

УДК 51.73

**Физика полета БПЛА**

Коробов М.А., Рыжкова М.Н.

В современном мире беспилотные летательные аппараты (БПЛА) становятся неотъемлемой частью многих сфер нашей жизни. Статья посвящена рассмотрению основных кинематических и динамических уравнений, описывающих траекторию полета БПЛА. Устанавливается связь между координатами в земной системе координат и траекторной системе координат, привязанной к БПЛА. Кроме того, в статье показано, как учесть главный фактор реальной среды, в которой движется БПЛА – ветер. Рассмотренная модель будет использована для построения симулятора движения БПЛА с учетом ветра, который сможет стать одним из учебных пособий, используемых для обучения пилотов БПЛА.

*Ключевые слова:* математическая модель, траектория движения БПЛА, кинематические уравнения, динамические уравнения.

**Введение**

В современном мире беспилотные летательные аппараты (БПЛА) становятся неотъемлемой частью многих сфер нашей жизни. От агрокомплексов до спасательных операций, использование квадрокоптеров и других автономных самолетов стремительно расширяется. Эта технология обладает огромным потенциалом для повышения эффективности и безопасности во множестве отраслей.

В сельском хозяйстве БПЛА используются для точного мониторинга посевов, точечного внесения удобрений и пестицидов, а также для аэрофотосъемки больших территорий. Спасательные службы применяют беспилотники для разведки местности, доставки грузов в труднодоступные районы и даже для поисково-спасательных операций. Кроме того, эта технология находит применение в сферах инфраструктурного строительства, инспекции промышленных объектов, логистике и многих других.

Однако управление БПЛА в реальных условиях – процесс, требующий систематизированного подхода к обучению пилотов. Одним из таких подходов может стать обучения на различных симуляторах, в том числе в виртуальной реальности. Актуальность такого подхода описана в [1]. Моделирование процессов управления БПЛА – одна из важнейших задач при построении симуляторов, может быть решена различными способами, как, например в [2-5].

Статья посвящена анализу ключевых алгоритмов, лежащих в основе проектирования учебного симулятора полета на беспилотном

летательном аппарате. Данный симулятор предназначен для подготовки пилотов-операторов БПЛА, которые играют важную роль в широком внедрении этой технологии в различных отраслях. Рассмотрение алгоритмов моделирования полета, управления, а также визуализации процесса позволит оценить перспективы реализации таких симуляторов в образовательных целях.

**1. Описание траектории движения БПЛА**

Для описания кинематических характеристик БПЛА условимся считать его материальной точкой, которая движется так, как движется его центр масс. Положение центра масс принято определять в системе отсчета относительно Земли, в так называемой земной системе координат. Начало этой системы координат располагается на поверхности земли в некоторой неподвижной точке  $O$ . Ось  $Oy$  направлена вертикально против вектора силы тяжести. В данной модели предполагается, что Земля рассматривается как плоская на некоторой ограниченной площади поверхности, то есть Земля в указанной системе представляется как плоскость, образуемая осями координат  $Ox$  и  $Oz$ . Следовательно, положение центра масс летательного аппарата относительно Земли можно описать, задавая координаты  $(x, y, z)$ . Если за направление движения взять положительное направление оси  $Ox$ , то ось  $Oz$  будет задавать боковое смещение от прямолинейного движения. Высота полета отсчитывается по оси  $Oy$ .

Для дальнейшей работы введем обозначения:  $L$  – дальность полета, координата тела вдоль оси  $Ox$ ,  $H$  – высота полета, координата

вдоль оси  $Oy$ ,  $Z$  – боковое смещение, координата вдоль оси  $Oz$ ,  $V$  – скорость движение тела.

Траектория движения – это линия, описываемая телом во время движения. Для определения положения необходимо задать закон изменения каждой координаты от времени.

Обозначим через  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  – проекции скорости БПЛА на соответствующие оси, тогда:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V_x, \\ \frac{dy}{dt} &= V_y, \\ \frac{dz}{dt} &= V_z, \\ V^2 &= V_x^2 + V_y^2 + V_z^2.\end{aligned}$$

Для удобства определения положения БПЛА используем траекторную систему координат ( $Ox_k Oy_k Oz_k$ ) – подвижная система координат, ось  $Ox_k$  которой совпадает с направлением земной скорости  $V_k$ , ось  $Oy_k$  лежит в вертикальной плоскости, проходящей через ось  $Ox_k$ , и направлена обычно вверх. Если ввести угол  $\Psi$  – угол пути, или угол поворота траектории, который является углом между проекцией вектора скорости на траекторную горизонтальную плоскость и осью  $Ox$  нормальной системы координат и угол  $\Theta$  – угол наклона к горизонту касательной к траектории БПЛА (угол между вектором скорости и траекторной горизонтальной плоскостью), который называют углом наклона траектории, то можно установить связь между траекторной и земной системами отсчета [6]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V \cos \Psi \cos \Theta, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \Theta, \\ \frac{dz}{dt} &= -V \cos \Theta \sin \Psi.\end{aligned}\quad (1)$$

Эти уравнения являются уравнениями движения центра масс БПЛА в земной системе координат.

Для описания динамических уравнений движения центра масс БПЛА в траекторной системе координат введем следующие обозначения:  $m$  – масса БПЛА,  $\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$ ,  $\Sigma F_z$  – силы, действующие на летательный аппарат в процессе полёта в проекциях на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ :  $G = mg$  – сила тяжести,  $P$  – сила тяги,  $X'$  –

сила лобового сопротивления,  $Y'$  – подъёмная сила,  $Z'$  – боковая сила.

Тогда динамические уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = \Sigma F_x, \\ mV \frac{d\Theta}{dt} = \Sigma F_y, \\ -mV \frac{d\Psi}{dt} \cos \Theta = \Sigma F_z. \end{cases}$$

С учетом сил, действующих на тело, получим следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{P-X'}{m} - g \sin \Theta, \\ \frac{d\Theta}{dt} = \frac{(Y'+P\alpha) \cos \gamma}{mV} - \frac{g}{V} \cos \Theta, \\ \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{(Y'+P\alpha) \sin \gamma}{mV \cos \Theta}, \end{cases}\quad (2)$$

$\gamma$  – угол крена,  $\alpha$  – угол наклона силы тяги к оси  $Oz$ .

Совместив систему (1) и систему (2) получим математическую модель, представляющую собой систему из шести дифференциальных уравнений, описывающих положение и движения центра масс БПЛА [7].

Применимость данной модели дополнительно обосновывается тем, что движение центра масс беспилотного летательного аппарата (БПЛА) обладает высокой инерционностью, а колебания вокруг центра масс вызывают сравнительно небольшие отклонения в траектории полёта БПЛА, что соответствует решению поставленной задачи.

## 2. Учет дополнительных условий при моделировании полета БПЛА

При моделировании полета БПЛА важную роль играет ветер. Учитывая, что скорость ветра на малых высотах обычно невелика, необходимо принимать во внимание относительно небольшой вес этих аппаратов. Вектора воздушной скорости, ветра, и путевой скорости образуют так называемый навигационный треугольник скоростей (НТС) – основу основ аэронавигации. Здесь  $V$  – воздушная скорость – это скорость движения воздушного судна относительно воздушной массы, в которой проходит полет.  $Vt$  – путевая скорость – скорость воздушного судна относительно земли.  $U$  – скорость ветра,  $\varphi$  – угол сноса.

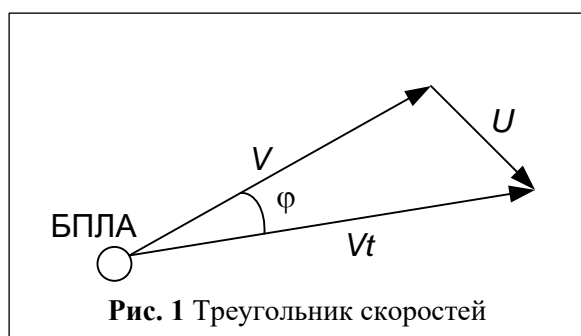


Рис. 1 Треугольник скоростей

Формула путевой скорости выводится методом проецирования векторов воздушной скорости и ветра на соответствующую ось и выглядит следующим образом:

$$Vt = V \cos \varphi + U \cos \varphi.$$

Для учета влияния ветра, в математическую модель, представляющую собой систему из шести дифференциальных уравнений, описанную системами (1) и (2) необходимо подставить путевую скорость.

При этом, необходимо отметить, что здесь сделано предположение о том, что ветер дует в плоскости  $xOz$ , то есть в плоскости, параллельной Земле.

### Заключение

Для разработки симуляторов управления БПЛА необходимо в их основу положить математическую модель движения. В работе рассмотрены кинематические и динамические уравнения, описывающие движения тела в системе отсчета, связанной с Землей.

Кроме того, рассмотрено, как учесть влияние бокового ветра на траекторию движения БПЛА.

Поступила 19 июня 2024 г.

In the modern world, unmanned aerial vehicles (UAVs) are becoming an integral part of many areas of our lives. The article is devoted to the consideration of the main kinematic and dynamic equations describing the UAV flight trajectory. The relationship between the coordinates in the earth's coordinate system and the trajectory coordinate system tied to the UAV is established. In addition, the article shows how to take into account the main factor of the real environment in which the UAV moves - the wind. The considered model will be used to build a UAV motion simulator taking into account the wind, which can become one of the teaching aids used to train UAV pilots.

**Key words:** mathematical model, UAV motion trajectory, kinematic equations, dynamic equations.

*Коробов Максим Александрович* – магистрант кафедры Физики и прикладной математики Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

*Рыжкова Мария Николаевна* – к.т.н., доцент, декан факультета информационных технологий и радиоэлектроники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

Адрес: 602264, Муром, ул. Орловская, д. 23.

Рассмотренная модель будет использована для построения симулятора движения БПЛА с учетом ветра, который сможет стать одним из учебных пособий, используемых для обучения пилотов БПЛА.

### Литература

- Исаев Р. Р., Исмагилов А. А. Методические аспекты обучения пилотированию БПЛА с применением компьютерных симуляторов // Вестник Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы. 2019. №2 (50). С. 6 – 11.
- Markov A.V., Simankov V.I. Algorithm of building UAV flight trajectories for static target surveillance // Doklady BGUIR. 2019, Vol. 122, No. 4, pp. 57-63.
- Мельников Алексей Викторович, Гайдай Виктор Александрович, Рогозин Евгений Алексеевич Построение оптимальной траектории полета беспилотного летательного аппарата при выполнении задачи поиска // Вестник ВИ МВД России. 2017. №1. С.52-62.
- Шувакин Ю.А. Моделирование кинематики и динамики полета беспилотного летательного аппарата // Проблемы Науки. 2016. №16 (58). С.44-47.
- Мустаев А. Ф. Алгоритм формирования траектории движения БПЛА с использованием технологии обработки и распознавания изображений объектов // Вестник науки. 2020. №1 (22). С. 176-180.
- Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://baumanka.pashinin.com>
- Моисеев В.С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами. — Казань: ГБУ «Республиканский центр мониторинга качества образования», 2013. — 768 с.