Системы, сети и устройства телекоммуникаций

УДК 681.3

НОВЫЙ МЕТОД И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Ланцов Владимир Николаевич
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная техника и системы управления» ФГБОУ ВО Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых (ВлГУ).
E-mail: lantsov@vlsu.ru.
Адрес: 600000, Россия, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

Аннотация: Представлен новый метод и алгоритм решения уравнений метода гармонического баланса, применяемого в САПР электроники. Новый алгоритм основан на применении к уравнениям гармонического баланса идей методов понижения порядка моделей. По сравнению с ранее разработанным методом объединения идей понижения порядка моделей и гармонического баланса, в новом методе вектор (матрица) неизвестных уравнений заменяется на две матрицы малой размерности, которые решаются итерационно (как и в стандартном методе гармонического баланса). Первое уравнение сокращает число гармоник в уравнениях баланса, второе уравнение – сокращает число узлов схемы. Уравнения с сокращённой размерностью решаются последовательно, поэтому данный алгоритм позволяет значительно сократить память ЭВМ для хранения уравнений модели и сократить вычислительные затраты.

Ключевые слова: метод гармонического баланса, САПР электроники, понижение порядка моделей, алгоритм решения, моделирование.

Введение

Методы гармонического баланса (ГБ) широко применяются для моделирования нелинейных радиотехнических схем в САПР электроники [1]. Основные проблемы алгоритмов и программ САПР на основе методов ГБ – это значительные требования к памяти и огромные вычислительные затраты при моделировании сложных схем, содержащих тысячи электронных компонентов и сотни тысяч уравнений модели [2].

Например, для схем, содержащих порядка 10 тысяч узлов и при учёте порядка 1 тысячи гармоник (при многочастотном воздействии), число переменных (неизвестных) модели будет равно примерно 10 миллионам. При использовании для решения уравнений гармонического баланса метода Ньютона для хранения Якобиана будет необходим квадрат от этого числа переменных. Всё это говорит о том, что необходимы новые более экономные методы хранения и решения уравнений модели в современных САПР.

В данной работе предложен новый метод решения и хранения уравнений ГБ [3] с использованием идей методов понижения порядка моделей (model order reduction, MOR). Методы MOR получили популярность в последние годы [4, 5], позволяют значительно сократить размерность и требуемую память для моделей электронных схем [6–7] для анализа динамического режима. Основные проблемы методов MOR для моделирования электронных схем связаны с очень незначительными сокращениями вычислительных затрат (при сокращении размерности уравнений и требуемой памяти для модели).

1. Основы метода гармонического баланса и метода понижения порядка моделей

Основные уравнения и методы решения уравнений ГБ для электронных схем хорошо известны [1], поэтому здесь приведём только их краткое изложение, необходимое для представления предлагаемого метода.

Пусть нелинейное устройство описывается системой нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (СНИДУ)

$$f(v(t),t) = i(v(t)) + \frac{dq(v(t))}{dt} +$$

$$+\int_{-\infty}^{t} y(t-\tau)v(\tau)d\tau + i_E(t) = 0\,. \qquad (1)$$

Здесь $v(t)$ – вектор узловых напряжений размерностью N; $i(v(t))$ – вектор тока резистивных элементов; $q(v(t))$ – заряд конденсаторов; $u(t)$ – токи входных источников; $y(t)$ – импульсная характеристика линейной части схемы; i и q представляют только нелинейные элементы [1].

В методе ГБ предполагается, что v и f (1) представляются в виде ряда Фурье (поэтому метод ГБ относят к методам в частотной области)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{j\omega_k t}\,,$$

где $\omega_k = k\lambda$ и $\lambda = 2\pi/T$ является базовой частотой.

Уравнение (1) тогда преобразуется в систему нелинейных уравнений, которое можно переписать в виде

$$F(V,k) = I(V,k) + j\omega_k Q(V,k) +$$

$$+Y(k)V(k) + I_E(k) = 0\,.$$

В векторной форме это будет

$$F(V) = I(V) + \Omega Q(V) + YV + I_E = 0\,, \qquad (2)$$

где $F(V)$, $I(V)$, $Q(V)$, V, I_E – векторы размерностью $[(2K + 1) \times N]$, содержащие спектр в каждом узле схемы. Матрица Y является блочной, матрица Ω – блочно-диагональной, $\Omega_{nn} = diag\{-j\omega_K,\ ...,\ 0,\ ...,\ j\omega_K\}$, K – число учитываемых гармоник [1].

Решение уравнений ГБ (2) в частотной области чаще всего выполняется итерационным методом Ньютона [1]

$$J(V^j)\Delta V^{j+1} = -F(V^j)\,,$$

где $J(V^j) = \frac{\partial F}{\partial V}|_{V^j}$ – Якобиан; $\Delta V^{j+1} = (V^{j+1} - V^j)$ – приращение.

В данном методе размерность матрицы Якоби ($[(2K + 1) \times N] \times [(2K + 1) \times N]$) для сложных многокомпонентных схем становится слишком большой, что приводит к излишним затратам памяти и вычислений.

Методы понижения порядка моделей основаны на замене исходных (1) переменных модели $v(t)$ на новую переменную $v^r(t)$, связанных соотношением [8, 9]

$$v(t) = P \times v^r(t),$$

где P – вектор (матрица) преобразований [8]. Получение вектора преобразований P может быть выполнено одним из трёх методов [5]: метод согласования моментов, метод ограниченной балансной реализации, метод разложения на основе сингулярных значений.

2. Введение в новый метод

В работе [10] был предложен метод использования алгоритмов MOR для решения уравнений гармонического баланса. Решение уравнений баланса выполнялось методом Ньютона с использованием метода продолжения по параметру [1]. К сожалению, метод продолжения по параметру в настоящее время практически не используется, так как увеличивает вычислительные затраты. Кроме того, для сокращения размерностей в данной постановке задачи может быть применён только метод согласования моментов, который требует больше всего вычислительных затрат из выше приведённых трёх. Поэтому выигрыш метода по времени вычислений получился незначительным.

Здесь предлагается новый метод и алгоритм сокращения вычислительных затрат (памяти и времени расчётов) для задач ГБ. Без потери общности упростим уравнение (2) в виде

$$F(V) = I(V) + YV - I_E = 0\,. \qquad (3)$$

Идея метода заключается в замене вектора переменных V уравнений ГБ на две матрицы сокращённой размерности [3]

$$V = V_H \times V_N\,, \qquad (4)$$

где матрица V_{H} сокращает число гармоник (Harmonics) и имеет размерность $[N \times R]$;

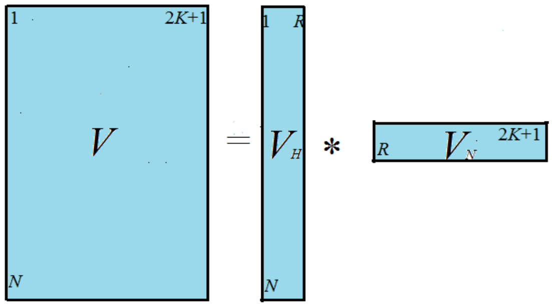

Рис. 1. Замена матрицы V на две новые матрицы сокращённой размерности

$V_{\rm N}$ – сокращает число узлов схемы (Nodes) и имеет размерность $[R \times (2K+1)]$; R – сокращённая размерность уравнений, $R << N$, $R << (2K+1)$.

На рис. 1 условно представлено преобразование вектора V в две новые матрицы сокращённой размерности. На данном рисунке для наглядности вектор V (размерности $[N \times (2K+1)]$) представлен в виде матрицы той же размерности.

Сокращение памяти и вычислительных затрат в новом методе будет определяться меньшей размерностью новых матриц и тем, что они используются последовательно.

3. Основные уравнения

Умножим (3) на матрицу V_N^T, что сократит размерность уравнений до величины $[N \times R]$ и сократит число учитываемых гармоник в уравнениях:

$$F(V) = I(V) \cdot V_N^T + YV \cdot V_N^T - I_E \cdot V_N^T = 0\,. \quad (5)$$

Заменим в уравнении (5) матрицу V, используя введённое ранее соотношение (4)

$$F(V_H V_N) = I(V_H V_N) \cdot V_N^T + YV_H V_N V_N^T - $$
$$-I_E \cdot V_N^T = 0\,.$$

Если для матрицы $V_{\rm N}$ применить операцию ортонормирования, то $V_N V_N^T = I$. В этом случае получим выражение

$$F(V_H) = I(V_H V_N) \cdot V_N^T + YV_H - I_E \cdot V_N^T = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) является базовым (уравнением баланса) для нахождения V_H при известном (заданном) значении матрицы V_N.

Аналогично получаем уравнения для нахождения V_N. Умножим (3) на матрицу V_H^T, что сократит размерность уравнений до величины $[R \times (2K+1)]$ и сократим число узлов в уравнениях баланса:

$$F(V) = I(V) \cdot V_H^T + YV \cdot V_H^T - I_E \cdot V_H^T = 0. \quad (7)$$

Заменим в уравнении (7) матрицу V, используя соотношение (4)

$$F(V_H V_N) = I(V_H V_N) \cdot V_H^T + YV_N V_H V_H^T -$$
$$-I_E \cdot V_H^T = 0\,,$$

или (если $V_H V_H^T = I$)

$$F(V_N) = I(V_H V_N) \cdot V_H^T + YV_N - I_E \cdot V_H^T = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) является уравнением баланса для нахождения V_N при известном значении матрицы V_H.

4. Алгоритм организации вычислений и эксперимент

Уравнения (6) и (8) решаются итерационно. Итерации легко получаются переносом части слагаемых в правую часть уравнений. Для нахождения V_H получим следующую итерационную формулу (систему линейных алгебраических уравнений)

$$Y \cdot V_H^{i+1} = I_E V_N^T - I(V_H^i V_N) V_N^T\,. \quad (9)$$

Здесь i – номер итерации, первое слагаемое является постоянной величиной и может быть вычислено до начала итераций. Решение системы линейных алгебраических уравнений выполняется стандартными методами.

Аналогично решение уравнения (8) находится путём итераций и решения системы линейных алгебраических уравнений вида

$$Y \cdot V_N^{i+1} = I_E V_H^T - I(V_H V_N^i) V_H^T\,. \quad (10)$$

Программа моделирования была разработана в системе Matlab/Simulink, это модернизация открытого кода программы SMORES [11].

В качестве тестов для проверки разработанных алгоритмов и программы были взяты примеры из ранее опубликованных работ автора и известных из публикаций примеров в мировой литературе ([6, рис. 1], [5, рис. 3]). Так как схо-

Таблица. Сравнение методов по времени расчётов.

	Варианты расчётов: число повторяющихся каскадов схемы, число узлов, число учитываемых гармоник	Новый метод	Стандартный метод ГБ
1	3, 11, 3	6 с.	4 с.
2	3, 11, 99	11 с.	9 с.
3	14,42, 3	23 с.	22 с.
4	14, 42, 99	128 с.	135 с.
5	45, 135, 3	196 с.	206 с.
6	45, 135, 99	302 с.	342 с.

димость во всех примерах совпала с расчётами стандартным методом ГБ, то графики результатов не приведены. В таблице 1 приведены результаты сравнения нового метода и стандартного метода ГБ по времени расчётов без учёта времени ввода топологии схемы.

Результаты моделирования разных по числу узлов электронной схемы и числу учитываемых гармоник схем показали, что выигрыш был получен только для размерностей задач более ста (число узлов и число учитываемых гармоник).

Заключение

Из представленных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Новый метод и алгоритм пригоден для решения уравнений гармонического баланса большой размерности.
2. Дальнейшие исследования данного алгоритма связаны с вопросом вычисления производных для уравнений (6) и (8), используемых для расчёта Якобиана и применения итерационного метода Ньютона, исследования по поиску оптимального значения R.

Литература

1. *Ланцов В.Н.* Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи (обзор). Часть 1 // Проектирование и технология электронных средств. 2012. № 4. С. 2–11.
2. *Ланцов В.Н.* Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи (обзор). Часть 2 // Проектирование и технология электронных средств. 2013. № 1. С. 16–23.
3. *Ланцов В.Н.*, *Папулина А.П.* Новый алгоритм решения уравнений гармонического баланса // III Международная научно-практическая конференция «САПР и моделирование в современной электронике». Сборник научных трудов. Брянск, БГТУ, 24–25 октября 2019 г. С. 45–49.
4. *Ланцов В.Н.* Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор) // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2012. № 3. С. 59–65.
5. *Bond B.N.*, *Daniel L.* A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2007. Vol. 26. Iss. 12. Pp. 2116–2129.
6. *Ланцов В.Н.*, *Долинина А.А.* Метод понижения порядка моделей на основе рядов Вольтерра // Динамика сложных систем. 2016. Т. 10. № 3. С. 50–54.
7. *Ланцов В.Н.*, *Долинина А.А.*, *Панкратов А.В.* Алгоритмы макромоделирования сложных нелинейных электронных систем // Динамика сложных систем. 2014. № 5. С. 23–31.
8. *Долинина А.А.*, *Ланцов В.Н.* Алгоритм моделирования нелинейных устройств на основе методов понижения порядка моделей и кусочно-линейной аппроксимации // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2014. № 4. С. 28–33.
9. *Dolinina A.A.*, *Lantsov V.N.*, *Gerfers F.* Algorithm of nearest environment determination of current state in picewise model order reduction // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). Jan. 28 – Feb. 1, 2018. Saint Petersburg. Russia. Pp. 204–209.
10. *Gad E.*, *Khazaka R.*, *Nakhla M.S.*, *Griffith R.* A circuit reduction technique for finding the steady-state solution of nonlinear circuits // IEEE Trans. Microwave Theory & Technique. 2000. Vol. 48. No. 12. Pp. 2389–2396.
11. *Bond B.N.* SMORES: A Matlab tool for Simulation and Model Order Reduction of Electrical Systems. MIT. Preprint. Feb. 8, 2010. 8 p.

Поступила 2 октября 2019 г.

English

NEW METHOD AND SOLUTION ALGORITHM FOR HARMONIC BALANCE EQUATIONS

Vladimir Nikolaevich Lantsov – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Department Head of Computer Science and Control Systems, Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletov (VlSU).

E-mail: lantsov@vlsu.ru.

Address: 600000, Russian Federation, Vladimir, Gorky Street, 87.

Abstract: Harmonic balance (HB) method is widely used for modeling nonlinear electronic circuits in CAD electronics. The main problems of CAD algorithms and programs based on various modifications of HB methods are significant requirements for computing machine memory and huge computational costs when modeling complex circuits having thousands of electronic components and hundreds of thousands of model equations. Reduced-order model methods, which became popular lately, can significantly reduce size and memory required for electronic circuit models to analyze dynamic behavior. The main problems of reduced-order methods for modeling electronic circuits are due to very small reductions in computational costs (with significant reduction of dimensional equations and model required memory). A new method and solution algorithm for harmonic balance equations that are used in electronics CAD is presented. The new algorithm is based on applying concept of reduced-order model methods to harmonic balance equations. Vector (matrix) of unknown equations is replaced by two matrices of small dimension, which are solved iteratively (as in the standard method of harmonic balance) if compared to previously developed method of joining concepts for reduced-order models and harmonic balance. The first equation reduces harmonics number in balance equations, the second equation reduces circuit nodes' number. Equations with reduced dimension are solved sequentially and so this algorithm can significantly reduce computing machine memory to store model equations and to reduce computational costs. The simulation program was developed in Matlab/Simulink system. The results of modeling circuits differing in number of electronic circuit nodes and of considered harmonics made it clear that the gain was obtained only for problems of dimensions more than a hundred (the nodes' number and considered harmonics' number).

Keywords: harmonic balance method, electronics CAD, reduced-order model, solution algorithm.

References

1. *Lantsov V.N.* State of the art in area of simulation methods for nonlinear RF electronic communication systems. Part 1. Design and technology for electronic systems. 2012. No. 4. Pp. 2–11.
2. *Lantsov V.N.* State of the art in area of simulation methods for nonlinear RF electronic communication systems. Part 2. Design and technology for electronic systems. 2013. No. 1. Pp. 16–23.
3. *Lantsov V.N.*, *Papulina A.P.* The new algorithm for solving of harmonic balance equations. III International conference "CAD systems and simulation in modern electronics". Bryansk, Oct. 24–25, 2019. Pp. 45–49.
4. *Lantsov V.N.* Model order reduction methods for complex electronic circuits. Radio and telecommunication systems. 2012. No. 3. Pp. 59–65.
5. *Bond B.N.*, *Daniel L.* A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2007. Vol. 26. No. 12. Pp. 2116–2129.
6. *Lantsov V.N.*, *Dolinina A.A.* Model order reduction method on the base of Volterra series. Dynamic of complex systems. 2016. Vol. 10. No. 3. Pp. 50–54.
7. *Lantsov V.N.*, *Dolinina A.A.*, *Pankratov A.V.* The algorithms of macromodeling for complex nonlinear electronic circuits. Dynamic of complex systems. 2014. No. 5. Pp. 23–31.
8. *Dolinina A.A.*, *Lantsov V.N.* The algorithm of simulation for nonlinear circuits by model order reduction methods and piecewise-linear approximation. Radio and telecommunication systems. 2014. № 4. Pp. 28–33.
9. *Dolinina A.A.*, *Lantsov V.N.*, *Gerfers F.* Algorithm of nearest environment determination of current state in picewise model order reduction. Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (El-ConRus). Jan. 28 – Feb. 1, 2018. Saint Petersburg. Russia. Pp. 204–209.
10. *Gad E.*, *Khazaka R.*, *Nakhla M.S.*, *Griffith R.* A circuit reduction technique for finding the steady-state solution of nonlinear circuits. IEEE Trans. Microwave Theory & Technique. 2000. Vol. 48. No. 12. Pp. 2389–2396.
11. *Bond B.N.* SMORES: A Matlab tool for Simulation and Model Order Reduction of Electrical Systems. MIT. Preprint. Feb. 8, 2010. 8 p.