УДК 004.89

Ассоциативная связь между технической системой интеллектуальной обработки информации и внешней средой её существования

Романов Д.Н., Горячев М.С.

Статья посвящена модернизации непрерывных кусочно-линейных функций с целью упрощения их реализации в устройствах цифровой обработки сигналов. Для этого вместо плавающего шага аппроксимации предлагается использовать фиксированный, что позволит использовать в качестве аргумента аппроксимирующей функции – номер отсчета. В качестве примера рассмотрена аппроксимация тригонометрической функции.

Ключевые слова: аппроксимация, кусочно-линейные функции, цифровая обработка сигналов.

В настоящее время происходит активное внедрение и использование цифровой вычислительной техники. При этом возникает ряд специфическим трудностей, одной из которых является невозможность непосредственной реализации нелинейных функций и сигналов с помощью цифровых компонент. Для преодоления таких ограничений используется аппроксимация нелинейных функций и сигналов с помощью полиномиальных рядов или хранение в памяти значений нелинейных функций.

В первом случае для хранения полиномиальных коэффициентов необходим некоторый объем памяти, и непосредственный расчет значений нелинейной функции занимает определенное время. Во втором случае значение нелинейной функции может быть получено за меньший промежуток времени, так как время требуется только на считывание из памяти, однако для получения приемлемой точности представления нелинейной функции требуются большие, чем в первом случае, объемы памяти, так как необходимо хранить большее количество значений аппроксимируемой функции.

Для устранения выявленных недостатков предлагается использовать непрерывные кусочно-линейные функции (НКЛФ). Эти функции являются линейными и для своей реализации требуют только операций сложения и умножения, кроме того для получения требуемой точности достаточно ограниченного количества коэффициентов аппроксимации, что снижает объем требуемой памяти.

Известна адаптивная НКЛФ [1]. Она имеет вид:

$$F(t) = \sum_{n=1}^{N} K_n |t - t_n|,$$

где n – счетчик суммы; t_n – шаг аппроксимации (величина нефиксированная); K_n – коэффициент перед модулем, определяющий форму аппроксимирующей функции.

В общем случае коэффициент аппроксимации K_n определяется матричным способом:

$$[K] = [y] \cdot [T]^{-1}, \quad (1)$$

где $T = \begin{bmatrix} |t_1 - t_1| & |t_1 - t_2| & \cdots & |t_1 - t_N| \\ |t_2 - t_1| & |t_2 - t_2| & \cdots & |t_2 - t_N| \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |t_N - t_1| & |t_N - t_2| & \cdots & |t_N - t_N| \end{bmatrix}$,

$$y = \begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ \vdots \\ y(t_N) \end{bmatrix}.$$

Матрица T симметрична относительно нулевой главной диагонали и является Теплицевой. Вектор y – вектор значений функции в узлах аппроксимации.

Данная функция позволяет проводить аппроксимацию одной непрерывной кусочно-линейной функцией. Недостатком является плавающее значение шага аппроксимации. С одной стороны это позволяет увеличить точность аппроксимации, не увеличивая количество точек, так как на участке с меньшей кривизной узлы аппроксимации могут браться реже, чем на участке с большей кривизной [2]. С другой стороны это приводит к существенным неудобствам при реализации на цифровой элементной базе, потому что переменный шаг аппроксимации не позволяет заменить его номером отсчета. Поэтому предлагается модифицировать выражение для адаптивной НКЛФ с целью упрощения ее реализации в цифровых устройствах.

Для этого предлагается перейти от значений аргументов к номерам отсчетов. В таком случае НКЛФ с дискретным шагом аппроксимации примет вид:

$$F_m = \sum_{n=0}^{N} K_m |m-n|,$$

где m – номер отсчета, n – шаг аппроксимации, K_m – коэффициент аппроксимации.

Коэффициент аппроксимации K_m будет рассчитываться по аналогии с выражением (1). И примет вид:

$$[K] = [y] \cdot [M]^{-1},$$

Где [y] – вектор значений функции в узлах аппроксимации,

$$[M] = \begin{bmatrix} |0-0| & |0-1| & \cdots & |0-N| \\ |1-0| & |1-1| & \cdots & |1-N| \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |N-0| & |N-1| & \cdots & |N-N| \end{bmatrix}$$

Для примера рассмотрим пример аппроксимации прямоугольного импульса по восьми отсчетам. Значения отсчетов заданы вектором значений: $y^T = [0,0,1,1,1,1,0,0]$.

Матрица M для этого случае примет вид:

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Так как матрица [M] является Теплицевой, то для расчета обратной матрицы можно воспользоваться, в том числе известным алгоритмом Левинсона-Дарбина [3].

Обратная матрица имеет вид:

$$[M] = \begin{bmatrix} -0{,}429 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}071 \\ 0{,}5 & -1 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & -1 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & -1 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & -1 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & -1 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & -1 & 0{,}5 \\ 0{,}071 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & -0{,}429 \end{bmatrix}$$

Вектор коэффициентов аппроксимации для этого случае имеет вид:

$$K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0 \\ -0.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

В этом случае аппроксимированный импульс примет вид, представленный на рис.1.

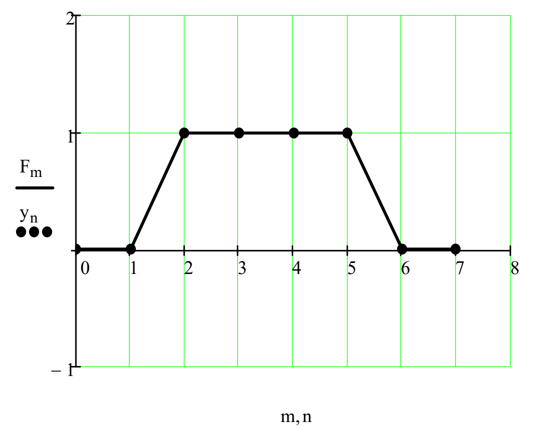

Рис. 1. – Аппроксимированный импульс

Рассмотрим аппроксимацию нелинейного сигнала с помощью НКЛФ с дискретным шагом. В качестве исходной функции рассмотрим косинус. Для удобства отображения аппроксимируем косинус на промежутке [0; 0,5π] с помощью восьми отсчетов. Значения отсчетов заданы вектором значений: y^T = [1; 0,975; 0,901; 0,782; 0,623; 0,434; 0,223; 0].

Так как количество отсчетов для данной функции равно восьми, то вид прямой и обратной матрицы [M] не меняется. Вектор коэффициентов аппроксимации [K] примет вид:

$$K = \begin{bmatrix} 0{,}059 \\ -0{,}024 \\ -0{,}023 \\ -0{,}020 \\ -0{,}016 \\ -0{,}011 \\ -0{,}006 \\ 0{,}183 \end{bmatrix}$$

Аппроксимированная функция представлена на рис.2

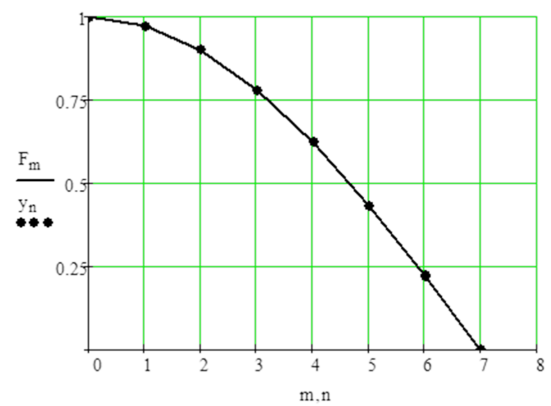

Рис. 2. – Аппроксимированная функция

Непрерывная кусочно-линейная функция с дискретным шагом аппроксимации позволяет представлять произвольные сигналы и функции с фиксированным шагом. Это существенно упрощает ее реализацию в цифровых вычислительных устройствах, так как очередной шаг аппроксимации будет соответствовать очередному номеру отсчета.

Литература

1. Курилов И.А., Романов Д.Н. Аппроксимация функциональных зависимостей с помощью непрерывных кусочно-линейных функций / Радиотехника. – 2006. – №6. – с 94-98.
2. Курилов И.А., Романов Д.Н. Реализация адаптивной непрерывной кусочно-линейной функции на основе цифровых устройств / Методы и устройства передачи и обработки информации: Межвуз. сб. науч. тр.–Вып.7. / Под. Ред. В.В. Ромашова, В.В. Булкина. – СПб: Гидрометеоиздат. – 2006. – С. 219-223.
3. Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов. Санкт-Петербург, «БВХ-Петербург», 2005

Поступила 12 августа 2020 г.

Романов Дмитрий Николаевич - кандидат технических наук, доцент кафедры «Радиотехника» Муромского института (филиала) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования "Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых".

Горячев Максим Сергеевич – студент направления подготовки радиотехника Муромский институт (филиал) Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: radon81@mail.ru.ru.

Адрес: 602264, Муром, ул. Орловская, д. 23.