - 1973. - 127 с.

12. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука. - 1984. 320 с.

13. Михеев П.В., Фитасов Е.С. Разрешение радиолокационных сигналов по методу наименьших квадратов // Материалы 7–й научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород. - 2003. – С. 142–143.

Поступила 26 декабря 2016 г.

English

Enhancement method of resolution efficiency and assessment of radar signal parameters

Evgeny Sergeyevich Fitasov – Candidate of Technical Sciences Associate Professor of Radio Engineering Department National Research Nizhny Novgorod State University named after N. I. Lobachevsky.

E-mail: fitasoves@mail.ru.

Address: 603950, Nizhny Novgorod, Gagarin Av., 23.

Abstract: It is known that resolution capacity in any coordinate is limited by discrepancy function width and cannot be improved via increasing signal energy during signal matched filtering. Thus, there is a number of methods enabling to get higher resolution. These includes methods of spectral super resolution. However, they are well developed only for sinusoidal signal waveform. The known resolution method invariant in relation to a signal form consists in dividing resolved signals into wanted and unwanted ones and that according to amplitude Gaussian statistics leads to the algorithm which rejects preliminary unwanted signals with the subsequent accumulation of the wanted ones.

But this method assumes knowing the quantity of unwanted signals and their coordinates (informative parameters). That is why this work examines the approach to signal resolving which does not require apriori information about signal parameters and it is also invariant in regard to their form. It is based on the known least square method (LSM). The mathematical modeling results for resolution according to temporary position of two linear frequency modulation square pulses are given as an example of applying the described method for resolving radar targets in range. It is shown that the algorithm in question based on the least square method enables to enhance the resolution considerably via the matching filtering. Target group resolution in comparison with Rayleigh resolution increases by 1.5 times even with rather small parameters of the LFM signal base (B=10). The benefits of the offered algorithm are the signal parameters assessment of the target group as well as possibility to apply the algorithm for a signal model with any targets number.

Key words: signal resolution, super Rayleigh resolution, super resolution, resolution capacity in range, radar targets, the least squares method.

References

1. Shirman Ya.D. Signalresolution and compression o. - M, Sov. radio. - 1974. 360 p.
2. Marple Jr. S. L. Digital spectral analysis. - M, Mir. - 1990. 547 p.
3. Tufts D. U., Kumaresan R. Estimation of frequencies of multiple sinusoids: Making linear prediction perform like maximum likelihood. - TIIER. - 1982. - V.70. - No. 9. – P. 88-109.
4. Slyusar V. I. Super Rayleigh resolution of time delay narrow-band pulses. - Radioelektronika. - 1999. - No. 3.– P. 55-62.

5. Chizhov A.A. Super resolution and Fredholm integral equation of the first kind. - USA, North Carolina, Raleigh. - 2015. 196 p.
6. Chizhov A.A. Super resolution of radar targets with active noise interference in the antenna lobe and near side lobes of the Radar antenna pattern. - Informatsionno-upravlyayushchiye sistemy. - 2016. - No. 1. – P. 88-92.
7. Chizhov A.A. Super resolution. - Germany, Saarbrücken: LAMBERT Academic Publishing. - 2012. 216 p.
8. Shirman Ya.D., Manzhos V. N. Theory and processing techniques of radar information amid noise interference. - M, Radio i svyaz. - 1981. 416 p.
9. Linnik Yu.V. Least squares method and fundamentals of math-and-stats theory of observation analysis. - M, Fizmatgiz. - 1962. 350 p.
10. Sage A., Melsa J. Estimation Theory with Applications to Communications and Control. - M, Svyaz - 1976. 496 p.
11. Lancaster P. The Theory of Matrices. - M, Nauka. - 1973. 127 p.
12. Voyevodin V.V., Kuznetsov Yu.A. Matrices and calculations. - M, Nauka. - 1984. 320 p.
13. Mikheyev P.V., Fitasov E.S. Radar signal resolution according to the least squares method. - Materials of the 7th scientific conference on radiophysics. - N. Novgorod. - 2003. – P. 142-143.