УДК 621.396

## Алгоритм математического моделирования шумовых характеристик интегральной микросхемы ФАПЧ

Якименко К.А., Попков О.В., Колпаков А.Д.

В данной статье представлен алгоритм математического моделирования спектральной плотности мощности (СПМ) фазовых шумов интегрального синтезатора частот на основе системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Полученная модель позволяет оценить уровень фазовых шумов синтезатора для любых опорных и выходных частот.

*Ключевые слова*: фазовая автоподстройка частоты, ФАПЧ, фазовый шум, математическая модель, частотно-фазовый детектор.

Уровень фазовых шумов — важнейшая характеристика «качественных» показателей сигнала, формируемого синтезатором частот. Фазовый шум оценивается спектральной плотностью мощности (СПМ) в зависимости от частоты отстройки от несущей. В настоящее время широко используются математические модели СПМ фазовых шумов синтезаторов для предварительной оценки уровня шумов на этапе проектирования, а также для анализа вкладов составных блоков в результирующий уровень СПМ фазовых шумов с целью оптимизации шумовых характеристик устройства.

Принцип математического моделирования СПМ фазовых шумов синтезаторов заключается в том, что каждый составной блок синтезатора передает шум предыдущего блока в соответствии со своим коэффициентом передачи и добавляет собственный шум, представленный в виде модели на основе степенного полинома [1–4]. Полином имеет от двух до четырех составляющих, пропорциональных различным типам шумов: частотным шумам случайных блужданий, фазовым и частотным фликкер-шумам, белому фазовому шуму и т.п.

Особенность моделирования заключается в том, что у многих составных блоков (например, частотно-фазовый детектор) напрямую экспериментально измерить уровень фазовых шумов не представляется возможным. Целью данной работы является разработка алгоритма моделирования СПМ фазовых шумов

интегрального синтезатора на основе ФАПЧ по экспериментальным данным.

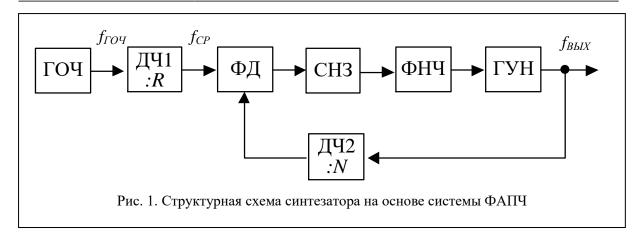
Структурная схема синтезатора на основе ФАПЧ представлена на рис. 1. На схеме применены следующие обозначения: ГОЧ — генератор опорной частоты; ЧФД — частотнофазовый детектор; СНЗ — система накачки заряда; ФНЧ — фильтр нижних частот; ГУН — генератор, управляемый напряжением; ДЧ1, ДЧ2 — делители частоты.

Математическая модель синтезатора на основе ФАПЧ имеет следующий вид

$$S_{CY}(F) = \left[ \frac{S_{TOY}(F)}{R^2} + S_{\phi A \Pi Y}(F) \right] \cdot \left| H_{31}(F) \right|^2 + S_{TYH}(F) \cdot \left| H_{32}(F) \right|^2, \tag{1}$$

где  $H_{31}(F)$  — передаточная функция замкнутого кольца ФАПЧ; — передаточная функция замкнутого кольца ФАПЧ;  $S_{\Phi A\Pi \Psi}(F)$  — эквивалентные шумы ФАПЧ, состоящие из шумов ЧФД, делителей частоты и ФНЧ;  $S_{\Gamma O \Psi}(F)$  и  $S_{\Gamma V H}(F)$  — математические модели СПМ фазовых шумов генератора опорной частоты и генератора, управляемого напряжением, соответственно. В общем виде данные модели определяются как:

$$S_{\Gamma}(F) = \frac{G \cdot K_{III} \cdot k \cdot T}{2 \cdot P} \times \left[ \frac{f_{\alpha}}{F^{3}} \cdot \left( \frac{f_{0}}{2 \cdot Q} \right)^{2} + \frac{1}{F^{2}} \cdot \left( \frac{f_{0}}{2 \cdot Q} \right)^{2} + \frac{f_{\alpha}}{F} + 1 \right],$$



где G — коэффициент усиления транзистора;  $K_{I\!I\!I}$  — коэффициент шума транзистора; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; P — высокочастотная мощность, передаваемая в резонатор; Q — добротность нагруженного резонатора;  $f_0$  — выходная частота генератора;  $f_\alpha$  — граничная частота области преобладания фликкер-шума в спектре шума транзистора; F — отстройка частоты от несущей.

Основной вклад в уровень фазовых шумов ФАПЧ, как правило, вносят частотно-фазовые детекторы, состоящие из логической части и аналоговой части (системы «накачки заряда»). Модель СПМ фазовых шумов ЧФД определяется выражением [5]:

$$S_{H\Psi\Phi\Pi}(F) = S_{H\Psi\Phi\Pi\_\Pi\Psi}(F) + S_{H\Psi\Phi\Pi\_A\Psi}(F) =$$

$$= \frac{4\pi^2}{f_{cp}^{-2}} K_{H\Psi\Phi\Pi}^2 \left( \frac{8kT}{3s_{mp}} \left( \frac{f_{\alpha}}{F} + 1 \right) \right) +$$

$$+ \frac{4\left( 4kTs_{mp} \left( \frac{f_{\alpha}}{F} + 1 \right) \right)}{s_{\Psi\Phi\Pi}} \left( \frac{\tau_{c\delta p}}{f_{cp}^{-1}} \right)^2, \qquad (2)$$

где  $K_{H^{\prime}\Phi\mathcal{J}}$  — усредненный коэффициент чувствительности для логической схемы ЧФД,  $s_{mp}$  — крутизна проходной характеристики транзистора при максимальном токе в области переключения,  $\tau_{c\tilde{o}p}$  — длительность импульсов сброса триггеров. По (2) видно, что данная модель зависит от частоты сравнения. Остальные параметры являются одинаковыми для одной и той же микросхемы. В

результате выражение (2) можно представить в виде:

$$S_{\phi_{A\Pi^{\prime}I}}(F) = f_{cp}^2 \left( \frac{10^a}{F} + 10^b \right).$$
 (3)

Таким образом, получение модели СПМ фазовых шумов интегрального синтезатора ФАПЧ сводится к вычислению коэффициентов a и b.

Алгоритм моделирования СПМ фазовых шумов синтезатора сводится к выполнению следующих шагов:

- 1. Аппроксимация СПМ фазовых шумов ГОЧ и ГУН.
- 2. Экспериментальное исследование СПМ фазовых шумов интегрального синтезатора ФАПЧ.
- 3. Интерполяция СПМ фазовых шумов интегрального синтезатора ФАПЧ.
- 4. Получение передаточных характеристик по внешним и внутренним шумам.
- 5. Определение степенных коэффициентов ФАПЧ.

Для проведения экспериментальных исследований в работе использовался стенд на основе отладочной платы с интегральной микросхемой 1508ПЛ9Т в качестве синтезатора ФАПЧ. Микросхема содержит делитель частоты опорного сигнала, делитель частоты выходного сигнала ГУН, а также частотнофазовый дискриминатор и систему накачки заряда. Для работы необходим внешний ГУН и петлевой ФНЧ, устанавливаемые на дополнительной печатной плате. Структурная

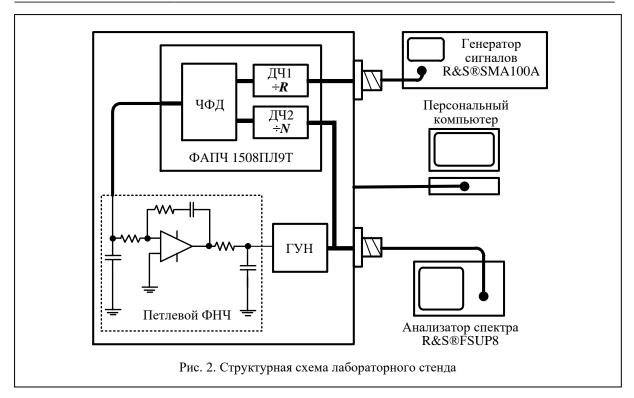


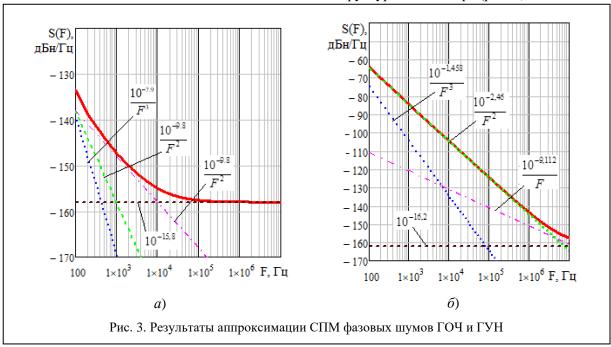
схема используемого лабораторного стенда представлена на рис. 2.

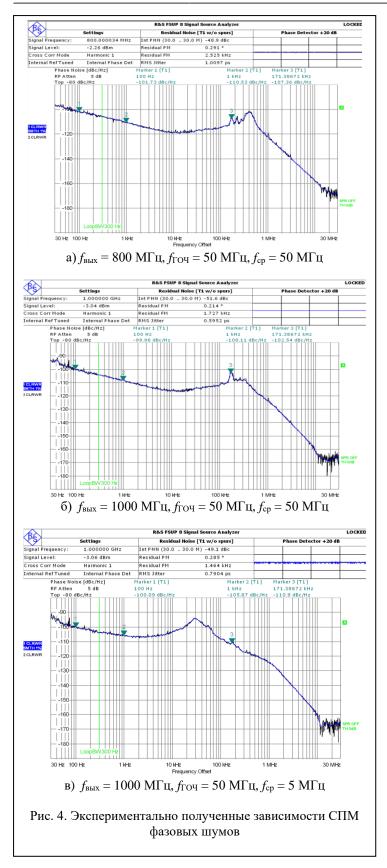
В качестве генератора опорной частоты использовался лабораторный генератор R&S SMA100A; в качестве ГУН — интегральный генератор CVCO55CWQ-0800-1600; в качестве ФНЧ — активный фильтр третьего порядка, реализованный на операционном усилителе.

Синтезатор, реализованный на лабораторном стенде способен формировать сигнал в диапазоне от 800 до 1600 МГц.

На первом этапе алгоритма были получены коэффициенты аппроксимации СПМ фазовых шумов ГОЧ и используемого ГУН (рис. 3).

На втором этапе были получены экспериментальные зависимости СПМ фазовых шумов при различных частотных соотношениях в структуре синтезатора (рис. 4).





На третьем этапе полученные экспериментально зависимости СПМ фазовых шумов были интерполированы кубическими сплайнами с помощью функций *interp* и *cspliine*.

На четвертом этапе были получены передаточные функции модели ФАПЧ

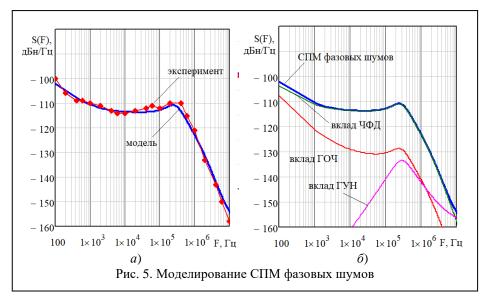
$$\begin{split} H_{31}(p) &= \frac{H_{1}(p)N}{1 + H_{1}(p)}; \\ H_{32}(p) &= \frac{1}{1 + H_{1}(p)}; \\ H_{1}(p) &= \frac{F_{\phi H^{q}}(p) \cdot s_{\phi \overline{A}} \cdot s_{\Gamma V H}}{p}, \end{split}$$

где  $F_{\Phi H^q}(p)$  — передаточная функция ФНЧ;  $s_{\Phi J}$  — крутизна дискриминационной характеристики ФД;  $s_{\Gamma V\!H}$  — крутизна регулировочной характеристики ГУН.

Передаточная функция для заданного типа фильтра равна

$$F_{\phi H^{q}}(p) = \frac{1}{p \cdot C_{1}} \cdot \left(\frac{1 + pR_{2}C_{2}}{pR_{1}C_{2}}\right) \cdot \frac{1}{1 + pR_{3}C_{3}}.$$

На пятом этапе были на основе выражения (1) было получено выражение для расчета СПМ собственных фазовых шумов интегральной микросхемы ФАПЧ



$$\begin{split} S_{\phi A\Pi^{q}}(F) &= \frac{10^{\frac{Soxen_{-ummepn(F)}}{10}}}{H_{31}(p,F)} - \left[\frac{S_{TO^{q}}(F)}{R^{2}}\right] \times \\ &\times \left|H_{31}(F)\right|^{2} + S_{TVH}(F) \cdot \frac{\left|H_{32}(F)\right|^{2}}{\left|H_{31}(F)\right|^{2}} \,. \end{split}$$

В результате была получена функция, зависящая от частоты отстройки, представляющая собой вклад интегральной микросхемы ФАПЧ в общий уровень СПМ фазовых шумов синтезатора. Коэффициенты аппроксимации, определяющие «вес» фликкер-шума и белого шума, составили a = -18,7053656866, b = -21,7053656866094.

Полученные значения коэффициентов использовались для моделирования СПМ фазовых шумов и сравнения их с экспериментальными данными. На рис. 5 представлены результаты моделирования СПМ фазовых шумов с использованием полученных

коэффициентов при параметрах  $f_{\rm вых}=1000$  МГц,  $f_{\rm ГОЧ}=50$  МГц,  $f_{\rm cp}=50$  МГц, а также результаты расчета вкладов составных блоков синтезатора в результирующий уровень фазовых шумов.

В таблице 1 представлены результаты оценки экспериментальных и расчетных данных по критерию согласия Пирсона. Расчет был проведен для нескольких значений СПМ фазовых шумов (на отстройках от несущей 100 Гц, 1 кГц, 100 кГц, 1 МГц, 10 МГц) при трех экспериментах при параметрах моделирования:

$$1. f_{\text{вых}} = 0.8 \; \Gamma \Gamma \text{ц}, f_{\Gamma \text{OY}} = 50 \; \text{М} \Gamma \text{ц}, f_{\text{cp}} = 50 \; \text{М} \Gamma \text{ц};$$

$$2. f_{\text{вых}} = 1 \ \Gamma \Gamma_{\text{Ц}}, f_{\Gamma \text{OЧ}} = 50 \ \text{М} \Gamma_{\text{Ц}}, f_{\text{cp}} = 50 \ \text{М} \Gamma_{\text{Ц}};$$

3. 
$$f_{\text{вых}} = 1 \ \Gamma \Gamma_{\text{Ц}}, f_{\Gamma \text{ОЧ}} = 50 \ \text{М}\Gamma_{\text{Ц}}, f_{\text{ср}} = 5 \ \text{М}\Gamma_{\text{Ц}}.$$

По результатам моделирования и расчета можно сказать, что алгоритм математического моделирования шумовых характеристик интегральной микросхемы ФАПЧ

Таблица 1.

	1 эксперимент		2 эксперимент		3 эксперимент	
	$S_{ m эксп}$ , д ${ m F}$	$S_{ m pac  ext{ iny q}}$ , д ${ m F}$	$S_{ m эксп}$ , д ${ m B}$	$S_{ m pac  ext{                                   $	$S_{ m эксп}$ , д ${ m F}$	$S_{ m pac  ext{ iny q}}$ , д ${ m B}$
$F = 100 \Gamma$ ц	-101,7	-104	<b>-99</b>	-102,13	-100	-101,7
$F = 1 к \Gamma$ ц	-110	-113	-108	-110,62	-105	-109
$F = 10$ к $\Gamma$ ц	-118	-115	-117	-113,47	-103	-109,7
$F = 100 к \Gamma$ ц	-115	-114,7	-113	-112,79	-109	-119
$F = 1 M\Gamma$ ц	-123	-124,7	-123	-122,83	-125	-143
$F = 10 \text{ M}\Gamma$ ц	-158	-155	-165	-154,35	-160	-157,5
$\chi^2$	0,290797065		1,003262277		3,730165771	
$\chi^2(0,05;5)$	15,08627247					
p-value	0,962302219		0,997812594		0,588881317	

позволяет получить коэффициенты аппроксимации модели СПМ фазовых шумов ФАПЧ, которые можно использовать для предварительной оценки СПМ фазовых шумов синтезатора частот.

## Литература

- 1. Banerjee D. PLL Performance, Simulation and Design Handbook (4th ed.). National Semiconductor, 2006. 338 p.
- 2. Kroupa V.F. Phase Lock Loops and Frequency Synthesis. New York: John Wiley&Sons, Ltd, 2003, 320 p.

- 3. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972. 447 с.
- 4. Ромашов В.В., Якименко К.А., Докторов А.Н., Паутов Е.Р. Математические модели спектральной плотности мощности фазовых шумов интегральных микросхем ФАПЧ // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2019. № 3 (35). С. 44–55.
- 5. Жабин А.С., Кулешов В.Н., Голубков А.В. Собственные шумы ИЧФД и их влияние на работу синтезатора частот // Вестник МЭИ. № 1. 2011. С. 60-68.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук МК-358.2022.4.

## Поступила 15 сентября 2023 г.

This article presents an algorithm for mathematical modeling of the power spectral density (PSD) of phase noise of an integrated frequency synthesizer based on a phase-locked frequency (PLL) system. The resulting model allows us to estimate the level of phase noise of the synthesizer for any reference and output frequencies.

Keywords: phase-locked frequency, PLL, phase noise, mathematical model, frequency-phase detector.

Якименко Кирилл Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: yakimenko.kirill@yandex.ru

Попков Олег Владимирович – студент Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

Колпаков Андрей Дмитриевич — студент Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

Адрес: 602264, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23.