Методы и устройства повышения качества передачи информации

УДК 621.396

Программный комплекс имитации траектории воздушного объекта в трехмерном пространстве на основе кривых Безье

Кукунчиков А.Э., Жиганов С.Н., Михеев К.В., Жиганова Е.А., Романов Д.Н.

В работе приведено описание программно-аппаратного комплекса, обеспечивающего формирование траектории движения воздушного объекта в трехмерном пространстве на основе кривых Безье. Траектория движения формировалась с учетом допустимых перегрузок воздушного объекта. Комплекс был реализован в программной среде Labview.

Ключевые слова: траектория движения, кривая Безье, полиномы наилучшего приближения.

Введение

Моделирование воздушной обстановки в зоне ответственности аэропортов, на трассе сопровождения воздушных объектов диспетчерами, перемещение военных воздушных объектов в условиях боя является необходимым составным элементом для создания систем тренажа и имитации современных радиолокационных станций и комплексов. Одним из наиболее важных элементов таких систем является формирование траектории воздушного объекта - задание кинематики движения, определяющей пространственное положение объекта в произвольно заданный момент времени [1-5]. При этом формируемая траектория движения должна обладать следующими свойствами:

1. обеспечивать изменение положения объекта в трехмерном пространстве;
2. учитывать допустимые нагрузки на воздушное судно и особенности его перемещения в пространстве;

Существует два способа моделирования траектории полета. В первом случае используются реальные навигационные данные, полученные на борту воздушного судна при его перемещении в пространстве: географическая широта; географическая долгота; угол сноса (УС); угол крена; угол тангажа; гироскопический курс; путевая скорость; приборная скорость. Эта информация с выходов навигационных датчиков запоминается в памяти ЭВМ и, затем, на ее основе строится модель движения воздушных судов данного типа. Полученная этим методом модель движения полностью соответствует перемещения такого воздушного судна в пространстве. Однако, для реализации этого подхода требуется большой объем предварительного сбора данных и их анализ, при этом для каждого типа воздушного судна необходимо проводить свои измерения, что приводит к большим временным затратам по построению модели движения. Во втором случае для формирования траектории используется математические модели траекторий движения воздушных объектов на различных участках полета, которые с той или иной точностью описывают траекторию движения и в большей или меньшей степени учитывают кинематику движения объекта.

Целью представленной работы является построение модели траектории движения воздушного объекта в трехмерном пространстве с учетом кинематики его движения на основе кривых Безье.

Математическая модель траектории

Траекторию движения объекта будем формировать в виде кусочно-заданной пространственной кривой, состоящей из плавно совмещаемых сегментов в виде кривых Безье преимущественно первого и третьего порядков с параметрическим представлением кривой по каждой из координат [7, 8]:

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t)\,, \qquad (1)$$

где n – степень кривой; i – порядковый номер опорной вершины; P_i – вектор координат i-й опорной точки по каждой из координат; $B_i^n(t) = \dfrac{n!}{i!(n-i)!} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}$ – полином Бернштейна степени n; t – безразмерный параметр, расположенный в интервале $t \in [0;1]$. Геометрическая форма каждого сегмента общей траектории задаётся на основе расположения n опорных точек ($\{P_i\} = \{x_i, y_i, z_i\}$, $i = 0...n-1$), т.е. опорной ломаной линии с n узлами. Совокупность такого набора сегментов позволяет описать различные виды траекторий. Положение и геометрическое представление траектории движения объекта в пространстве плавно комплексируется из последовательно сопрягаемых сегментов. В соответствии с (1) производится расчёт параметрических уравнений движения в каждом сегменте по трём координатам $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ в функции параметра $t \in [0;1]$ и определяются минимальные значения радиусов кривизны траекторий, геометрическая траектория представляется непосредственно в системе координат объекта – зоны ответственности РЛС.

Смежные точки стыка на сопрягаемых сегментах необходимо выбирать так, чтобы получить в целом гладкую и гибкую пространственную траекторию, управляемую точками P_i, положение объекта на каждом сегменте которой определяется своим параметром $t \in [0;1]$, так и в последующем в реальном текущем масштабе времени t_p.

Рассмотрим пример построения гипотетической траектории движения объекта в трёхмерном пространстве. Координаты опорных точек траектории приведены в таблице 1.

Таблица 1. Опорные точки траектории

X	0	2	5	8	11	12
Y	0	2	-0.5	-3	-1	1
Z	0	4	2	0	-2	-1

По приведённым координатам строятся две кривые второго и третьего порядка (1). Кривая второго порядка строится по первым трём точкам с координатами (0; 0; 0), (2; 2; 4), (5; –0,5; 2) и описывается следующими выражениями:

$$x_1(t) = t^2 + 4t\,,$$

$$y_1(t) = -4,5t^2 + 4t\,,$$

$$z_1(t) = -6t^2 + 8t\,.$$

Кривая третьего порядка строится по четырём точкам с координатами (5; –0,5; 2), (8; –3; 0), (11; –1; –2), (12; 1; –1), причём точка с координатами (5; –0,5; 2) является общей и лежит на одной прямой с точками (2; 2; 4) и (8; –3; 0). Кривая третьего порядка описывается следующими выражениями:

$$x_2(t) = -2t^3 + 9t + 5\,,$$

$$y_2(t) = -4,5t^3 + 13,5t^2 - 7,5t - 0,5\,,$$

$$z_2(t) = 3t^3 - 6t + 2\,.$$

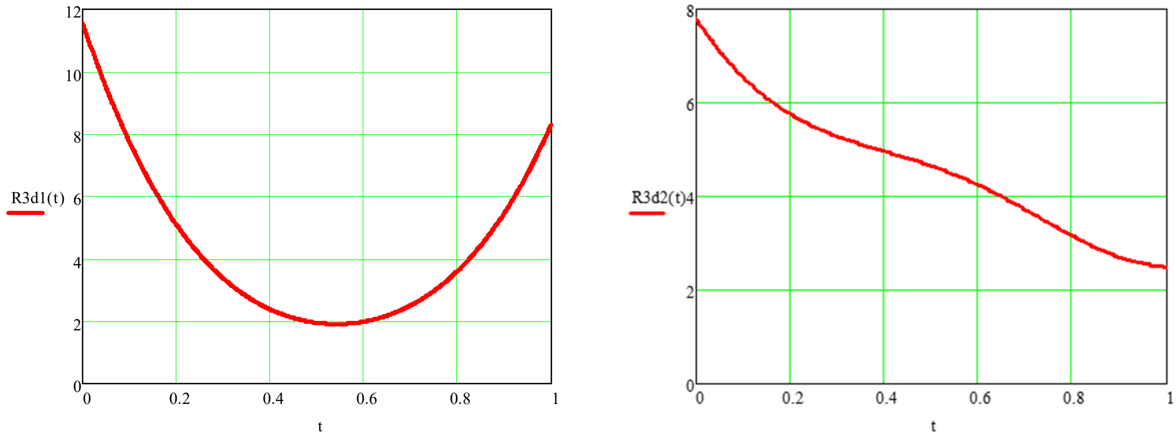
Переход объекта с прямолинейной на криволинейную траекторию и обратно не должен сопровождаться скачком центростремительной силы:

$$F_ц = mV^2/R_k = ma = mgn_ц\,, \qquad (2)$$

где R_k – радиус кривизны; V – линейная скорость по кривой; $gn_ц$ – перегрузка; $n_ц$ – числовой коэффициент). Если известны допустимая перегрузка и линейная скорость объекта при его движении по криволинейной траектории, то можно рассчитать минимальный радиус кривизны дуги [9]:

$$R_{k\min} = V^2/(gn_{ц\max})\,. \qquad (3)$$

Так, при скорости самолёта $V = 1000$ м/с и максимальной переносимой пилотом перегрузке $gn_{ц\max} = 8g$ в соответствии с (3) $R_{k\min} = 12,74$ км. Если $R_{k\min}$ будет меньше, то необходимо менять опорные точки сопрягаемых сегментов траектории в (1), чтобы обеспечить более плавный переход или вводить кривые 4-й степени. Следует предусмотреть и запас на величину допустимого линейного ускорения, которое векторно суммируется с тангенциальным. При переходе с одной кривой Безье на другую плавное изменение радиуса кривизны обеспечивается



а) второй порядок б) третий порядок

Рис. 1. График для определения минимального радиуса кривизны кривой

при непрерывности первой и второй производных сопрягаемых кривых.

Минимальный радиус кривизны дуги рассчитывается по выражению:

$$R=\frac{\sqrt{\left(\left(x'(t)\right)^2+\left(y'(t)\right)^2\left(z'(t)\right)^2\right)^3}}{\sqrt{\left(a(t)\right)^2+\left(b(t)\right)^2+\left(c(t)\right)^2}},$$

где $a(t)=y'(t)z''(t)-y''(t)z'(t)$; $b(t)=z'(t)x''(t)-$ $-z''(t)x'(t)$; $c(t)=x'(t)y''(t)-x''(t)y'(t)$.

Для кривых, построенных по опорным точкам таблицы 1, радиус кривизны имеет зависимость от параметра t, представленную на рис. 1.

Для графика, представленного на рис.1 а) минимальный радиус кривизны составляет 1,907. Для графика, представленного на рис. 1 б) минимальный радиус кривизны составляет 2,512. По полученным выражениям построена траектория, представленная на рис. 2.

Воспроизведение траекторий в реальном времени

Текущее реальное время представим в виде решётчатой функции $t_p = kT_т$ с дискретом $T_т$ и начальным значением $T_{нач} = 0$. Реальное время t_p и параметр t связывает пройденный в каждом сегменте путь S. Поэтому он является связующим для определения параметра t, подставляемого в параметрические уравнения (1) для воспроизведения текущих значений координат траектории в соответствии с (2). Путь, пройденный по параметрически заданной кривой в пространстве (рис. 2), определяется формулой:

$$S(t)=\int_0^1\sqrt{(x'(t)^2+y'(t)^2+z'(t)^2}\,dt\,. \quad (4)$$

Из текущих, точных значений численного интегрирования выражения (4) для определения пути S_{max}, воспроизводится «эталонный» полином Ньютона для обратной функции $t = g_{эт}(S(t))$ с равномерным расположением узлов интерполяции (причём аргумент и функция меняются местами), выбирается примерно 5–8 дискретных значений функции t_i и соответствующие им значения аргумента S_i (узлов интерполяции полинома). С помощью полинома Ньютона 5–8 степени воспроизводится «эталонная» монотонно нарастающая функция $t = g_{эт}(S)$ с приведённой от-

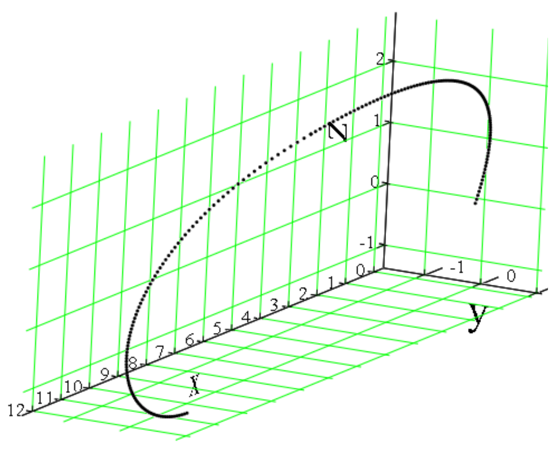


Рис. 2. Результирующая траектория движения объекта

носительной погрешностью порядка долей процента с последующей аппроксимацией её фактически полиномом наилучшего приближения Чебышева $g(S) \cong g_{\text{эт}}(S)$ более низкой степени. В полиноме для исключения скачков пути для границ интервалов (сегментов траектории) задаются значения: ($t_0 = 0$, $S_0 = 0$); $t_{\text{мах}} = 1$, $S = S_{\text{мах}}$).

Для исключения скачков скорости и ускорения линейная скорость и ускорение в начале следующего сегмента движения должны быть равны скорости и ускорению в конце предшествующего сегмента. Текущее значение пути при равноускоренном движении по заданному отрезку прямой или кривой можно определить в соответствии с формулой $S = Vt_p + at_p^2/2$. После чего по аргументу – текущему пути S – с помощью полинома, аппроксимирующего обратную функцию $t(S)$, как и ранее определяется параметр t.

При комплексировании, стыковке отдельных сегментов траектории, форму сегмента, его длину – максимальное значение пути $S_{\text{мах}}$ по сегменту – можно определять и варьировать при задании геометрической формы кривой. При назначенном значении начальной скорости величину ускорения, например, при равноускоренном движении можно изменять так, чтобы получить заданное время прохождения сегмента траектории.

Итак, в соответствии с параметрическими уравнениями каждого сегмента в функции параметра t вычисляется путь $S_{\text{мах}}$, пройденный по параметрически заданной кубической кривой в функции $S(t)$, воспроизводится обратная функция $t(S)$ с последующей аппроксимацией её полиномом наилучшего приближения $g(t)$. По заданному закону воспроизведения скорости на заданном сегменте определяются текущее значение пройденного пути $S(t_{p1})$ в функции текущего временного интервала t_{p1} от начала сегмента и времени движения по сегменту, время прохождения сегмента. По общему, связывающему параметру текущего пути S на сегменте осуществляется переход от времени t_{p1} к параметру t с последующей подстановкой его в параметрические уравнения вычисления прямоугольных координат.

Предварительные действия оператора, направленные на проектирование модели движения и подготовительные расчёты обеспечивают в общем временном интервале формирование траектории движения, определяют моменты времени начала, продолжительности и окончания движения объекта по каждому сегменту. Это позволяет идентифицировать именно тот сегмент, по которому перемещается объект в момент времени t_p воспроизведения каждой траектории с присвоением ему порядкового номера. К каждому порядковому номеру сегмента привязывается его тип и таблица уравнений движения на заданном сегменте [10, 11].

Заключение

Разработан метод наглядного, интуитивного формирования траекторий воздушных объектов из плавно сопрягаемых сегментов в системе координат зоны обзора РЛС. Обеспечен контроль перегрузок. В производственных системах при формообразовании обрабатываемых деталей геометрическая форма траектории движения рабочего органа привязывается к системе координат робототехнического комплекса или станка с числовым программным управлением, а скоростной режим движения определяется их динамическими характеристиками.

Литература

1. *Чекушкин В.В.*, *Бобров М.С.*, *Аверьянов А.М.* Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 9. С. 70–80.

2. *Чекушкин В.В.*, *Жиганов С.Н.*, *Быков А.А.*, *Михеев К.В.* Воспроизведение траекторий движения объектов в системах контроля воздушного пространства // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2018. № 2. С. 126–133. DOI: 10.17587/mau.
19.126-133.

3. *Бобров М.С.*, *Аверьянов А.М.*, *Пискунов Г.Г.*, *Чекушкин В.В.* Реализация трасс движения воздушных объектов в тренажерно-моделирующих

системах // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. 2009. Вып. 4. С. 157–177.

4. *Аверьянов А.М.*, *Бобров М.С.*, *Чекушкин В.В.* Параметрическое задание кинематики движения воздушного объекта на участке маневрирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 5. С. 67–73.

5. *Чекушкин В.В.*, *Жиганов С.Н.*, *Романов Д.Н.*, *Ракитин А.В., Михеев К.В.* Формирование траекторий движения объектов в информационно-измерительных системах контроля // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2019. № 4. С. 12–18.

6. *Чекушкин В.В.*, *Юрин О.В.*, *Булкин В.В.* Реализация вычислительных процессов в информационно-измерительных системах: монография. Муром. Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2005. 158 с.

7. *Каханер Д.*, *Моулер К., Нэш С.* Численные методы и программное обеспечение: пер. с англ. М.: Мир, 2001. 575 с.

8. Пат. РФ № 2015152966. Способ имитации траекторий движения объектов / *Чекушкин В.В.*, *Михеев К.В.* Заявл. 09.12.2015; опубл. 21.04.2015. Бюл. № 12.

9. *Выгодский М.Я.* Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1977. 872 с.

10. *Чекушкин В.В.*, *Жиганов С.Н.*, *Быков А.А.*, *Михеев К.В.* Воспроизведение траекторий движения объектов в системах контроля воздушного пространства // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2018. № 2, Том 19. С. 126–133.

11. *Чекушкин В.В.*, *Жиганов С.Н.* Вычислительные методы в оптимизации инженерных задач // Raleigh, North Carolina, USA: Open Science Publishing, 2018. 202 p.

Поступила 15 сентября 2020 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере в рамках проекта по конкурсу УМНИК-2018 и гранта РФФИ № 19-07-01215.

The paper describes a software and hardware complex that provides the formation of the trajectory of an air object in three-dimensional space based on Bezier curves. The trajectory of the movement was formed taking into account the permissible overloads of the air object. The complex was implemented in the Labview software environment.

Key words: trajectory, Bezier curve, best approximation polynomials.

Кукунчиков Александр Эдуардович – магистрант 2-го курса по направлению подготовки магистратуры 11.04.01 «Радиотехника» факультета радиоэлектроники и компьютерных систем Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: kukunchikov8@yandex.ru

Адрес: 602264, Муром, ул. Орловская, д. 23.

Жиганов Сергей Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: s_zh_72@mail.ru

Адрес: 602264, г. Муром, ул. Орловская, 23.

Михеев Кирилл Валерьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: kiri-mikheev@yandex.ru

Адрес: 602264, г. Муром, ул. Орловская, 23.

Жиганова Елена Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: zhiganovael@yandex.ru

Адрес: 602264, г. Муром, ул. Орловская, 23.

Романов Дмитрий Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых».

E-mail: radon81@mail.ru

Адрес: 602264, г. Муром, ул. Орловская, 23.