

УДК 621.391.004

Сравнительный анализ трех способов формирования синхронных ансамблей кардиоосцилляций при кардиоайгенокопии

Аббас Р.М., Аль-Кавати А.А., Косарева К.В.

В статье рассмотрены три способа формирования синхронных ансамблей кардиоосцилляций при айгенокопии и приведен их сравнительный анализ.

Ключевые слова: кардиоайгенокопия; синхронный ансамбль; объединённый синхронный ансамбль; развёрнутый синхронный ансамбль; собственный вектор; PQRST-цикл.

Введение

Кардиоайгенокопия [1-4] — инновационный способ хранения и автоматического анализа многоканальных ЭКГ, полученных по нескольким отведениям, в основе которого лежит представление PQRST-циклов в базисах собственных векторов [5] ковариационных матриц [6] этих циклов. Структурная схема кардиоайгенокопа приведена на рис. 1.



Рис. 1. — Структурная схема кардиоайгенокопа (по формуле полезной модели №128470): 1 — блок формирования синхронного ансамбля; 2 — вычислитель матрицы плотности; 3 — вычислитель собственных пар (собственных векторов и собственных значений); 4 — блок восстановления кардио-сигнала и анализа признаков

Кардиоайгенокоп относится к числу анализаторов сигналов с адаптивным базисом; общее преимущество таких анализаторов и способ их анализа описаны в [7].

Построение базиса собственных векторов в кардиоайгенокопе основано на формировании синхронных ансамблей кардиоосцилляций. Синхронный ансамбль состоит из элементов — отрезков ЭКГ заданной длины, каждый из которых с точностью до дискрета связан со своим R-зубцом. Эффективный способ определения положения R-зубцов и формирования синхронного ансамбля описан в [3] и [8].

При работе кардиоайгенокопа возможно использование трёх типов синхронных ансамблей:

1. Синхронные ансамбли, построенные для каждого отдельного отведения, далее кратко именуемые СА.

2. Объединённый синхронный ансамбль, в который записываются элементы всех СА, далее ОСА.

3. Развёрнутый синхронный ансамбль, каждый элемент которого получается путём объединения элементов ансамблей разных отведений, относящихся к одному и тому же PQRST-циклу, далее РСА.

Если СА и РСА ранее были рассмотрены в [1] и [2], то ОСА впервые рассматривается в данной работе.

В статье рассмотрены три способа формирования синхронных ансамблей кардиоосцилляций и сделан их сравнительный анализ.

Формирование СА, ОСА и РСА

Пусть ЭКГ в нескольких отведениях, поступающая на вход блока 1 кардиоайгенокопа (рис. 1), представлена матрицей, которую можно записать в трёх эквивалентных формах

$$U \equiv U_{L \times Q} \equiv [u_{i,j}]_{L \times Q},$$

где L — число отведений, Q — число дискретов сигнала в каждом из отведений, $u_{i,j}$ — j -ый отсчет ЭКГ в i -ом отведении, \equiv — знак эквивалентности.

В блоке 1 кардиоайгеноскопа определяются положения R-зубцов и номера дискретов, соответствующие их положению, которые записаны в матрицу-строку

$$R^{(max)} \equiv R_{1 \times N}^{(max)} = [r_1^{(max)}, r_2^{(max)}, \dots, r_N^{(max)}]_{1 \times N},$$

где N — число PQRS-циклов в ЭКГ, $1 \leq r_k^{(max)} \leq Q, k = \overline{1:N}$ — номера дискретов, соответствующих k -ому R-зубцу.

Для R-зубцов (начиная со второго и заканчивая предпоследним) определяются номера дискретов начала и конца элементов синхронного ансамбля. Эти номера по порядку их следования записываются в первую и вторую строки двухстрочной матрицы

$$D \equiv D_{2 \times (N-2)} = \begin{bmatrix} \tau_{1,1} & \dots & \tau_{1,k} & \dots & \tau_{1,(N-2)} \\ \tau_{2,1} & \dots & \tau_{2,k} & \dots & \tau_{2,(N-2)} \end{bmatrix}.$$

Первая строка матрицы (3) содержит номера дискретов $\tau_{1,k}$, соответствующих началу, а вторая $\tau_{2,k}$ — концу k -ого элемента ансамбля. Элемент СА с номером j , записанный в виде матрицы-строки в нотации “бра-кет” имеет вид:

$$\langle z^{(i,j)} \rangle = [u_{i,\tau_{1,j}} \dots u_{i,\tau_{2,j}}]_{1 \times M},$$

где i — номер отведения, j — номер PQRS-цикла, M — размерность элемента ансамбля.

ЭКГ может быть представлена своей матрицей покрытия, в которую входят элементы синхронного ансамбля

$$Z \equiv Z_{L \times (N-2)} = [\langle z^{(i,j)} \rangle]_{L \times (N-2)},$$

где $\langle z^{(i,j)} \rangle$ — j -ый элемент синхронного ансамбля i -го отведения в форме «бра», $i = \overline{1:L}, j = \overline{1:(N-2)}$ — индексы элемента синхронного ансамбля.

Рассмотрим формирование СА в отдельном отведении.

СА в k -ом отведении определяется в нотации “бра-кет” соотношением:

$$A \equiv A_{M \times (N-2)}^{(k)} = \langle |z^{(k,1)}\rangle_M, |z^{(k,2)}\rangle_M, \dots, |z^{(k,N)}\rangle_M \rangle_{(N-2)},$$

где $k = \overline{1:L}$ — номер отведения.

Каждый столбец ансамбля (6) — элемент, определяемый соотношением (4), но уже в форме “кет”.

Для формирования матрицы ОСА используется соотношение

$$B \equiv B_{M \times (N-2) \cdot L} = \langle A_{M \times (N-2)}^{(1)}, A_{M \times (N-2)}^{(k)}, \dots, A_{M \times (N-2)}^{(L)} \rangle,$$

где $k = \overline{1:L}$ — номер отведения.

Каждый матричный элемент ОСА (7) определяется соотношением (6), т.е. является СА отдельного отведения.

Соотношение для формирования PCA является матрицей-строкой

$$\Gamma \equiv \Gamma_{M \cdot L \times (N-2)} = |\hat{z}^{(i)}\rangle_{(N-2)},$$

где $\langle \hat{z}^{(i)} \rangle = \langle \langle z^{(1,i)} \rangle, \langle z^{(2,i)} \rangle, \dots, \langle z^{(L,i)} \rangle \rangle$ i -ый элемент PCA в форме «бра» (матрица-строка).

Ковариационная матрица и матрица плотности СА, ОСА и PCA

Ковариационная матрица СА в k -ом отведении определяется в блоке 2 кардиоайгеноскопа (рис.1) соотношением

$$W_A^{(k)} = A^{(k)} \cdot (A^{(k)})' / (N - 2), \tag{4}$$

а матрица плотности СА (МП СА) определяется соотношением

$$\rho_A^{(s(k))} \equiv \rho_A^{(k)} = W_A^{(k)} / Sp(W_A^{(k)}),$$

где $Sp(W_A^{(k)})$ — след (сумма диагональных элементов) ковариационной матрицы.

Ковариационная матрица ОСА определяется соотношением

$$W_B = B \cdot \frac{B'}{N - 2},$$

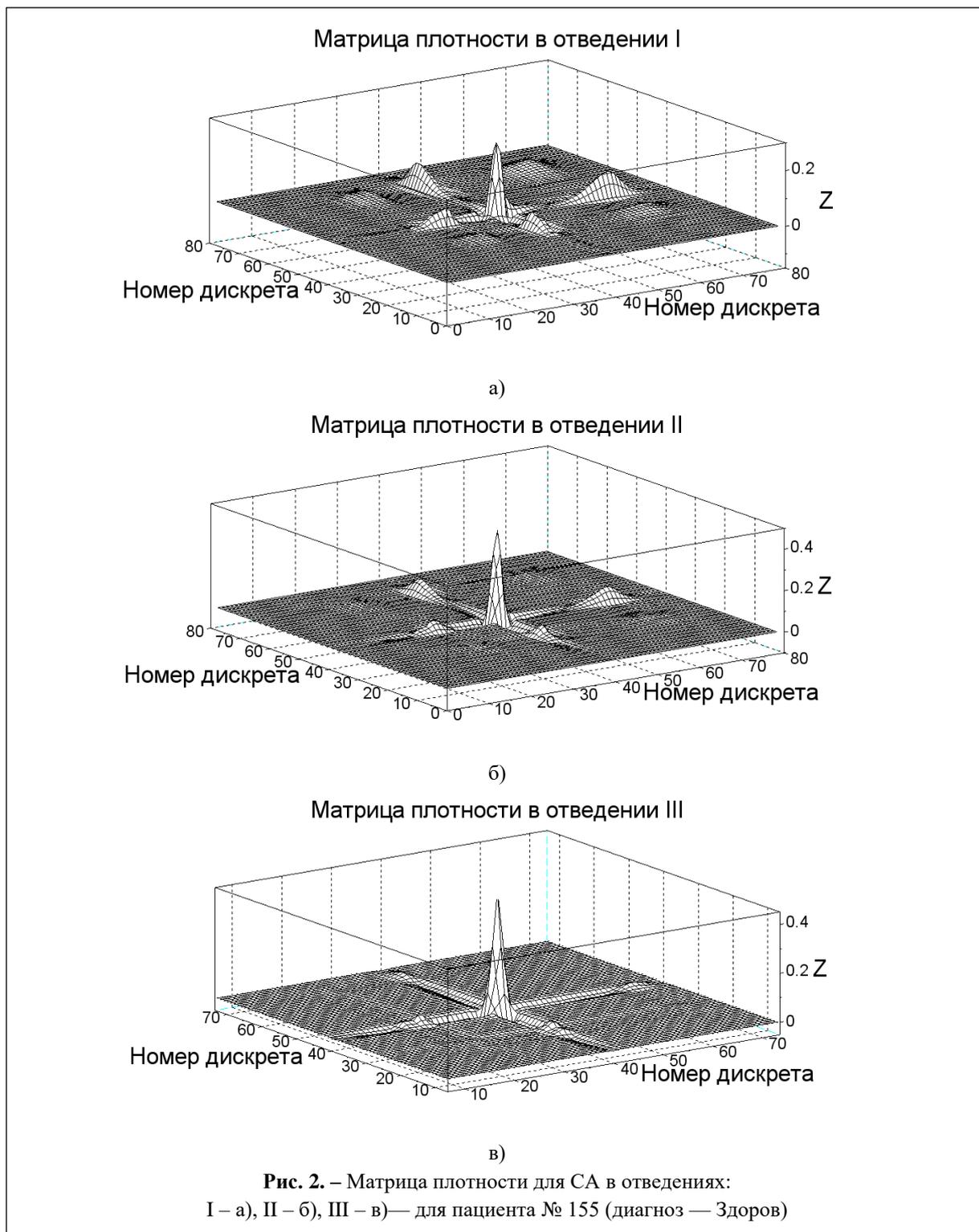
а МП ОСА определяется соотношением

$$\rho_B = \frac{W_B}{Sp(W_B)},$$

где $Sp(W_B)$ — след ковариационной матрицы.

Ковариационная матрица PCA:

$$W_\Gamma = \Gamma \cdot \Gamma' / (N - 2), \tag{6}$$



а МП PCA определяется соотношением

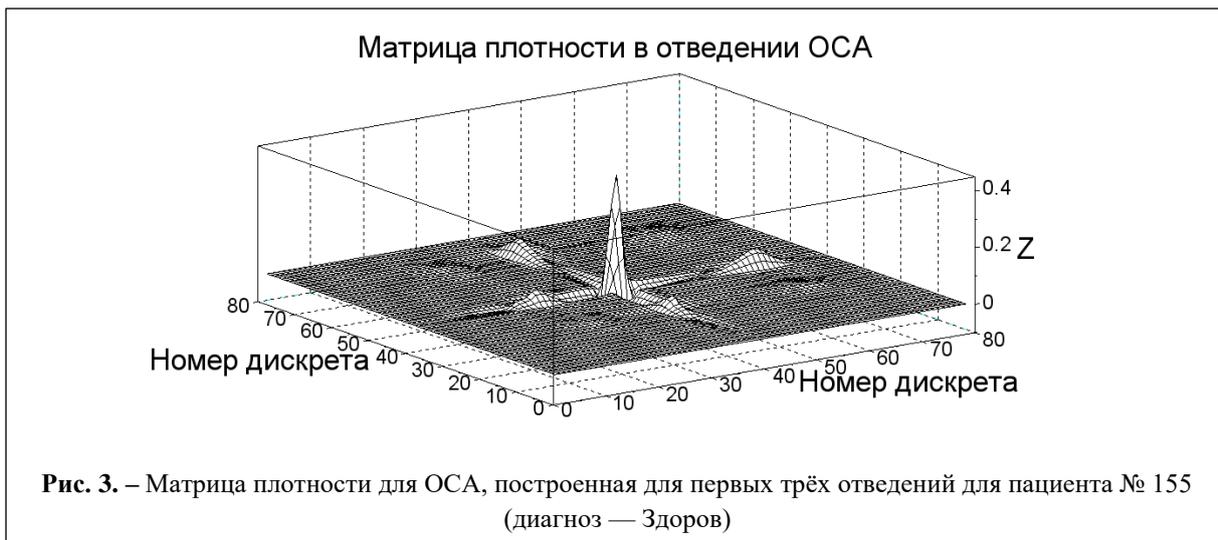
$$\rho_{\Gamma} = \frac{W_{\Gamma}}{Sp(W_{\Gamma})}$$

где $Sp(W_{\Gamma})$ — след ковариационной матрицы.

Для иллюстрации работы кардиоайгено-скопа ограничимся случаем, когда использу-

ются первые три отведения: для здорового человека, запись ЭКГ пациента № 155, и для пациента № 218 с аритмическим синдромом, из общедоступной базы данных [9].

Для пациента № 155: на рис. 2 показана МП СА для первых трёх отведений, построенная с помощью (10); на рис. 3 приведена МП



ОСА для тех же отведений, полученная с помощью (12); МП PCA для трёх отведений, построенная на основании (14), показана на рис.4.

Аналогично для пациента № 218 с аритмическим синдромом на рис.5-7 показаны МП СА, МП ОСА и МП PCA.

Точность представления PQRST-цикла с использованием собственных векторов матриц плотности СА, ОСА и PCA

Ковариационные матрицы и МП, определяемые (9-14) — симметричны и неотрицательно определены (имеют неотрицательные собственные значения). Это позволяет записать соотношения для их собственных пар (собственных векторов (СВ) и собственных значе-

ний (СЗ)) в двух эквивалентных формах, когда СВ представлены в форме «бра» (как и ранее матрица-строка) и форме «кет» (матрица-столбец).

Для СА:

$$\rho_A^{(k)} \cdot |\psi_i^{(k)}\rangle = \lambda_i^{(k)} \cdot |\psi_i^{(k)}\rangle,$$

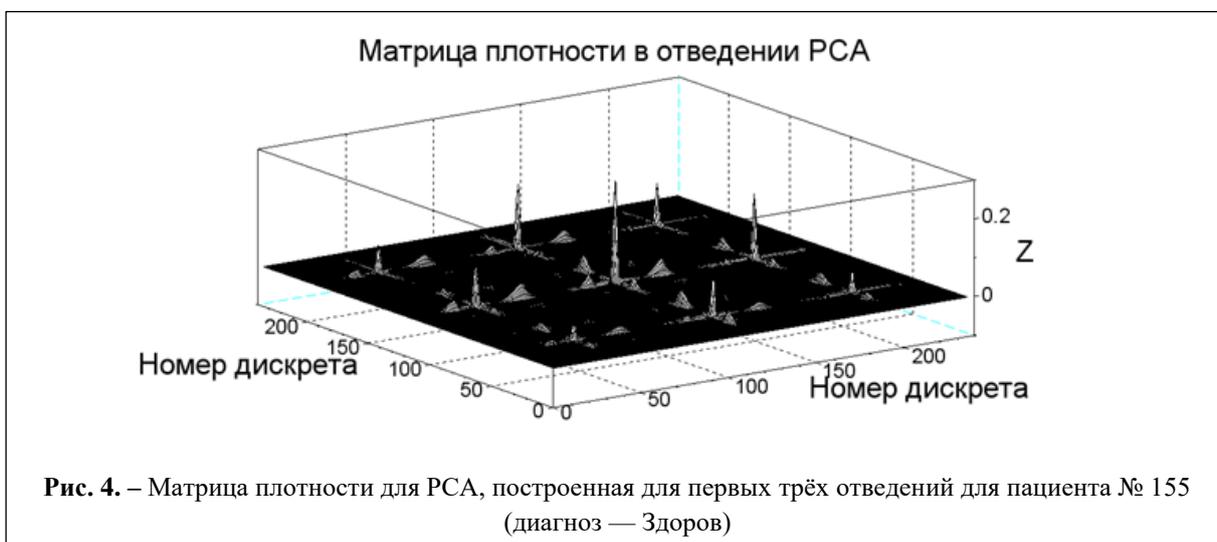
$$\langle \psi_i^{(k)} | \cdot \rho_A^{(k)} = \lambda_i^{(k)} \cdot \langle \psi_i^{(k)} |,$$

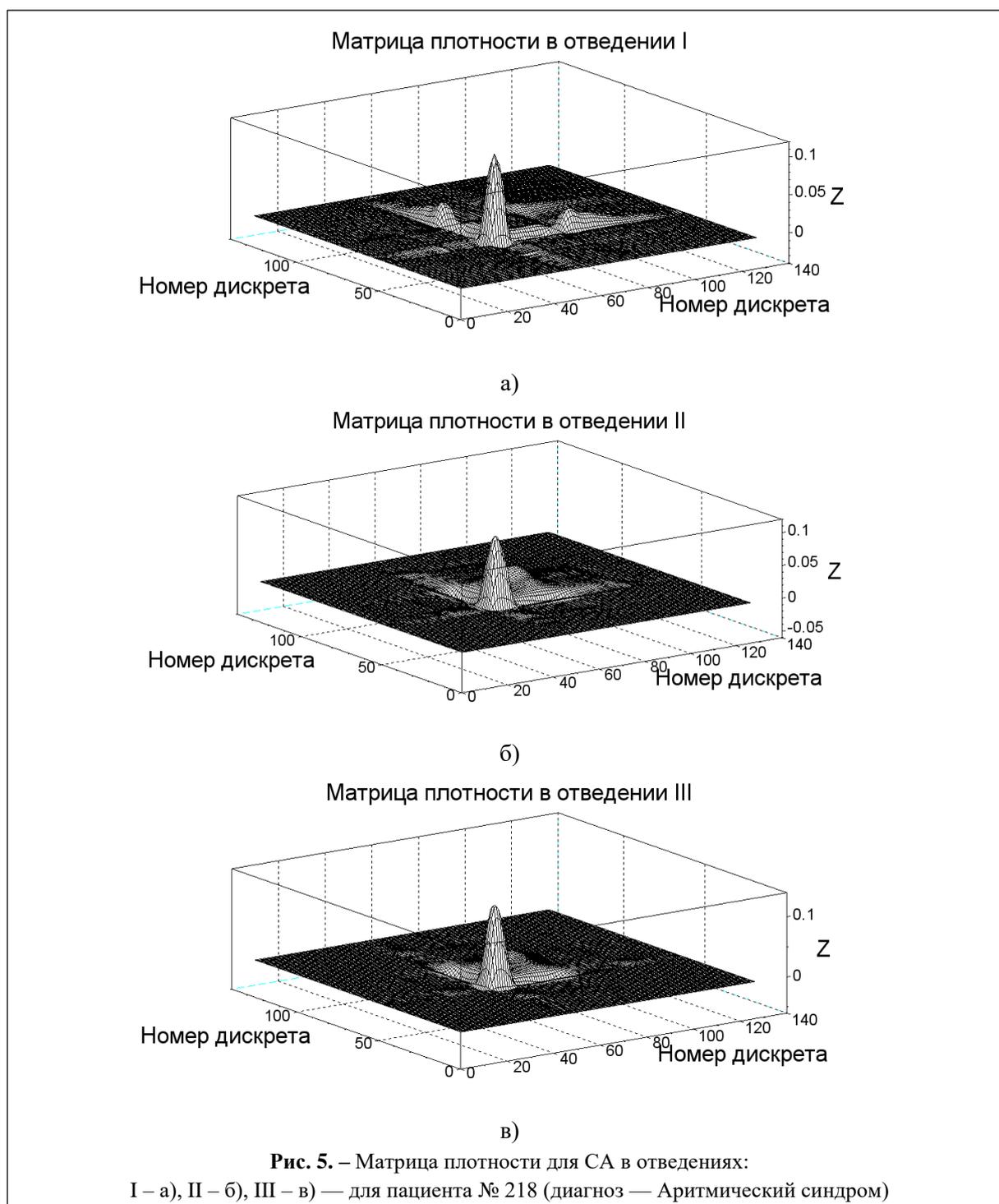
где $|\psi_i^{(k)}\rangle$ или $|\psi_i^{(s(k))}\rangle$ — собственный вектор в форме «кет», $\langle \psi_i^{(k)} |$ — собственный вектор в форме «бра», $\lambda_i^{(k)}$ — собственное значение, $i = \overline{1: M}$ — номер собственной пары.

Для ОСА:

$$\rho_A^{(B)} \cdot |\psi_i^{(B)}\rangle = \lambda_i^{(B)} \cdot |\psi_i^{(B)}\rangle,$$

$$\langle \psi_i^{(B)} | \cdot \rho_A^{(B)} = \lambda_i^{(B)} \cdot \langle \psi_i^{(B)} |,$$





где $|\psi_i^{(B)}\rangle$ и $\langle\psi_i^{(B)}|$ — собственный вектор в формах «кет» и «бра», $\lambda_i^{(B)}$ — собственное значение, $i = \overline{1:M}$ — номер собственной пары.

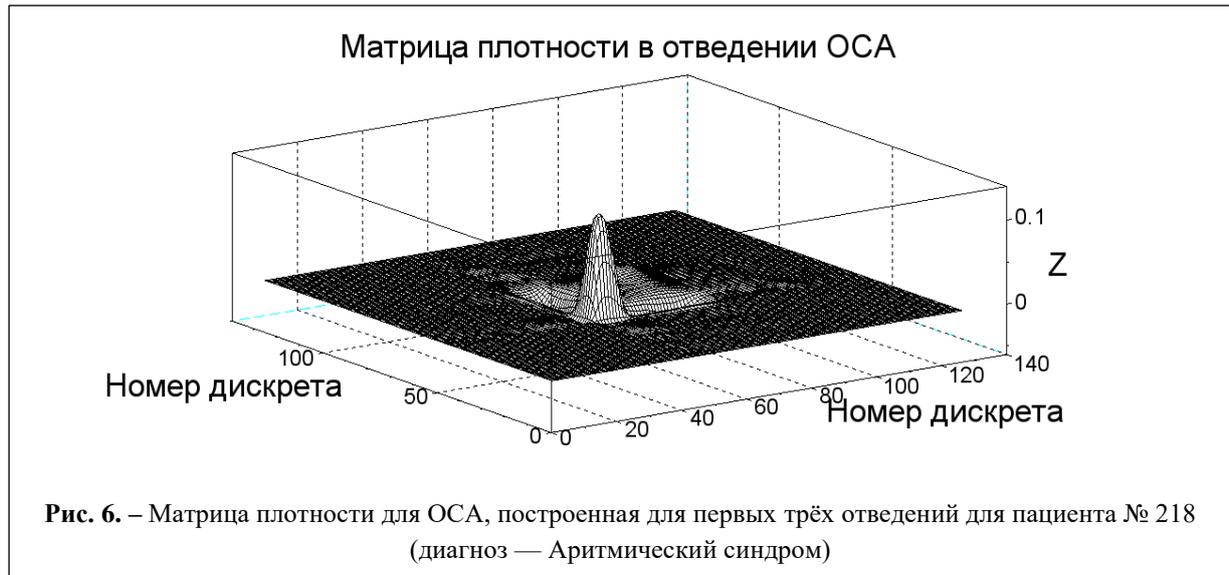
Для PCA:

$$\rho_A^{(\Gamma)} \cdot |\psi_i^{(\Gamma)}\rangle = \lambda_i^{(\Gamma)} \cdot |\psi_i^{(\Gamma)}\rangle,$$

$$\langle\psi_i^{(\Gamma)}| \cdot \rho_A^{(\Gamma)} = \lambda_i^{(\Gamma)} \cdot \langle\psi_i^{(\Gamma)}|,$$

где $|\psi_i^{(\Gamma)}\rangle$ и $\langle\psi_i^{(\Gamma)}|$ — собственный вектор в формах «кет» и «бра», $\lambda_i^{(\Gamma)}$ — собственное значение, $i = \overline{1:M \cdot L}$ — номер собственной пары.

Из (15-17) непосредственно следует ортонормированность базисов СВ, задаваемых МК7 МП СА, ОСА и PCA — (10), (12) и (14).)



Собственные векторы СА и ОСА имеют одинаковую размерность M , что позволяет использовать их для представления элементов ансамблей в любом из отведений.

Так, для СА коэффициенты разложения элементов j -го СА по i -му СВ k -го СА, записанные в виде “бра” и “кет”:

$$\begin{aligned} \langle \alpha_i^{(k,j)} | &= \langle \psi_i^{(k)} | \cdot A^{(j)}, \\ | \alpha_i^{(k,j)} \rangle &= (A^{(j)})' \cdot | \psi_i^{(k)} \rangle, \\ \langle \alpha_i^{(k,k)} | &= \langle \alpha_i^{(k)} |, \end{aligned}$$

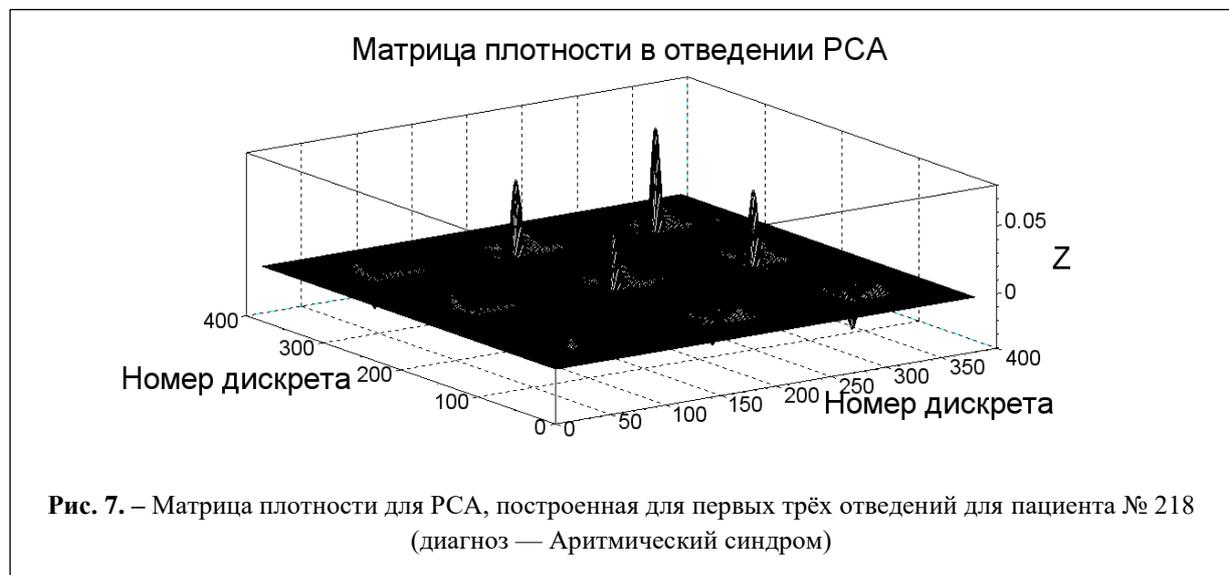
а коэффициенты разложения элементов СА по i -му СВ того же СА, записанные в виде “бра” и “кет”:

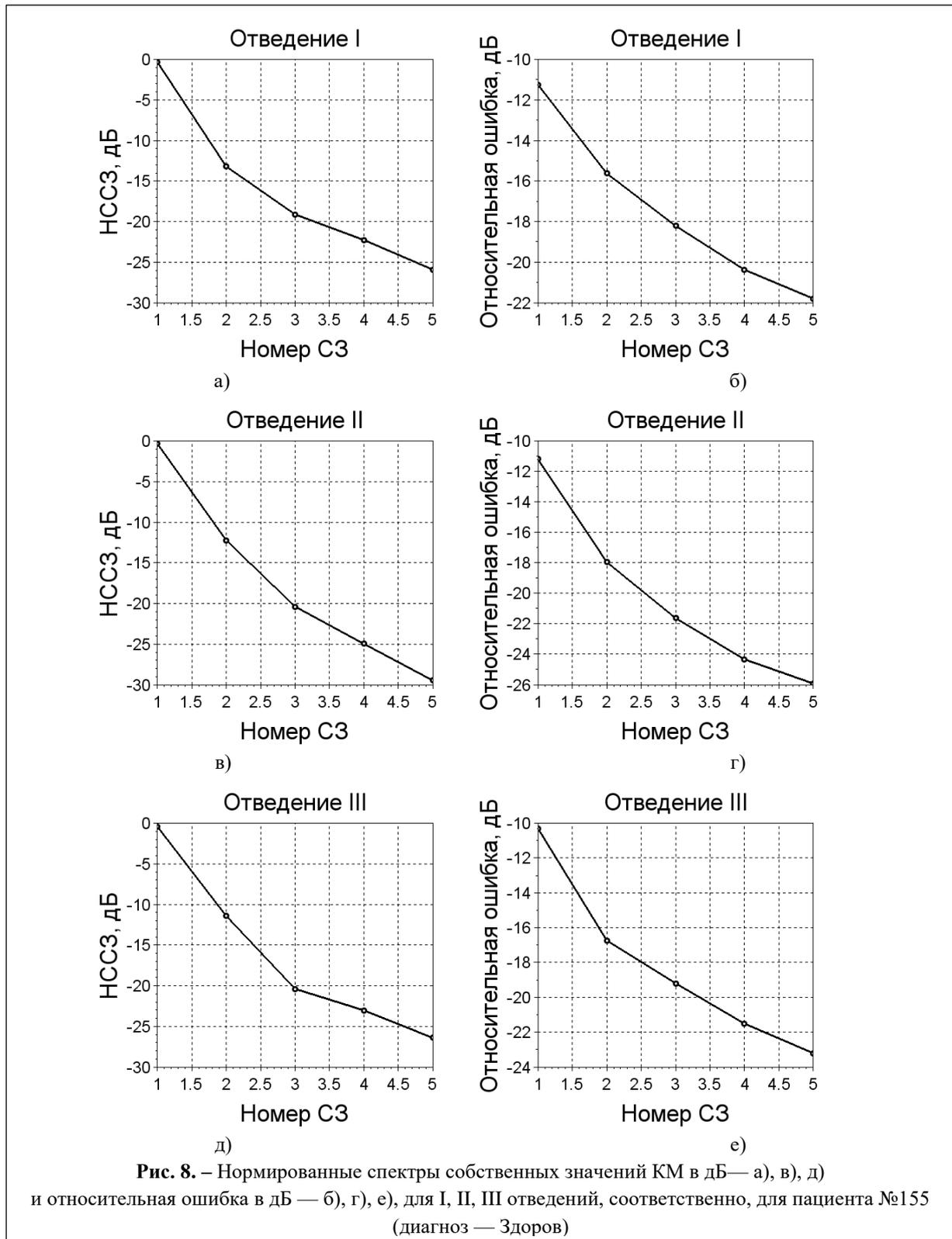
$$\begin{aligned} \langle \alpha_i^{(k)} |_{(N-2) \times 1} &\equiv \langle \psi_i^{(k)} | \cdot A^{(k)} = \langle \alpha_i^{(k)} |, \\ | \alpha_i^{(k)} \rangle_{(N-2) \times 1} &\equiv (A^{(k)})' \cdot | \psi_i^{(k)} \rangle = | \alpha_i^{(k)} \rangle. \end{aligned}$$

Для ОСА коэффициенты разложения ОСА по i -му СВ ОСА, записанные в виде “бра” и “кет”:

$$\begin{aligned} \langle \beta_i |_{1 \times (N-2) \cdot L} &\equiv \langle \psi_i^{(B)} | \cdot B = \langle \beta_i |, \\ | \beta_i \rangle_{(N-2) \cdot L \times 1} &\equiv (B)' \cdot | \psi_i^{(B)} \rangle = | \beta_i \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

Отметим, что благодаря одинаковой размерности M собственных векторов СА и ОСА, возможно представление PQRST-цикла СА в базисе СВ ОСА, с коэффициентами разложения СА по i -му СВ ОСА, записанными в виде “бра” и “кет”:



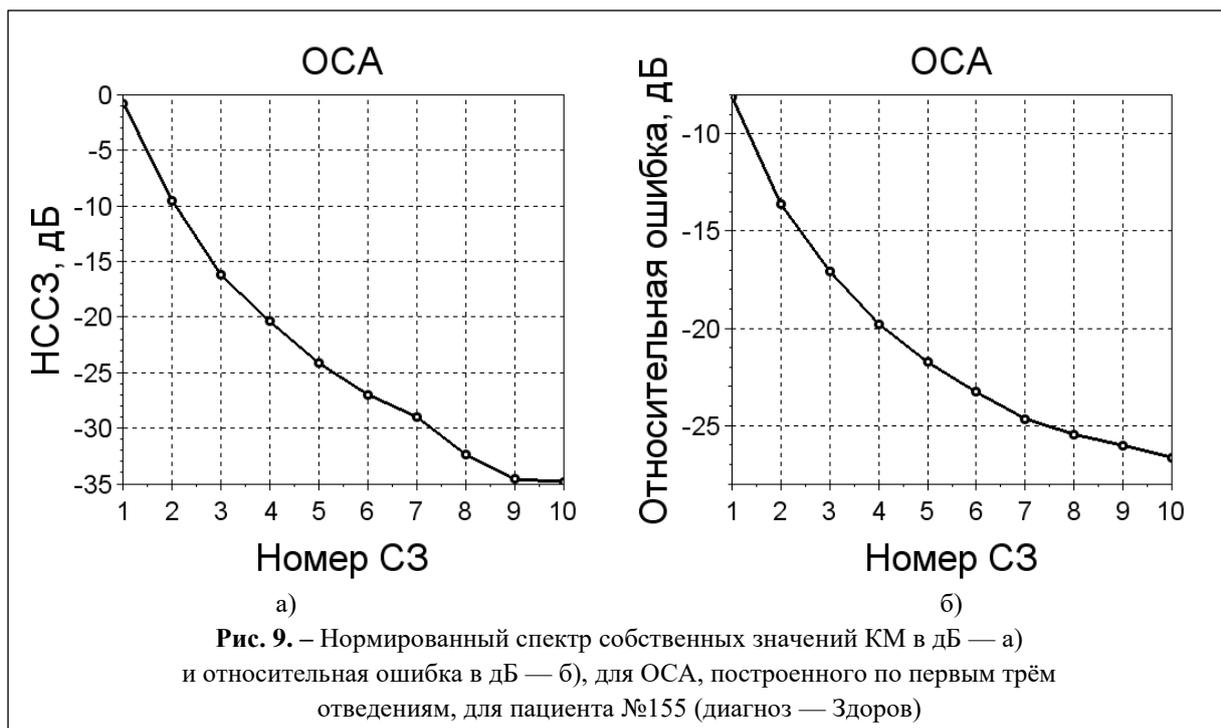


$$\langle \beta_i^{(k)} \rangle = \langle \psi_i^{(B)} \rangle \cdot A^{(k)},$$

$$|\beta_i^{(k)}\rangle = (A^{(k)})' \cdot |\psi_i^{(B)}\rangle, i = \overline{1:M} .$$

Для PCA собственные векторы имеют другую размерность, равную $M \cdot L$. Коэффициенты разложения PCA по i -му СВ PCA, записанные в виде “бра” и “кет”:

$$\langle \gamma_i |_{1 \times (N-2)} \equiv \langle \psi_i^{(T)} | \cdot \Gamma = \langle \gamma_i |,$$



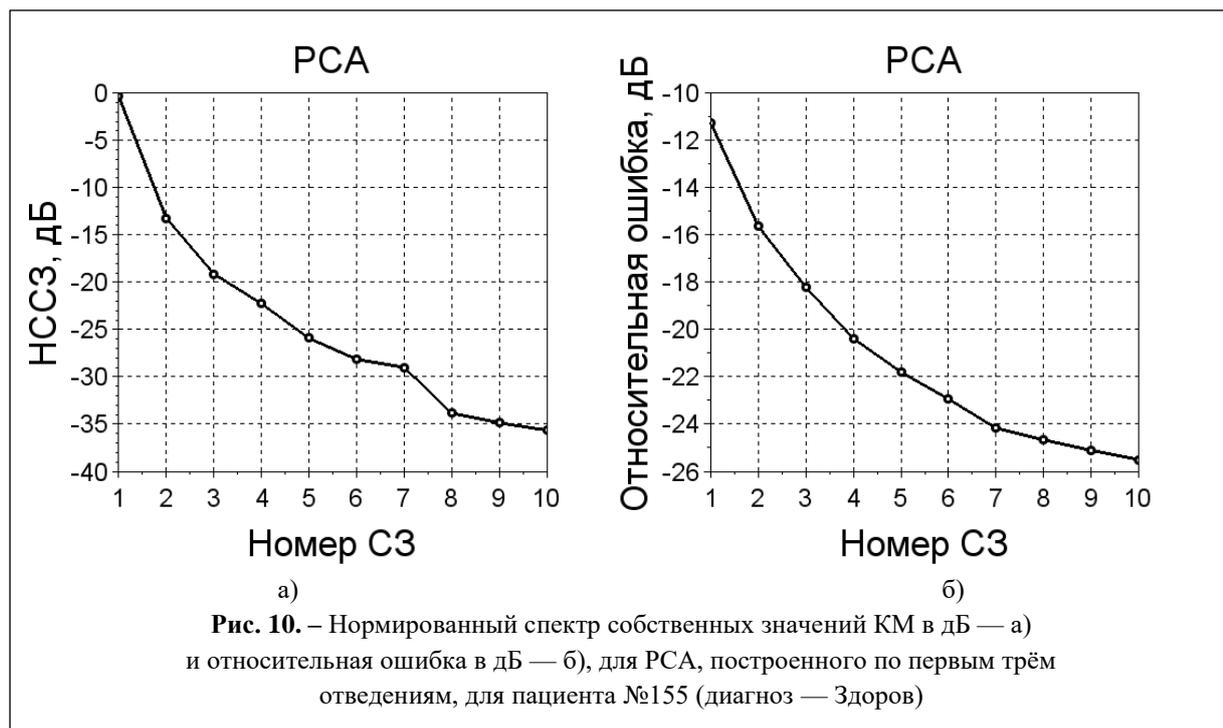
$$|\gamma_i\rangle_{(N-2) \times 1} \equiv (\Gamma)' \cdot |\psi_i^{(\Gamma)}\rangle = |\gamma_i\rangle.$$

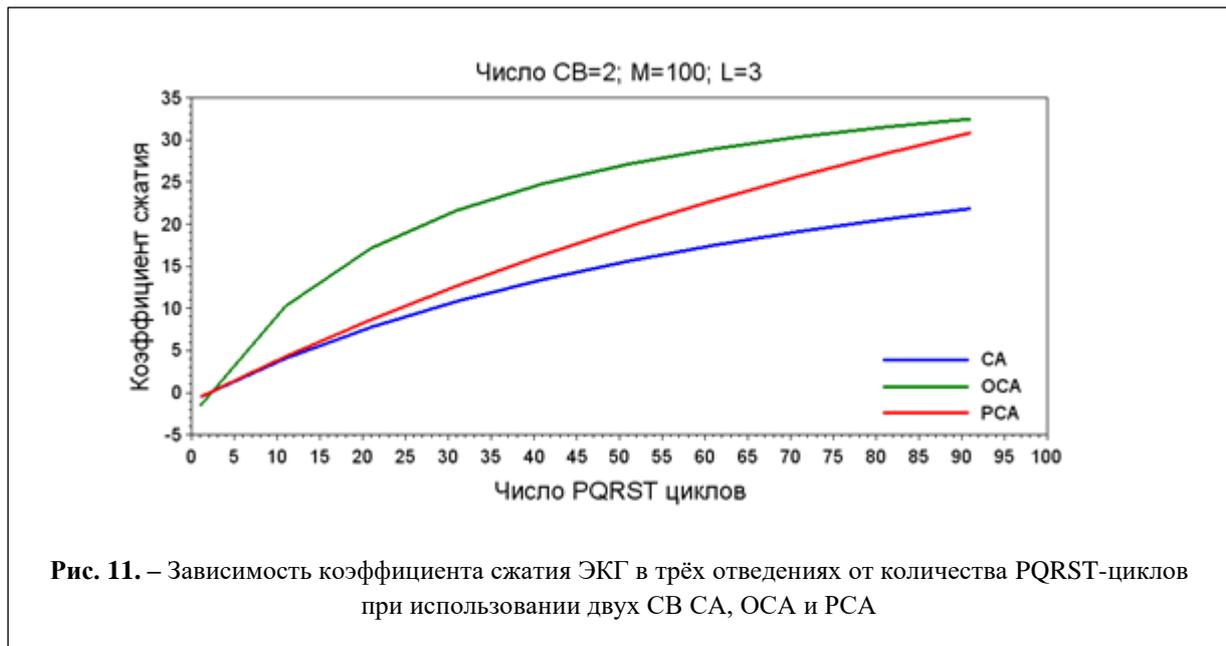
Относительное среднеквадратическое отклонение при представлении элементов с использованием СА, ОСА и РСА в случае использования соответствующих им базисов СВ определяется (23), (24), (25).

Для СА:

$$\delta^{s(k)}(m) = \sum_{i=m+1}^M \lambda_i^{s(k)},$$

где $\delta^{s(k)}$ — относительная среднеквадратическая ошибка, m — количество СВ, используемых для представления элемента ансамбля в k -ом отведении, $\lambda_i^{s(k)}$ — спектр собственных значений МП (равный нормированному к её





следу спектру собственных значений (НССЗ) КМ).

Для OCA:

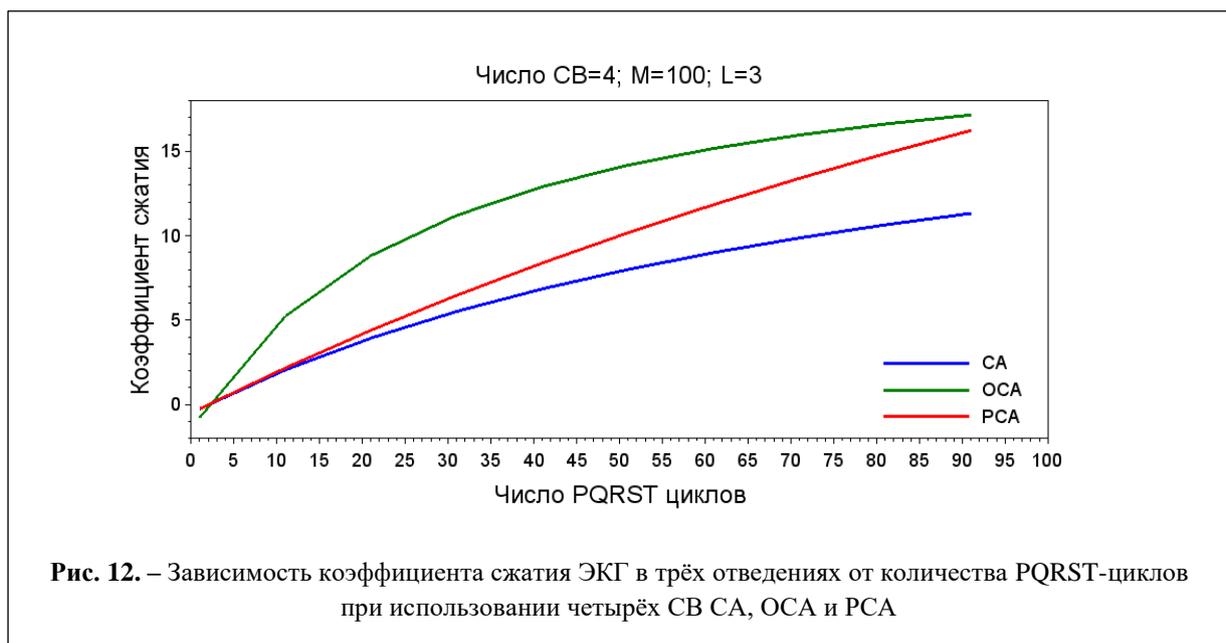
$$\delta^{(B)}(m) = \sum_{i=m+1}^M \lambda_i^{(B)},$$

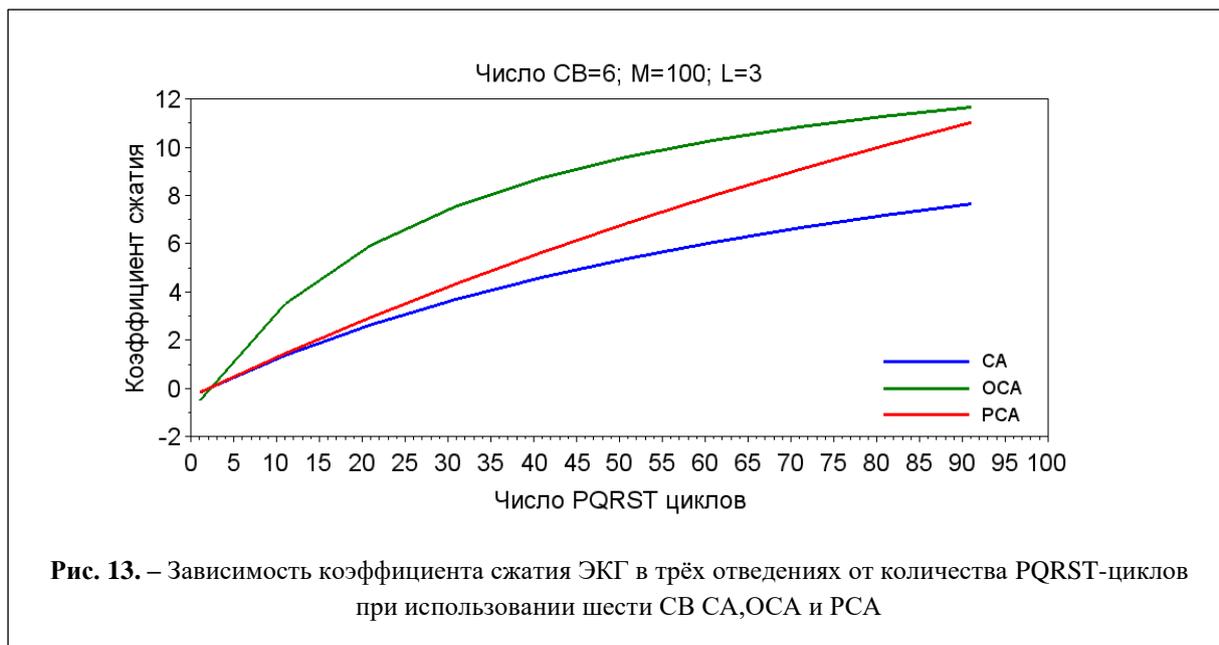
где $\delta^{(B)}$ — относительная среднеквадратическая ошибка представления элемента OCA, m — количество СВ, используемых для представления элемента OCA, $\lambda_i^{(B)}$ — спектр собственных значений МП (равный нормированному к её следу спектру собственных значений (НССЗ) КМ).

Для PCA:

$$\delta^{(\Gamma)}(m) = \sum_{i=m+1}^{M \cdot L} \lambda_i^{(\Gamma)},$$

где $\delta^{(\Gamma)}$ — относительная среднеквадратическая ошибка представления элемента PCA, m — количество СВ, используемых для представления элемента PCA, $\lambda_i^{(\Gamma)}$ — спектр собственных значений МП (равный нормированному к её следу спектру собственных значений (НССЗ) КМ).





Результаты сравнительного анализа для CA, OCA и PCA

На рис.8 представлены нормированные спектры СЗ КМ в дБ — а), в), д) и графики относительной среднеквадратической ошибки в дБ — б), г), е) для СА по отведениям I, II, III для пациента №155 (диагноз — Здоров) [9], соответственно.

Аналогично, показаны нормированные спектры СЗ КМ в дБ — а) и графики относительной среднеквадратической ошибки в дБ — б) для OCA (рис.9) и PCA (рис.10), построенного по первым трём отведениям, для пациента №155 (диагноз — Здоров) [9].

Общее число СВ, необходимых для представления элементов СА для всех отведений ЭКГ с заданной относительной среднеквадратической ошибкой, определяется соотношением

$$m^{(A)}(\delta) = \sum_{k=1}^L m^{s(k)}(\delta).$$

Оценим коэффициенты сжатия ЭКГ, которые могут быть достигнуты при использовании СА, OCA и PCA в системах хранения и автоматического анализа ЭКГ, использующих кардиоайгеноскопию [10] и [11].

Очевидно, что количество чисел, необходимых для хранения ЭКГ при сжатии в базах СА, OCA и PCA соответственно равно:

$$Q_{CA} = m^{(A)}(\delta) \cdot L \cdot M + m^{(A)}(\delta) \cdot L \cdot (N - 2) + (N - 3),$$

$$Q_{OCA} = m^{(B)}(\delta) \cdot M + m^{(B)}(\delta) \cdot L \cdot (N - 2) + (N - 3),$$

$$Q_{PCA} = m^{(\Gamma)}(\delta) \cdot M \cdot L + m^{(\Gamma)}(\delta) \cdot (N - 2) + (N - 3).$$

Для оценки коэффициентов сжатия воспользуемся очевидными соотношениями

$$K_{CA}^{(сж)} = (N - 2) \cdot M \cdot \frac{L}{Q_{CA}},$$

$$K_{OCA}^{(сж)} = (N - 2) \cdot M \cdot \frac{L}{Q_{OCA}},$$

$$K_{PCA}^{(сж)} = (N - 2) \cdot M \cdot \frac{L}{Q_{PCA}}$$

На рис.11-13 приведены графики, рассчитанные в соответствии с формулами (27-32).

Выводы

Показано, что при одинаковом количестве используемых собственных векторов OCA предпочтительнее при сжатии ЭКГ, чем PCA, а PCA предпочтительнее CA. С учётом того, что для достижения заданной точности при использовании СА, OCA и PCA необходимо разное число собственных векторов, OCA будет иметь безусловное предпочтение при умеренной точности представления PQRST-цикла (при δ от 0.02 до 0.05).

Литература

1. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Батин А.С. Патент РФ № 128470. Кардиоайгеноскоп. 09 августа 2012 г.
2. Исакевич В.В., Исакевич Д.В. Способ сжатия и воспроизведения ЭКГ. Патент РФ № 2746844. 8 ноября 2017 г.
3. Исакевич Д.В., Исакевич В.В. Кардиоайгеноскоп — новая полезная модель обработки электрокардиограмм. [Электронное издание]. — М. Издательство Перо, 2016. — 133 с., ISBN 978-5-906851-75-8
4. Исакевич Д.В., Исакевич В.В. Кардиоайгеноскопия 2022: Обзор, глоссарий, примеры и упражнения. [Электронное издание]. — М. Издательство Перо, 2022. — 114 с., ISBN 978-5-00204-251-7
5. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Сушкова Л.Т., Аль-Хадри В.А. Кардиоайгеноскопия: представление и анализ ЭКГ в базисах собственных векторов. 21-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение DSPA – 2019» Москва. 2019. с. 127-131.
6. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва “Наука”, 1973.- 899 с.
7. Исакевич Д.В. О рабочих характеристиках анализатора собственных векторов и компонент сигналов. «Проектирование и технология электронных средств», №3, 2022. с.54-58. ISSN 2071-9809
8. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Аль-Хадри В.А. Патент на полезную модель № 178010. Устройство формирования ансамбля кардиоциклов. 28 июня 2017 г.
9. The TB Diagnostic ECG Database-ThePTBDiagnosticECGDatabase- [Электронный ресурс]. URL: <http://www.physionet.org/physiobank/database/ptbdb/>
10. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Сушкова Л.Т., Аль-Барати Б.С. Патент РФ на полезную модель № 162110. Устройство хранения и анализа ЭКГ. 23 июля 2015 г.
11. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Быстрицкий А.О. Патент РФ на полезную модель № 180638. Устройство хранения и автоматического анализа ЭКГ. 28 июня 2018 г.

Поступила 22 мая 2023 г.

The article considers three ways of forming synchronous ensembles of cardiac oscillations during aigenoscopy and provides their comparative analysis.

Key words: cardioaigenoscopy; synchronous ensemble; combined synchronous ensemble; expanded synchronous ensemble; eigenvector; PQRST cycle.

Р.М. Аббас – аспирант кафедры «Электроника, приборостроение и биотехнические системы» ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

E-mail: riadabbas88@gmail.com

Ахмед Абдо Аль-Кавати – аспирант кафедры «Электроника, приборостроение и биотехнические системы» ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: ahmedalqawati@gmail.com

Косарева Ксения Валерьевна – ведущий инженер ООО “Собственный вектор”.

E-mail: ksenia108@mail.ru

Адрес: 600005, г. Владимир, ул. Горького, 50.