

УДК 004.932

Подходы к формированию нечётких признаков в задачах цифровой обработки изображений

Пугин Е.В., Беляев С.Ю.

Аннотация: Растущая производительность современных информационных систем позволяет использовать более сложные алгоритмы обработки и анализа цифровых изображений. Одним из перспективных направлений в цифровой обработке изображений является обработка на основе теории нечётких множеств и нечёткой логики. В статье предлагаются подходы к формированию нечётких признаков цифровых изображений. Вводятся необходимые определения нечётких признаков изображения. Рассматривается получение нечёткого представления изображения. Описываются способы формирования функций принадлежности, накладываются требуемые ограничения на них. Рассматриваются нечёткие множества второго и высших типов. Задаётся описание нечёткого признака в виде пары классического числового значения и функции принадлежности нечёткому множеству. В качестве математического описания данных функций принадлежности предлагается использовать нечёткие интервалы. При этом число необходимых вычислений растёт, но сохраняется дополнительная информация, позволяющая повысить качество результатов обработки и оценить их возможность на основе α -срезов.

Ключевые слова: нечёткая обработка изображений, нечёткое представление изображения, нечёткие признаки изображений, нечёткие интервалы, функция принадлежности.

Введение

В задачах обработки, анализа и распознавания изображений используют характерные признаки изображений [1-4]. Классические признаки, такие как геометрические, топологические, статистические, фрактальные и другие, довольно хорошо исследованы и описаны, применяются во многих задачах обработки и распознавания изображений [5-8]. В случае нечёткой обработки, с применением теории нечётких множеств, переходят от обычных к нечётким признакам изображения. При этом на данный момент исследователи уделяют им меньше внимания [9].

Сегодня не существует общепринятого и точного определения понятия нечёткого признака изображения. В большинстве случаев данный термин понимается, как признак, определяемый с использованием теории нечётких множеств, а также нечёткой логики. Основы теории нечётких множеств были заложены в работах Л. Заде [10]. На её базе в дальнейшем были разработаны: нечёткая логика, теория возможностей [11], теория лингвистической переменной, приближённые вычисления и др.

Для того, чтобы извлечь нечёткие признаки цифрового изображения, необходимо: рассмотреть различные функции

принадлежности нечётким множествам различных типов и выбрать подходящие, и получить нечёткое представление изображения.

Нечёткая обработка изображений

Алгоритм обработки некоторого изображения P можно представить в виде конечного числа шагов s : $P = (s_1, s_2, \dots, s_n)$. В обычном случае каждый шаг содержит только классические операторы и вычисления $s_i = \{O_c\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, где O_c – некоторый оператор, не содержащий нечётких вычислений.

Под **нечёткой обработкой изображений** будем понимать такие методы и алгоритмы, в которых присутствуют нечёткие вычисления. Другими словами, шаг алгоритма может включать нечёткие операторы O_f

$$s_i = \{O_c, O_f\}.$$

Необходимым условием является наличие хотя бы одного нечёткого оператора O_f .

Нечёткие признаки должны быть выражены через некоторые нечёткие множества и характеризоваться функциями принадлежности этим множествам. Для получения нечётких множеств предлагается переход к нечёткой форме изображения, то есть представления его точек в нечётком виде.

Нечёткое представление изображения — изображение, точки которого описаны с

помощью функций принадлежности нечётким множествам. Оператор преобразования $O_f[\cdot]$ непрерывного изображения F в нечёткую форму M выглядит следующим образом

$$M = O_f[F].$$

Для дискретного случая

$$\mu(x, y) = O_{pf}[f(x, y), F],$$

где $\mu(x, y)$ является функцией принадлежности пикселя изображения, $O_{pf}[\cdot]$ - оператор поточечного преобразования. Из выражения видно, что в этом случае могут использоваться другие точки изображения для повышения уровня неопределённости. Для дальнейшего рассмотрения необходимо определиться с таким понятием, как нечёткий признак изображения.

Нечёткий признак изображения

Базовыми понятиями при нечёткой обработке изображений будут являться нечёткие множества и функции принадлежности элемента этим множествам. Поэтому вначале необходимо уточнить основные определения нечётких признаков изображений.

Под **нечётким признаком** X_f будем понимать некоторую характеристику цифрового изображения X , которая дополняется функцией принадлежности $\mu_A(X)$ тому или иному нечёткому множеству A

$$X_f = \{X, \mu_A(X)\},$$

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}.$$

На основе теории нечётких множеств было разработано большое число производных теорий. Поэтому необходимо различать понятия нечёткого признака изображения в широком и узком смысле.

В широком смысле под **нечётким признаком** следует понимать любые признаки, описываемые с помощью теории нечётких множеств, а также её производных. Например, теории мягких множеств, теории мягких нечётких множеств, грубых нечётких множеств и других.

В узком смысле **нечёткий признак** — признак цифрового изображения, описываемый только оригинальной теорией нечётких множеств, предложенной Л. Заде. Введём ещё

несколько основных определений нечётких признаков различного вида.

Нечёткий признак первого типа — нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности нечёткому множеству первого типа A_1 (НМ-1, рис. 1)

$$A_1 = \{(x, \mu_{A_1}(x)) \mid x \in X\},$$

Нечёткий признак второго типа — нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности нечёткому множеству второго типа A_2 (НМ-2) [12]

$$A_2 = \{(x, u), \mu_{A_2}(x, u) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]\}. \quad (1)$$

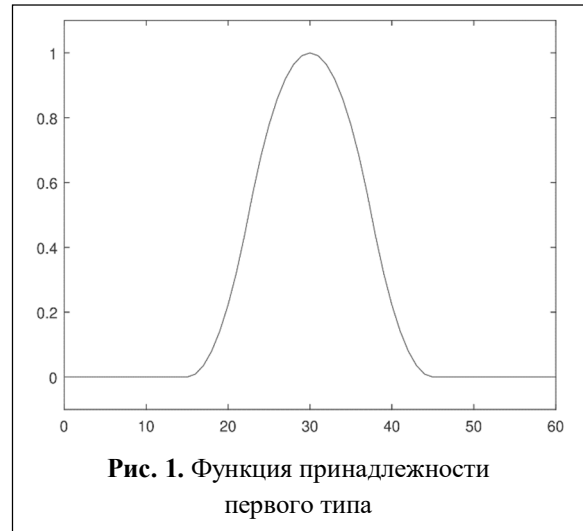


Рис. 1. Функция принадлежности первого типа

Общий нечёткий признак второго типа — нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности общему нечёткому множеству второго типа (ОНМ-2, выр. (1)), где $0 \leq \mu_{A_2}(x, u) \leq 1$.

Интервальный нечёткий признак второго типа — нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности интервальному нечёткому множеству второго типа (ИНМ-2, выр. (1)), где

$$\mu_{A_2}(x, u) = 1$$

Нечёткий признак N типа — нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности нечёткому множеству N типа (НМ-N)

$$\tilde{A}_n = \{f(x) \mid \forall x \in B, f(x) = \tilde{A}_{n-1}\}.$$

Мягкий признак — мягкий (нечёткий) признак, имеющий функцию принадлежности мягкому множеству.

Грубый нечёткий признак — грубый нечёткий признак, имеющий функцию принадлежности грубому нечёткому множеству.

Аналогичным образом будут формироваться определения других нечётких признаков для соответствующих типов множеств.

Функции принадлежности

Функции принадлежности первого типа

Известно большое число видов функций принадлежности. Среди них необходимо выбирать те, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \mu(F(x, y)) = 0,$$

$$\int_0^{L-1} \mu(F(x, y)) dl > 0, \quad l \in [0; L-1],$$

$$\exists! l \mid \mu(l) = 1.$$

Среди множества функций принадлежности выделим основные функции, удовлетворяющие данным выражениям.

Треугольная функция принадлежности описывается выражением

$$t(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & c \leq x. \end{cases}$$

и выглядит, как показано на рис. 2.



Рис. 2. Треугольная функция принадлежности

Гауссообразная функция принадлежности задаётся выражением

$$\mu_g(x, \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

и выглядит, как показано на рис. 3.

Также сюда можно отнести трапециевидную, колоколообразную, π -функцию и другие. В простейшем случае будем использовать π -функцию (рис. 1)

$$\pi(x, a, b, c) = \begin{cases} s(x, a, \frac{a+b}{2}), & x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - s(x, \frac{a+b}{2}, b), & x \geq \frac{a+b}{2} \end{cases}$$

которая в свою очередь основана на s -функции

$$s(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ 2 \frac{x-a^2}{b-a}, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2}, \\ 2 \frac{x-b^2}{b-a}, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b, \\ 1, & b \leq x. \end{cases}$$

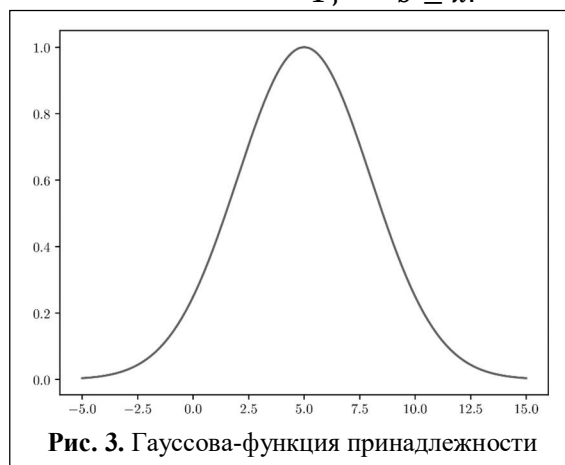


Рис. 3. Гауссова-функция принадлежности

Функции принадлежности второго и высших типов

По мере накопления неопределённости в ходе вычислений может потребоваться введение нечётких множеств второго и высших типов, а также соответствующих им нечётких интервалов. Нечёткое множество второго типа A_2 отображает исходное множество X в множество вторичных функций, определённых на отрезке $[0, 1]$ [13]:

$$A_2: X \rightarrow \mathcal{F}([0, 1]).$$

Это означает, что каждому значению яркости может соответствовать собственная вторичная функция принадлежности. В таком случае количество вычислений, необходимых для организации нечёткой обработки, значительно возрастает, а, следовательно, растут и требования к вычислительной системе в целом.

В качестве решения данной проблемы заменим множество вторичных функций $\mathcal{F}([0, 1])$ функцией принадлежности от двух аргументов μ_{A_2}

$$A_2 = \{((x_1, x_2), \mu_A(x_1, x_2)) \mid \forall x_1 \in X, \forall x_2 \in J_{x1} \subseteq [0,1]\}.$$

Тогда для нечёткого множества типа n имеем:

$$A_n = \{((x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_A(x_1, x_2, \dots, x_n)) \mid \forall x_1 \in X, \forall x_2 \in J_{x1} \subseteq [0,1], \dots, \forall x_n \in J_{x^{n-1}} \subseteq [0,1]\},$$

где x_1 – первичный аргумент, который представляет собой значений реальной характеристики, x_i ($i = 2, \dots, n$) – n -ричные аргументы, которые лежат на отрезке $[0,1]$, $J_{xj} = \{k \mid k \in [0,1]\}$ ($j = 1, 2, \dots, n-1$) – некоторые множества.

Например, функция принадлежности нечёткого множества второго типа показана на рис. 4, третьего типа на рис. 5.

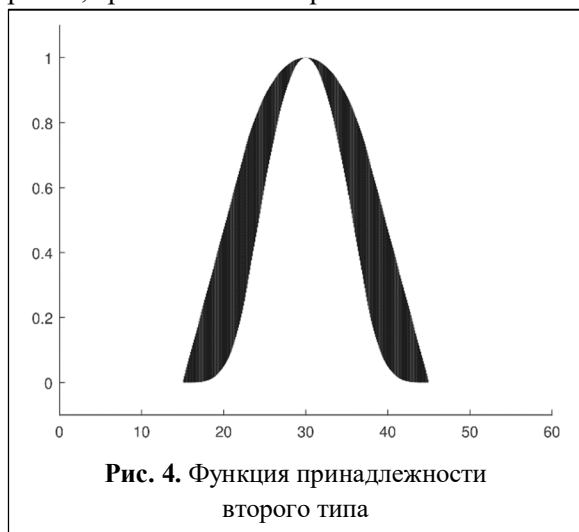


Рис. 4. Функция принадлежности второго типа

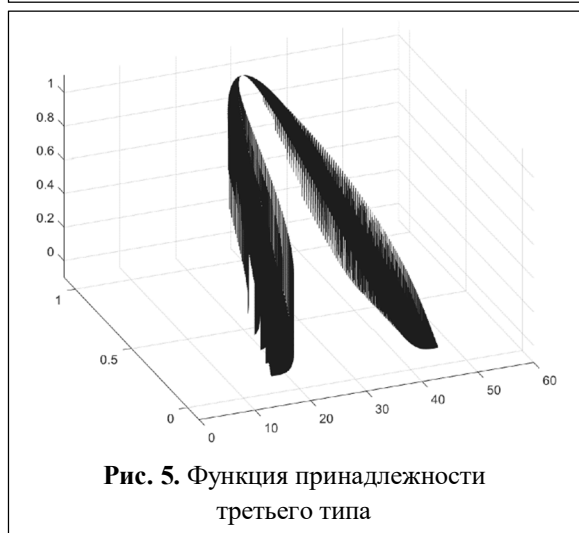


Рис. 5. Функция принадлежности третьего типа

Формирование нечёткого представления изображения

Для формирования нечёткого представления изображения F необходимо взять или получить эталонное изображение F_e . В

зависимости от его значений яркости будет рассчитываться неопределённость соответствующей точки нечёткого представления. В случае формирования эталонного изображения этот процесс может быть представлен следующим образом

$$F_e = O_e(F),$$

где $O_e(F)$ – некоторый оператор получения эталонного изображения.

Одним из способов получения эталонного изображения является фильтрация исходного изображения $O_e = O_f(F)$

$$F_e = O_f(F),$$

где $O_f(F)$ – некоторый оператор фильтрации.

Например, при использовании усредняющего фильтра яркость пикселя эталонного изображения будет равна

$$f_e(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(x, y),$$

где N – количество точек в окрестности точки $f(x, y)$, $f_i(x, y)$ – точка из окрестности.

После получения эталонного изображения необходимо перейти к нечётким пикселям. Для этого следует выбрать функцию принадлежности каждой точки $\mu(f(x, y))$ и найти её значения

$$\mu(x, y) = \mu(f(x, y)) = O_\mu[F_e],$$

где $O_\mu[\cdot]$ – оператор формирования функций принадлежности.

Сам нечёткий пиксель представляет из себя пару: исходное числовое значение и функцию принадлежности данной точки

$$p_\mu = (f(x, y), \mu(x, y)). \quad (2)$$

В более общем случае нечёткий признак N -типа содержит числовое значение и функцию принадлежности N -типа для этого числа

$$p_\mu^N = (f(x, y), \mu^N(x, y)).$$

Нечёткие признаки изображений

Первичными нечёткими признаками являются сами нечёткие пиксели, получение которых описывается в предыдущих параграфах. Производные нечёткие признаки поэтому будут зависеть от выбранных функций принадлежности и нечётких пикселей.

Как было показано ранее (выр. (2)), нечёткий признак представляет собой число и

соответствующую функцию принадлежности или вес данного числа. По мере развития теории нечётких множеств и теории нечёткой логики для описания подобной функции принадлежности было введено понятие нечёткого интервала [13]

$$M = (\underline{m}, \bar{m}, \alpha, \beta)_{LR}.$$

Операции над нечёткими признаками X_f включают в себя вычисление над классической частью и над функцией принадлежности $X_f^1 \cdot X_f^2 = (X_1, M_1) \cdot (X_2, M_2) = (X_1 \cdot X_2, M_1 \cdot M_2)$, где $[\cdot]$ – некоторый оператор. Очевидно, что вычисления над нечёткими интервалами требуют большее число операций, но при этом они содержат больше информации об исходных данных, что может положительно сказаться в дальнейших расчётах. Например, уровень неопределённости при дефазификации нечёткого признака даёт оценку возможности данного результата по его α -срезу.

Получение нечётких признаков второго и высших типов происходит на основе нечётких признаков первого типа. В обработке изображений носителями нескольких значений нечётких признаков первого типа могут выступать цветовые каналы одиночного изображения, а также соседние кадры на последовательности изображений (видеопоследовательности, гиперспектральные снимки поверхности земли и др.).

Заключение

Сформулированы определения нечётких признаков изображений различных типов. Данные признаки извлекаются преимущественно из нечёткого представления изображения. Описаны способы формирования нечёткого представления изображения. В результате исследования, было выявлено, что при формировании нечёткого представления изображения вместо усредняющего фильтра наилучшим образом показывает себя медианный фильтр. Построена математическая модель нечёткого признака изображения на основе нечётких интервалов.

Литература

1. Lee J.-S. Digital image smoothing and the sigma filter // Computer vision, graphics, and image processing. — 1983. — Т. 24, № 2. — С. 255—269.
2. Wang Z., Zhang D. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing. — 1999. — Т. 46, № 1. — С. 78—80.
3. Privezentsev D. G., Zhiznyakov A. L. Use of characteristic image segments in tasks of digital image processing // 2015 International Conference «Stability and Control Processes» in Memory of V.I. Zubov (SCP). — Institute of Electrical, Electronics Engineers (IEEE), 10/2015.
4. Zhiznyakov A. L., Privezentsev D. G., Zakharov A. A. Using fractal features of digital images for the detection of surface defects // Pattern Recognition and Image Analysis. — 2015. — Jan. — Vol. 25, no. 1. — P. 122—131.
5. Привезенцев Д. Г., Жизняков А. Л. Фрактальные методы выделения локальных признаков самоподобия на цифровом изображении // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. — 2011. — Т. 1, № 4. — С. 169—172.
6. Разработка методов компьютерного зрения на основе структурного комплексирования разнородных признаков цифровых изображений / А. А. Захаров [и др.] // Инновационные, информационные и коммуникационные технологии. — 2017. — № 1. — С. 254—260.
7. Садыков С. С., Кульков Я. Ю. Распознавание отдельных тестовых и реальных плоских объектов на основе безразмерных признаков выпуклых оболочек // Телекоммуникации. — 2017. — № 3. — С. 28—35.
8. Метод распознавания изображений объектов с использованием трехмерных векторных эталонов и программа для его реализации / В. С. Титов [и др.] // Телекоммуникации. — 2007. — № 9. — С. 10—14.
9. Пугин Е. В., Жизняков А. Л. Методы и алгоритмы обработки изображений с использованием нечетких признаков // Динамика сложных систем-XXI век. — 2017. — Т. 11, № 2. — С. 9—17.
10. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — Vol. 8, no. 3. — P. 338—353.
11. Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / под ред. Р. П. Ягера. — М.: Радио и связь, 1986. — 408 с.
12. Олизаренко С. А., Брежнев Е. В., Перепелица А. В. Нечеткие множества типа 2. Терминология, представление, операции // Системы обработки информации. — 2011. — 2(92). — С. 39—45.
13. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 166 с.
14. Dubois D., Prade H. Possibility Theory. — Springer US, 1988.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-37-00495.

Поступила 12 ноября 2018 г.

The growing performance of modern information systems allows the use of more complex algorithms for processing and analyzing digital images. One of the promising areas in digital image processing is processing based on the theory of fuzzy sets and fuzzy logic. The article provides approaches to the formation of fuzzy features of digital images. The necessary definitions of fuzzy image features are introduced. Getting a fuzzy representation of the image is considered. Formation of the membership functions is described, the required restrictions are imposed on them. Fuzzy sets of the second and higher types are considered. A description of a fuzzy feature is given in the form of a pair of a classic numerical value and the membership function of a fuzzy set. It is proposed to use fuzzy intervals as a mathematical description of these membership functions. At the same time, the number of necessary calculations is growing, but additional information is saved, which allows improving the quality of processing results and evaluating their possibility on the basis of α -slices.

Key words: fuzzy image processing, fuzzy image representation, fuzzy signs of images, fuzzy intervals, membership function.

Pugin Egor Vladimirovich – Research engineer, Department of Information Technologies, Murom Institute (Branch) Federal state budgetary Educational Institution of Higher Professional Education Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigorievich Stoletovs.

E-mail: egor.pugin@gmail.com

Belyaev Sergey Yurievich – Master Student, Department of Information Technologies, Murom Institute (Branch) Federal state budgetary Educational Institution of Higher Professional Education Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigorievich Stoletovs.

E-mail: belyaevsu@yandex.ru.

Address: 602264, Murom, Orlovskaya str., 23.