
Анализ сигналов и систем

УДК 621.396.969.34

Сравнительный анализ точности алгоритмов фильтрации при различных маневрах сверхманевренной цели

Казанцев Д.А., Костров В.В.

В работе проведено моделирование и сравнительный анализ эффективности различных алгоритмов фильтрации при оценивании траектории сверхманевренной цели. Рассмотрены фильтры 0-го, 1-го и 2-го порядков с некоррелированными приращениями, а также фильтры Сингера 0-го и 1-го порядков. Исследование выполнено для двух типов манёвров: «горка» и спиральная траектория БПЛА. Проведен анализ при различных уровнях интенсивности шума (50 и 100 м), рассчитано среднее СКО, прирост точности по СКО и среднее время переходного процесса.

Ключевые слова: Фильтрация траектории, фильтр 0-го порядка, фильтр 1-го порядка, фильтр 2-го порядка, фильтр Сингера, манёвр «горка», спиральная траектория, прирост точности, время переходного процесса.

Введение

В условиях современных боевых действий и стремительного развития технологий наблюдается повышенный интерес к объектам способным выполнять быстрые маневры. В их число входят современные беспилотные летательные аппараты (БПЛА), а также разнообразные воздушные средства, обладающие способностью выполнять сложные манёвренные действия.

Современные системы радиолокационного наблюдения и управления воздушным движением сталкиваются с необходимостью повышения точности и надежности фильтрации при сопровождении таких целей, поскольку ошибки в оценке их параметров могут привести к критическим последствиям для безопасности, обороны и эффективности управления воздушным пространством.

Разработка и совершенствование алгоритмов фильтрации, учитывающих особенности движения сверхманевренных объектов, позволяют повысить эффективность обнаружения, точность прогнозирования траекторий и надежность сопровождения. Таким образом, актуальность темы обусловлена необходимостью адаптации существующих методов фильтрации к современным вызовам в области радиолокации.

Целью работы является сравнительный анализ точности алгоритмов фильтрации при сопровождении сверхманевренных целей, используя различные модели движения.

Описание моделей движения

Наиболее сложным с точки зрения наблюдения является движущийся объект. Всю траекторию движения сверхманевренной цели можно разбить на отдельные участки [1]:

- прямолинейные участки: участки, где цель движется с постоянной скоростью и направлением, эти участки проще для анализа и предсказания;
- криволинейные участки: участки, где цель изменяет направление движения, что может потребовать учета углового ускорения и радиуса поворота;
- участки с ускорением: участки, где цель изменяет свою скорость, что может быть связано с маневрами, такими как ускорение или торможение;
- сложные маневры: участки, где цель выполняет сложные маневры, такие как резкие повороты или вертикальные изменения высоты.

Таблица 1. Модели движения, используемые в алгоритмах фильтрации

№	Модель	Уравнение модели	Примечание
1	0-го порядка с некоррелированными приращениями	$\alpha_{k+1} = \alpha_k + K_M + \mu_{0k}$	Состав вектора состояния - $\alpha_{k+1} = \ x_{k+1}\ $ (прямоугольная координата x), K_M - коэффициент интенсивности маневра, μ_{0k} - стандартизированная гауссовская случайная величина
2	1-го порядка с некоррелированными приращениями	$\alpha_{k+1} = B\alpha_k + \mu_{0k},$ $B = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$ $S = \begin{bmatrix} \Delta t^2/2 \\ \Delta t \end{bmatrix}$	Состав вектора состояния - $\alpha_{k+1} = \ x_{k+1} V_{x(k+1)}\ ^T$ (прямоугольная координата x и скорость её изменения V_x), μ_{0k} - центрированный гауссовский случайный вектор с корреляционной матрицей, равной $\sigma_M^2 SS^T$
3	2-го порядка с некоррелированными приращениями	$\alpha_{k+1} = B\alpha_k + \mu_{0k},$ $B = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Состав вектора состояния - $\alpha_{k+1} = \ x_{k+1} V_{x(k+1)} \alpha_{x(k+1)}\ ^T$ (прямоугольная координата x и скорость её изменения V_x и её ускорение α_x), μ_{0k} - центрированный гауссовский случайный вектор с корреляционной матрицей, равной $M = \sigma_M^2 SS^T$, $S = \ \Delta t^3/6 \ \Delta t^2/2 \ \Delta t\ $ - матрица пересчета случайных приращений вектора состояния
4	Движение по Сингеру 0-го порядка	$\alpha_{k+1} = B\alpha_k + \mu_{0k},$ $B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-k_m \Delta t}}{2k_m} \\ \frac{1 - e^{-k_m \Delta t}}{2k_m} & e^{-k_m \Delta t} \end{bmatrix}$	Состав вектора состояния - $\alpha_{k+1} = \ x_{k+1} V_{x(k+1)}\ ^T$ (прямоугольная координата x и скорость её изменения V_x и её ускорение α_x), μ_{0k} - центрированный гауссовский случайный вектор с корреляционной матрицей, равной $M = (\sigma_M^{(c)})^2 \begin{bmatrix} M_k^{1,1} & M_k^{1,2} \\ M_k^{1,2} & M_k^{2,2} \end{bmatrix}$ $M_k^{1,1} = \frac{-3 + 4e^{-k_m \Delta t} - e^{-2k_m \Delta t} + 2k_m \Delta t}{2k_m^3}$ $M_k^{1,2} = \frac{1 + e^{-2k_m \Delta t} - 2e^{-k_m \Delta t}}{2k_m^2}, M_k^{2,2} = \frac{1 - e^{-k_m \Delta t}}{k_m};$ $k_m = 1/\tau_m$ - постоянная маневра, τ_m - время маневра
5	Движение по Сингеру 1-го порядка	$\alpha_{k+1} = B\alpha_k + \mu_{0k},$ $B = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & b_{13} \\ 0 & 1 & \tau_m^2 - \tau_m^2 e^{-\frac{\Delta t}{\tau_m}} \\ 0 & 0 & e^{-\frac{\Delta t}{\tau_m}} \end{bmatrix}$ $b_{13} = -\tau_m^2 + \tau_m \Delta t + \tau_m^2 e^{-\frac{\Delta t}{\tau_m}}$	Состав вектора состояния - $\alpha_{k+1} = \ x_{k+1} V_{x(k+1)} \alpha_{x(k+1)}\ ^T$ (прямоугольная координата x и скорость её изменения V_x и её ускорение α_x), μ_{0k} - центрированный гауссовский случайный вектор с корреляционной матрицей, равной $M = (\sigma_M^{(c)})^2 \begin{bmatrix} M_k^{1,1} & M_k^{1,2} & M_k^{1,3} \\ M_k^{1,2} & M_k^{2,2} & M_k^{2,3} \\ M_k^{1,3} & M_k^{2,3} & M_k^{3,3} \end{bmatrix}$, $M_k^{1,1} = \frac{1 - e^{-k_m \Delta t} + 2k_m \Delta t + \frac{2k_m^3 \Delta t^3}{3} - 2k_m^2 \Delta t^2 - 4k_m \Delta t e^{-k_m \Delta t}}{2k_m^5}$ $M_k^{1,2} = \frac{1 - e^{-2k_m \Delta t} - 2e^{-k_m \Delta t} + 2k_m T e^{-k_m \Delta t} 2k_m T + k_m^2 T^2}{2k_m^4}$ $M_k^{1,3} = [1 + e^{-2k_m T} - 2k_m T e^{-k_m T}]/2k_m^3,$ $M_k^{2,2} = [-3 + 4e^{-k_m T} - e^{-2k_m T} + 2k_m T]/2k_m^3,$ $M_k^{2,3} = [1 + e^{-2k_m T} - 2e^{-k_m T}]/2k_m^2, M_k^{3,3} = [1 - e^{-2k_m T}]/2k_m,$ $k_m = 1/\tau_m$ - постоянная маневра, τ_m - время маневра

Чтобы охватить множество наиболее распространенных типов движения объектов, были выбраны модели 0-го, 1-го и 2-го порядка с некоррелированными приращениями синтезированы фильтры Калмана 0-го, 1-го и

2-го порядка соответственно. На основе моделей движения по Сингеру 0-го и 1-го порядка синтезированы фильтры Сингера 0-го и 1-го порядка [1].

Методика сравнительного анализа

Методика сравнительного анализа моделей траекторий сверхманевренных целей включает несколько ключевых этапов: выбор критериев оценки, моделирование различных типов манёвров, сравнение результатов.

В качестве критерия для синтеза алгоритма оценивания (фильтрации) сигнала были выбрано среднее квадратическое отклонение (СКО).

СКО (среднее квадратическое отклонение) является мерой отклонения оцененных сигналов от истинных измерений. Минимизация СКО является распространенным критерием для синтеза алгоритма измерения сигнала [2].

СКО позволяет понять, насколько стабильна работа алгоритма при обработке сигналов с различными характерными шумами и флуктуациями. Низкое СКО свидетельствует о том, что алгоритм выдает результаты, близкие к истинным значениям, что является важным для надежности алгоритма. СКО может использоваться для сравнения различных алгоритмов фильтрации или оценки сигнала.

В качестве тестирования были выбраны следующие типы маневров. Модели, представленные ниже, рассчитаны с помощью программы MATLAB.

Летно-технические характеристики Су-57 [3]:

Размер крыла – 14 метров.

Длина самолета – 19,7 метров.

Высота самолета – 4,8 метров.

Площадь крыла – 82 квадратных метра.

Масса пустого самолета – 18500 килограмм.

Масса нормальная взлетная – 30610 килограмм.

Масса максимальная взлетная – 37000 килограмм.

Масса топлива – 11100 килограмм.

Максимальная скорость – 2600 километр/час.

1. Маневр «горка». Этот маневр широко используется в авиации для изменения высоты и горизонтальной скорости в определенные моменты времени. Моделирование основано на принципах кинематики, учитывающих как вертикальные, так и горизонтальные компоненты движения, а также влияние силы тяжести.

При моделировании использовались следующие параметры: максимальная скорость полета задана 2600 км/ч или 722 м/с. Для расчетов приняты стандартные значения физических параметров атмосферы и поля тяготения: ускорение свободного падения $g = 9.81 \text{ м/с}^2$, плотность воздуха $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$. Эти величины используются при вычислении аэродинамических сил. Заданы аэродинамические коэффициенты, а именно коэффициент подъемной силы и коэффициент сопротивления. Маневр разбит на три временных этапа, а именно прямолинейный полет, подъем и снижение, общая продолжительность маневра составила 45 с. Начальная высота полета 500 м, а макси-

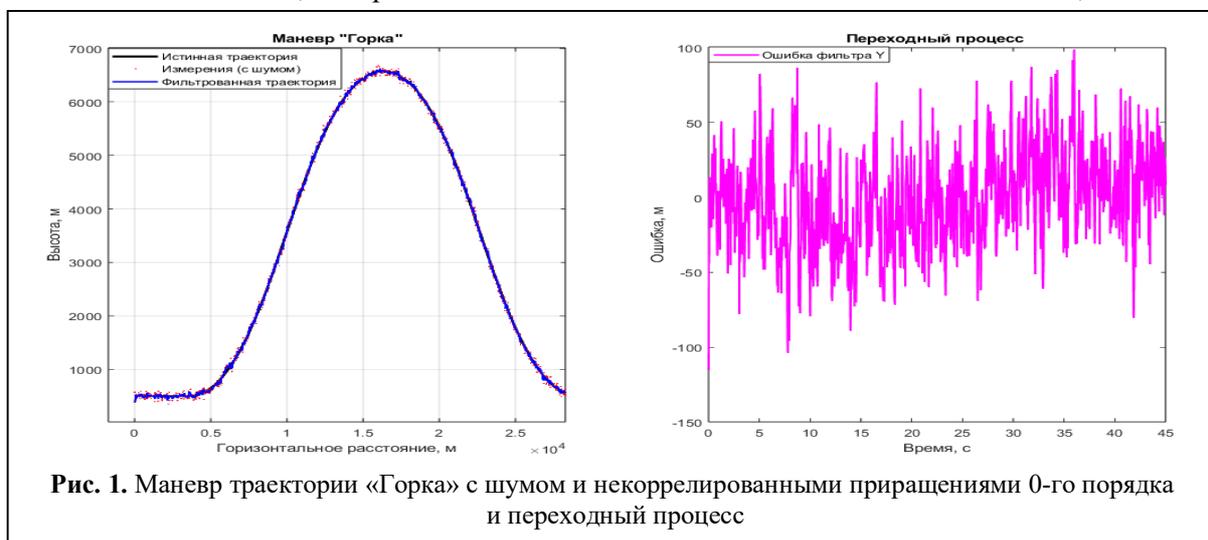


Рис. 1. Маневр траектории «Горка» с шумом и некоррелированными приращениями 0-го порядка и переходный процесс

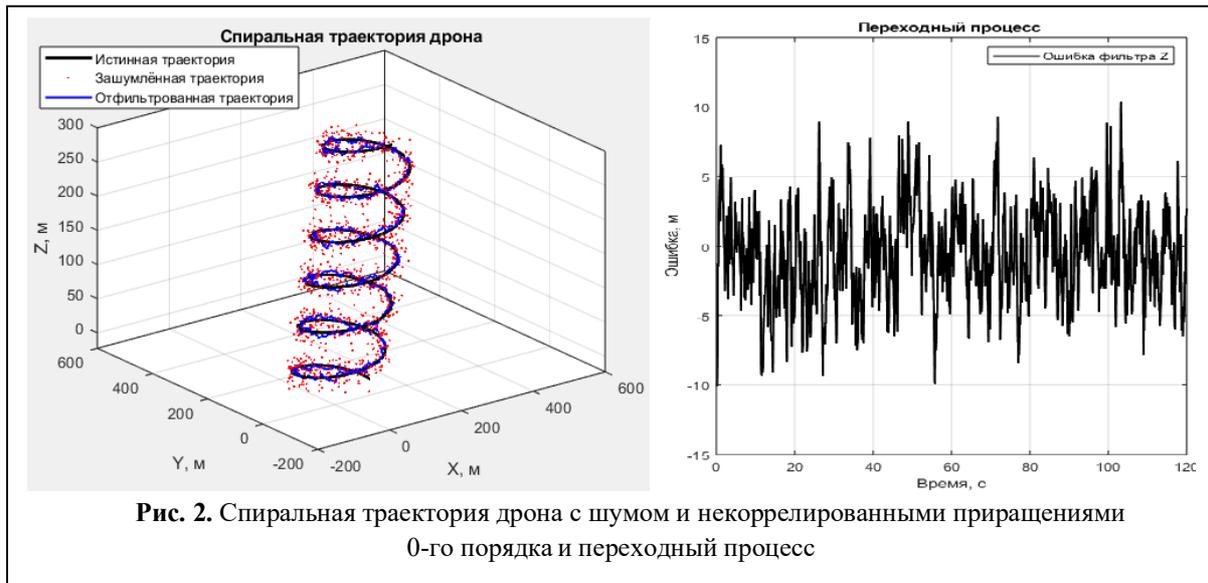


Рис. 2. Спиральная траектория дрона с шумом и некоррелированными приращениями 0-го порядка и переходный процесс

мальный угол тангажа составляет 40° .

2. Маневр «Спираль». В качестве объектной модели использованы ключевые параметры БПЛА (масса, крейсерская скорость, угловая скорость вращения) и характеристики окружающей среды. Модель построена на базе математического описания кинематики и динамики беспилотного летательного ап-

парата с использованием дифференциальных уравнений движения. Для моделирования траектории использовались следующие параметры: скорость полета 130 км/ч, радиус спирали 100 м и скорость изменения высоты (тангаж) 2 м/с. Вектор скорости дрона был скорректирован с учетом влияния ветра, что позволило реалистично воспроизвести пове-

Таблица 2. Сравнение фильтров при маневре «горка»

Фильтр	Среднее СКО, при интенсивности шума 50 м, (м)	Среднее СКО, при интенсивности шума 100 м, (м)	Прирост точности по СКО, при интенсивности шума 50 м, (%)	Прирост точности по СКО, при интенсивности шума 100 м, (%)	Среднее время переходного процесса, (с), при интенсивности шума 50 м	Среднее время переходного процесса, (с), при интенсивности шума 100 м
0-го порядка с некоррелированными приращениями	41.11	64.81	17.78	35.19	0.04	0.04
1-го порядка с некоррелированными приращениями	33.87	67.15	32.27	32.85	0.03	0.03
2-го порядка с некоррелированными приращениями	29.87	60.02	40.25	39.98	0.05	0.04
Сингера 0-го порядка	41.10	64.52	17.80	35.48	0.03	0.03
Сингера 1-го порядка	30.04	59.91	39.92	40.09	0.04	0.03

Таблица 3. Сравнение фильтров при спиральной траектории

Фильтр	Среднее СКО, при интенсивности шума 50 м, (м)	Среднее СКО, при интенсивности шума 100 м, (м)	Прирост точности по СКО, при интенсивности шума 50 м, (%)	Прирост точности по СКО, при интенсивности шума 100 м, (%)	Среднее время переходного процесса, (с), при интенсивности шума 50 м	Среднее время переходного процесса, (с), при интенсивности шума 100 м
0-го порядка с некоррелированными приращениями	29.02	57.8	41.96	42.20	0.09	0.1
1-го порядка с некоррелированными приращениями	37.75	57.01	24.5	42.99	0.89	2.72
2-го порядка с некоррелированными приращениями	19.71	37.75	60.58	62.25	1.46	2.93
Сингера 0-го порядка	28.93	57.95	42.15	42.05	0.09	0.1
Сингера 1-го порядка	38.88	77.37	22.23	22.63	0.07	0.05

дение беспилотника в полевых условиях.

Результаты анализа

Для оценки эффективности различных алгоритмов фильтрации при маневрировании по траектории типа «горка» (резкое изменение высоты с последующим выравниванием) и спиральной траектории, при коэффициенте сглаживания 0.5 получены результаты занесенные в таблицу 2 и таблице 3.

Обсуждение и перспективы

Анализ результатов, представленных в таблицах 2 и 3, показывает, что эффективность фильтров существенно зависит от типа маневра. При маневре «горка» все фильтры демонстрируют схожее поведение: фильтры 2-го порядка и Сингера 1-го порядка обеспечивают наименьшее СКО и наибольший прирост точности, что связано с их способностью учитывать ускорение. Однако при спиральной траектории преимущества фильтров 2-го порядка становятся ещё более очевидными, особенно при высокой интенсивности шума, поскольку они лучше отслеживают изменение скорости и ускорения, присутствующие спирали, но у всех моделей есть ограничения. Фильтры с фиксированными пара-

метрами не всегда могут приспособиться к резким изменениям маневра. Это может привести к увеличению ошибки при переходе от одного типа движения к другому.

Основные перспективы развития данной темы связаны с применением адаптивных и комбинированных алгоритмов фильтрации. Такие подходы позволяют автоматически подстраивать параметры фильтра под текущий маневр, переключаться между моделями в зависимости от динамики движения и обеспечивать оптимальную точность оценки траектории дрона в условиях изменяющейся внешней среды.

Заключение

Анализ результатов фильтрации траекторий при различных интенсивностях шума показывает, что все рассмотренные алгоритмы фильтрации позволяют снизить среднее СКО по сравнению с нефитрированными измерениями.

При маневре «Горка» Фильтры 0-го порядка с некоррелированными приращениями и Сингера демонстрируют схожую эффективность. При интенсивности шума 50 м СКО составляет 41.11 м и 41.10 м, а при шуме 100 м составляет 64.81 м и 64.52 м. При-

рост точности по СКО составляет около 17.8...18.0 % и 35.0...35.5 %. Это говорит о том, что для маневра «горка» классический фильтр 0-го порядка и фильтр Сингера обеспечивают практически одинаковую точность оценивания, что объясняется преобладающим влиянием пассивности фильтра при резком изменении высоты. Фильтр 1-го порядка с некоррелированными приращениями обеспечивает заметное улучшение точности по сравнению с фильтрами 0-го порядка. При шуме 50 м СКО снижается до 33.87 м (прирост точности 32.27 %), а при шуме 100 м составляет до 67.15 м (прирост 32.85 %). Это указывает на то, что учёт скорости движения в фильтре позволяет лучше отслеживать динамику маневра и уменьшать динамическую ошибку, особенно в фазе набора и сброса высоты. Фильтр 2-го порядка и Сингера 1-го порядка обеспечивают наилучшую точность оценивания. Наименьшее СКО достигается при использовании фильтра 2-го порядка (29.87 м при шуме 50 м и 60.02 м при шуме 100 м) и фильтра Сингера 1-го порядка (30.04 м и 59.91 м). Прирост точности по СКО составляет около 40 % при обоих уровнях шума. Это говорит о том, что моделирование ускорения (или использование более сложной модели движения по Сингеру) позволяет наиболее точно воспроизводить траекторию при резких маневрах типа «горка». Время переходного процесса у всех фильтров находится в диапазоне 0.03...0.05 с. При этом минимальное время переходного процесса 0.03 с наблюдается у фильтров 1-го порядка и Сингера 0-го порядка, а максимальное 0.05 с — у фильтра 2-го порядка. Это означает, что фильтры более высокого порядка, несмотря на лучшую точность, могут иметь несколько большее время установления, что следует учитывать при проектировании систем с жёсткими требованиями к быстродействию.

При спиральной траектории поведение фильтров существенно отличается от манёвра «горка». Это связано с непрерывным изменением направления движения и наличием вращательной составляющей. Фильтры 0-го

порядка с некоррелированными приращениями и Сингера показывают высокую эффективность при шуме 50 м СКО составляет 29.02...28.93 м (прирост 42.0–42.2 %), при шуме 100 м составляет 57.8–57.95 м (прирост 42 %). Это свидетельствует о том, что для плавного, но интенсивного манёвра типа спирали фильтры 0-го порядка обеспечивают хорошее подавление шума при относительно малом времени переходного процесса (0.09...0.1 с). Фильтр 1-го порядка при спиральной траектории показывают неоднозначные результаты: при шуме 50 м СКО возрастает до 37.75 м (прирост 24.5 %), при шуме 100 м составляет до 57.01 м (прирост 43.0 %). Это указывает на то, что учёт скорости в данном случае может приводить к ухудшению точности в условиях непрерывного изменения направления движения. Фильтр 2-го порядка демонстрируют наилучшую точность при шуме 50 м СКО снижается до 19.71 м (прирост 60.6 %), при шуме 100 м составляет до 37.75 м (прирост 62.3 %). Это говорит о том, что для спиральной траектории моделирование ускорения позволяет наиболее точно отслеживать динамику движения и обеспечивать максимальное подавление шума. Фильтр Сингера 1-го порядка при спиральной траектории показывает худшую эффективность: при шуме 50 м СКО составляет 38.88 м (прирост 22.2 %), при шуме 100 м составляет 77.37 м (прирост 22.6 %). Это может быть связано с тем, что модель Сингера, ориентирована на резкие манёвры. Время переходного процесса при спиральной траектории существенно выше, чем при манёвре «горка», для фильтров 1-го и 2-го порядка оно составляет 0.89...2.93 с. Это объясняется тем, что спиральная траектория требует более длительного времени установления для нормального отслеживания вращательной составляющей движения.

Литература

1. А. С. Солонар, П. А. Хмарский, С. В. Цуприк. Траекторный измеритель координат и параметров движения наземных объектов по дан-

ным бортовой оптико-локационной системы. Гирроскопия и навигация. Том 31. №3 (122), 2023

2. С.В. Дворников, С.А. Якушенко, А.И. Сагдинов, Д.А. Журавлёв. Алгоритм оценки несущей частоты сигнала по распределенной синхрокомбинации, оптимальный по критерию минимума

Поступила 02 сентября 2025 г.

среднеквадратической ошибки // Труды учебных заведений связи 2021. Т. 7. № 3

3. Истребитель пятого поколения Су57: летно-технические характеристики – РИА Новости, 03.03.2020 [Электронный ресурс] – URL: <https://ria.ru/20191224/1562757163.html>

The paper provides modeling and comparative analysis of the effectiveness of various filtering algorithms in estimating the trajectory of a supermaneuverable target. Filters of the 0th, 1st, and 2nd orders with uncorrelated increments, as well as Singer filters of the 0th and 1st orders, are considered. The study was performed for two types of maneuvers: the "slide" and the spiral trajectory of the UAV. The analysis was carried out at different levels of noise intensity (50 and 100 m), the average COE, the increase in COE accuracy and the average transition time were calculated.

Key words: : acoustic noise, personal protective equipment, microphone, 3D printing, laboratory stand.

Казанцев Даниил Аркадьевич – магистрант кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

E-mail: kazancev.02@mail.ru

Костров Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: kostrov.46@mail.ru

Адрес: 602264, г. Муром, ул. Орловская, 23.